

Analyse unterschiedlicher Positionskombinationen zur intrinsischen und extrinsischen Kalibrierung eines Velodyne VLP-16

Analysis of Different Combinations of Positions for the Intrinsic and Extrinsic Calibration of a Velodyne VLP-16

Dominik Ernst, Sören Vogel, Ingo Neumann, Hamza Alkhatib

Die Nutzung von Low-Cost-Laserscannern nahm in den letzten Jahren stetig zu. Sie werden beispielsweise vielfältig im Bereich der Logistik und Navigation zur Umgebungserfassung eingesetzt. Die effiziente Datenerfassung mit kinematischen Multi-Sensor-Systemen (MSS) benötigt für den Einsatz aber ein kalibriertes und synchronisiertes System. Diese extrinsische Kalibrierung für Laserscanner in einem (kinematischen) MSS kann durch ein Objektraum-basiertes Verfahren zur Systemkalibrierung realisiert werden. Dabei werden Referenzgeometrien verwendet, um von den Messungen des Sensors auf den Ursprung des Sensorkoordinatensystems zu schließen. Im Zuge dieser Kalibrierung können auch intrinsische Parameter des Laserscanners mitgeschätzt werden. Die Ergebnisse der Kalibrierung sind dabei von der Kalibrierumgebung und von der Wahl der Positionen des Systems in der Kalibrierumgebung abhängig. In diesem Beitrag wird ein Systemkalibrierungsprozess in Bezug auf ein Plattformkoordinatensystem anhand von Echtdateien eines Velodyne VLP-16 gezeigt, bei dem neben der Bestimmung der Transformationsparameter zwischen dem Sensor und der Plattform auch eine Nullpunktkorrektur für die Streckenmessung bestimmt wird. Dabei wird eine Ebenenparametrisierung gewählt, welche die Aktualisierung der Ebenenparameter von vorherigen Kalibrierungen im Gauß-Helmert-Modell ermöglicht. Dadurch kann der Aufwand beim Einmessen der Kalibrierumgebung reduziert werden. Auf Grundlage der Ergebnisse werden unterschiedliche Varianten, die sich durch die Wahl der Position des Systems in der Kalibrierumgebung unterscheiden, verglichen. Eine durchgeführte Evaluation zeigt, dass eine größere Variation in den Positionen zu besseren Ergebnissen führt.

Schlüsselwörter: Laserscanner, LiDAR, Kalibrierung, Ausgleichung, Sensorfusion

The usage of low-cost laser scanners increased steadily in recent years. Especially in areas like logistics or navigations, these sensors are invaluable for perception tasks. Kinematic multi-sensor systems (MSS) for efficient data acquisition require spatial referencing and time synchronization. This kind of extrinsic calibration for a laser scanner in a (kinematic) MSS can be done by a system calibration using object space information which uses reference geometries to determine the origin of the laser scanner frame. In this procedure, additional intrinsic parameters can be estimated. The results of the calibration depend on the calibration environment and the choice of positions of the system in the calibration environment. In this article, the procedure for the system calibration with respect to a platform coordinate system is shown using a real dataset acquired by a Velodyne VLP-16. In addition to the transformation parameters between the sensor-frame and the platform-frame, a distance offset is estimated. This is done using a plane representation, which enables to update the parameters from prior calibrations using a Gauß-Helmert model. This can reduce the effort to capture the calibration environment. Based on the results,

different variants with different positions are compared against each other. Using an evaluation, it can be shown that a higher variation of positions leads to better results.

Keywords: Laser scanner, LiDAR, calibration, adjustment, sensor fusion

1 MOTIVATION

Kinematisches Laserscanning findet in immer mehr Bereichen Anwendung. Die kontinuierliche Bewegung während der Messung ermöglicht eine schnelle Datenaufnahme großer Bereiche, wodurch Mobile Mapping zu einer ökonomisch attraktiven Alternative bei Kartierungsaufgaben geworden ist. Zusätzlich ermöglicht eine bessere Hardware zur Datenprozessierung die direkte Verarbeitung von Punktwolken zur Lokalisierung und Hinderniserkennung. Besonders bei diesen Echtzeitanwendungen für autonome System wird die Zuverlässigkeit der Daten und dessen Verarbeitung ein sicherheitsrelevanter Faktor. Viele der in diesen Systemen verwendeten Laserscanner sind Low-Cost-Sensoren aus der Robotik (Light-based Detection And Ranging, LiDAR), bei denen in der Regel weniger Kalibrierungen ab Werk durchgeführt werden als bei geodätischen Sensoren.

Zum Erreichen der bestmöglichen Ergebnisse mit einem System ist die Kalibrierung aber essenziell. Kinematische Multi-Sensor-Systeme (MSS) verwenden eine Kombination mehrerer Sensoren für die Referenzierung und Umgebungserfassung. Dabei überlappen diese Aufgabenbereiche immer mehr. Während Global-Navigation-Satellite-System-(GNSS-)Antennen und Inertiale Messeinheiten (IMU) ausschließlich zur (Geo-)Referenzierung eingesetzt werden, können Kameras und Laserscanner neben der Umgebungserfassung auch zur Referenzierung mittels SLAM-basierter Verfahren (Simultaneous Localization and Mapping) beitragen /Droeschel & Behnke 2018/, /Geneva et al. 2018/.

Bei der Fusion der Daten aus den erwähnten Sensoren ist die extrinsische Kalibrierung von großer Bedeutung. Diese beschreibt dabei die Bestimmung der Transformationsparameter zwischen den Koordinatensystemen der verschiedenen Sensoren oder zu dem Koordinatensystem der gemeinsamen Plattform. In solch einem Plattformkoordinatensystem werden die Messungen der unterschiedlichen Sensoren zusammen prozessiert. Je nach Art der Sensoren und Zielstellung der Anwendung werden unterschiedliche Verfahren zur extrinsischen Kalibrierung verwendet. Grundsätzlich besteht die Möglichkeit, die Transformationsparameter aus der Planung der Trägerplattform und den Angaben zur Konstruktion der Sensorhersteller abzuleiten. Allerdings werden dabei die Fertigungstoleranzen der Sensoren und gegebenenfalls der Plattform vernachlässigt oder nicht mit ausreichender Aussagekraft berücksichtigt. Dies kann sich entsprechend negativ auf die resultierenden Endprodukte eines MSS und deren Qualitätsparameter auswirken.

Objektraum-basierte Kalibrierverfahren eliminieren den Einfluss der Fertigungstoleranzen durch die Verwendung von Messungen der zu kalibrierenden Sensoren. Bei Anwendungen für die Fusion von Bilddaten mit den Tiefeninformationen von Laserscannern wird häufig eine Kalibrierung mit einem ebenen Schachtbrettmuster durchgeführt /Zhou et al. 2018/. Die extrinsische Kalibrierung zweier Laserscanner zueinander kann bei einem überlappenden Sicht-

bereich mithilfe von ebenen Oberflächen durchgeführt werden, ohne dass ein Referenzsensor oder weiteres Wissen über die Umgebung notwendig ist /Shi et al. 2021/.

Die extrinsische Kalibrierung von Laserscannern kann auch kinematisch erfolgen. Dazu kann entweder eine Referenzplatte verwendet werden, welche bei gezielten Fahrmanövern beobachtet wird, um daraus die extrinsischen Parameter zu bestimmen /Shahraji & Larouche 2022/. Alternativ sind Ansätze möglich, bei denen keine bestimmten Strukturen in der Umgebung vorhanden sein müssen, da die aufgezeichnete Punktwolke anhand von geometrischen Merkmalen optimiert wird, um die Transformationsparameter zu bestimmen /Hillemann et al. 2019/.

Die Systemkalibrierung kann auch in Bezug auf ein definiertes Plattformkoordinatensystem in einer speziell angelegten Kalibrierumgebung erfolgen. /Strübing & Neumann 2013/ stellen einen Ansatz vor, bei dem Referenzgeometrien verwendet werden. Ursprünglich für die Kalibrierung eines Gleismesswagen entwickelt, findet der Ansatz auch im Bereich der Industrievermessung /Hartmann et al. 2019/ oder beim mobilen Laserscanning in Außenbereichen Anwendung /Heinz 2021/.

In diesem Beitrag werden zwei mögliche Vorgehensweisen zur weiteren Optimierung der Laborkalibrierung vorgestellt. Einerseits können sich diese Optimierungen auf die Parameterbestimmung beziehen, wobei durch einen entsprechenden Aufbau der Kalibrierumgebung und eine angepasste Wahl der Positionen des Systems bessere Ergebnisse erreicht werden können. In diesem Beitrag wird die Kalibrierumgebung als gegeben angesehen und die Wahl der Positionen in der Kalibrierumgebung analysiert. Andererseits können aber auch ökonomische Aspekte betrachtet werden. Die hochgenaue Referenzierung der Kalibrierumgebung kann im Fall von schwierig erreichbaren Referenzgeometrien zeitaufwendig sein. Ein Weiterverwenden der Parameter für die Referenzgeometrien aus vorherigen Messungen kann den Zeitbedarf stark senken. Dabei können die Beobachtungen der neuen Kalibrierung zur Aktualisierung der Ebenenparameter verwendet werden. Mit einer Anpassung der Ebenenparametrisierung können die Informationen aus vorherigen Kalibrierungen effizient genutzt werden, ohne die Ausgleichung durch die Originalbeobachtungen der Ebenen zu erweitern.

Dieser Beitrag ist wie folgt aufgebaut. In Abschnitt 2 wird die Methode der Objektraum-basierten Kalibrierung beschrieben. Dabei wird zunächst der Aufbau der Kalibrierumgebung, die Positionswahl und anschließend die Ausgleichung mit der angepassten Ebenenparametrisierung gezeigt. In Abschnitt 3 werden zunächst die Ausgleichungsergebnisse betrachtet und anschließend eine Evaluation der Ergebnisse mittels einer unabhängigen Messung durchgeführt. Der Beitrag endet mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf mögliche Weiterentwicklungen des Verfahrens.

2 METHODIK

Für die Kalibrierung in diesem Beitrag wird die Objektraum-basierte Systemkalibrierung verwendet. Hierzu werden Referenzgeometrien (hier: ebene ALUCORE®-Platten) mit dem zu kalibrierenden Velodyne VLP-16 gemessen. Der VLP-16 erfasst horizontal volle 360° mit 16 Scanzeilen, welche vertikal zwischen $\pm 15^\circ$ alle 2° angeordnet sind. Zusätzlich werden die Referenzgeometrien und die Plattform mit einem Sensor höherer Genauigkeit, in diesem Fall einem Leica AT960 Laser Tracker, eingemessen. Auf Basis von Näherungswerten für die Transformationsparameter zwischen Sensorkoordinatensystem und Plattformkoordinatensystem werden die Widersprüche der transformierten Punktwolken zu den Platten berechnet. In einer Ausgleichung mittels Gauß-Helmert-Modell (GHM) werden somit die gesuchten Transformationsparameter bestimmt.

2.1 Kalibrierungsmessung

Ziel der Kalibrierung ist die Bestimmung der sechs Transformationsparameter zwischen dem VLP-16 und der Plattform sowie die Bestimmung einer Nullpunkt Korrektur für alle 16 Scanzeilen des VLP-16. Die Plattform mit dem zu kalibrierenden VLP-16 ist für verschiedene Messungen konzipiert. Für statische Messungen ist die Plattform auf einem Kugelkopf montiert. Mit anderen Befestigungen sind auch kinematische Messungen möglich.

Bei der Kalibrierung sind drei Koordinatensysteme involviert. Das Koordinatensystem des Laserscanners (*s-frame*) wird durch den Ursprung und die Ausrichtung der Messdaten definiert. Das Koordinatensystem der Plattform (*b-frame*) ist durch fünf Bohrungen auf der Aluminiumplatte der Plattform definiert. Das übergeordnete Koordinatensystem (*l-frame*) entspricht dem Laborkoordinatensystem, in dem der Lasertracker stationiert ist. *Abb. 1* zeigt den auf der Plattform montierten Velodyne-VLP-16-Laserscanner sowie die einzelnen Referenzplatten mit ihrer Position in der verwendeten Kalibrierumgebung.

Die Anordnung der Referenzplatten ist ein entscheidender Faktor für die Qualität der Ergebnisse. Die verwendete Kalibrierumgebung basiert auf /Hartmann et al. 2019/. Die Platten können fest angebracht werden, sind aber dennoch für bestimmte Systeme einstellbar. Je nach Ausrichtung der Platten ergeben sich unterschiedliche Sensitivitäten für die unterschiedlichen Transformationsparameter. So sind beispielsweise die Platten 02 und 10 sensitiv für Translationen parallel zur *y*-Achse des *l-frame*. Die Sensitivitäten der gesuchten Transformationsparameter hängen von der Ausrichtung und Position der Plattform ab.

Die für die durchgeführte Kalibrierung verwendeten Positionen sind in *Abb. 2* gezeigt. Mithilfe des Kugelkopfs wurden für jede Position zwei Ausrichtungen der Plattform gemessen. Bei den Positionsnummern, die mit A enden, zeigt die Plattform mit der *y*-Achse nach unten. Positionsnummern, die mit B enden, sind um die *z*-Achse der Plattform rotiert, sodass die *x*-Achse nach unten zeigt. Dadurch ergeben sich

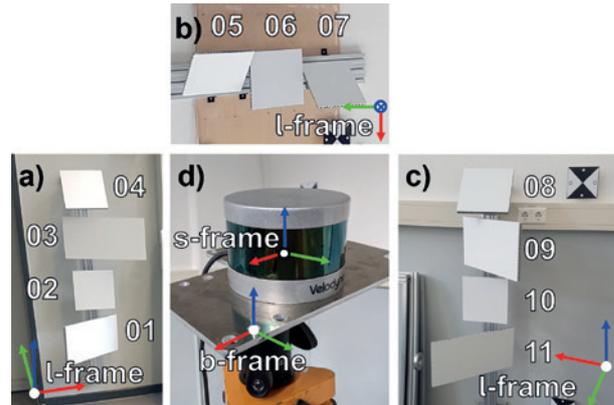


Abb. 1 | Übersicht der Kalibrierumgebung: a) Platten an der Wand, b) Platten an der Decke, c) Platten an der gegenüberliegenden Wand, d) Plattform mit Koordinatensystemen, *b-frame* verschoben dargestellt (Achsen: rot – *X*, grün – *Y*, blau – *Z*)

verschiedene Vorteile. Bei der Bestimmung der Transformationsparameter sind Distanzunterschiede wichtig, um die Einflüsse der Translationen und Rotationen zu trennen. Dies ist im wachsenden Einfluss der Rotationen mit steigenden Distanzen begründet. Mit den rotierten Positionen sind die längeren Distanzen zwischen den Platten an den Wänden nutzbar, um die Parameter der *x*-Achse und *y*-Achse zu bestimmen. Die zusätzlichen Konstellationen führen außerdem zu einer Dekorrelation der geschätzten Parameter durch die Variation in der Geometrie, welche zu einer besseren Trennbarkeit der verschiedenen Parameter führt.

Beispielhaft ist in *Abb. 3* die Punktwolke für Pos1A gezeigt. Die Position der Plattform mit dem VLP-16 ist durch den *s-frame* dargestellt und die den Referenzplatten zugeordneten Punkte sind in Rot markiert.

Vor der Verwendung der Daten für die Ausgleichung werden die den Referenzplatten zugeordneten Punktwolken per zufälligem Subsampling auf die gleiche Anzahl reduziert. Die Zuordnung erfolgt per Hand, um Streupunkte zu eliminieren. Das Subsampling wird durchgeführt, damit für jede Platte die gleiche Anzahl an Beobachtungen verarbeitet wird. So wird eine indirekte Gewichtung durch unterschiedliche Punktzahlen der Platten verhindert. Zusätzlich wird der Einfluss von möglichen zeitlichen Korrelationen aufeinander folgender Beobachtungen reduziert, da aus ungefähr 100 aufgezeichneten Umdrehungen des Laserscanners nur eine reduzierte Anzahl an Punkten pro Platte und Position verwendet wird. Die gewählte Anzahl an verwendeten Punkten wird später diskutiert.

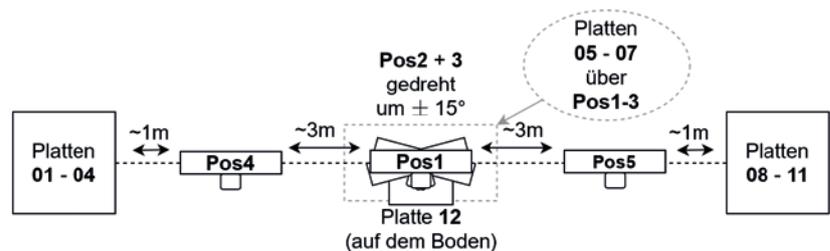


Abb. 2 | Übersicht der Positionen der Plattform in der Kalibrierumgebung, für jede eingezeichnete Position sind die Rotationen A (*y*-Achse zeigt nach unten) und B (*x*-Achse zeigt nach unten); hier: Ansicht von oben

2.2 Parameterschätzung

Das funktionale Modell für die Ausgleichung setzt sich aus mehreren Teilschritten zusammen. Zunächst werden die sphärischen Beobachtungen des Laserscanners in kartesische Koordinaten transformiert. So wird die Nullpunktkorrektur r_0 als intrinsischer Parameter für die Berechnung der 3D-Punkte im Vergleich zur Herstellerangabe ergänzt /Velodyne 2019/. Die Begrenzung auf eine Nullpunktkorrektur für alle Scanzeilen erfolgt, da ansonsten eine deutlich größere Anzahl an Positionierungen notwendig wäre, um Referenzplatten mit allen Scanzeilen zu erfassen. In vorherigen Arbeiten hat sich gezeigt, dass bereits eine gemeinsame Nullpunktkorrektur zu deutlichen Verbesserungen bei der Kalibrierung führen /Ernst et al. 2022/. Die sphärischen Koordinaten des i -ten verarbeiteten Punkts, welche die originären Beobachtungen $\bar{\ell}_i = [r_i, e_i, \alpha_i]^T$ mit der Distanz r_i , dem Elevationswinkel e_i und der Horizontalrichtung α_i darstellen, werden verwendet, um die kartesischen Punkte $\mathbf{p}_{s,i}$ zu berechnen:

$$\mathbf{p}_{s,i} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z_{s,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_i + r_0) \cdot \cos(e_i) \cdot \cos(\alpha_i) \\ (r_i + r_0) \cdot \cos(e_i) \cdot \sin(\alpha_i) \\ (r_i + r_0) \cdot \sin(e_i) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Daraufhin werden die Punkte $\mathbf{p}_{s,i}$ zunächst in das Koordinatensystem der Plattform b und anschließend in das Laborkoordinatensystem l transformiert:

$$\mathbf{p}_{l,i} = \mathbf{t}_{b,k}^l + \mathbf{R}_{b,k}^l \cdot (\mathbf{t}_s^b + \mathbf{R}_s^b \mathbf{p}_{s,i}), \quad (2)$$

wobei \mathbf{t} die 3D-Translationsvektoren und \mathbf{R} die 3D-Rotationsmatrizen sind. Die tiefgestellten Buchstaben stehen dabei für die Ausgangskoordinatensysteme und die hochgestellten Buchstaben stehen für die Zielkoordinatensysteme. Die Rotationsmatrizen werden aus der Multiplikation der Einzelrotationen mit Eulerwinkeln gebildet /Luhmann 2018/:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\kappa) & -\sin(\kappa) \\ 0 & \sin(\kappa) & \cos(\kappa) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & 0 & \sin(\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\varphi) & 0 & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\omega) & -\sin(\omega) & 0 \\ \sin(\omega) & \cos(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

welche als $\bar{\omega} = [\omega, \varphi, \kappa]$ zusammengefasst werden.

Zuletzt muss die Distanz zwischen den transformierten Punkten und den Referenzplatten minimiert werden. Dazu kann eine Ebenenparametrisierung mittels Hesse'scher Normalform mit dem Normalenvektor \mathbf{n}_j und dem Abstandparameter d_j gewählt werden. Im gegebenen Anwendungsfall hat die Hesse'sche Normalform aber einen Nachteil. Eine Ebene im 3D-Raum hat drei Freiheitsgrade, wird aber in dieser Form durch vier Parameter bestimmt. Daher muss eine Restriktion für die Länge des Normalenvektors angesetzt werden:

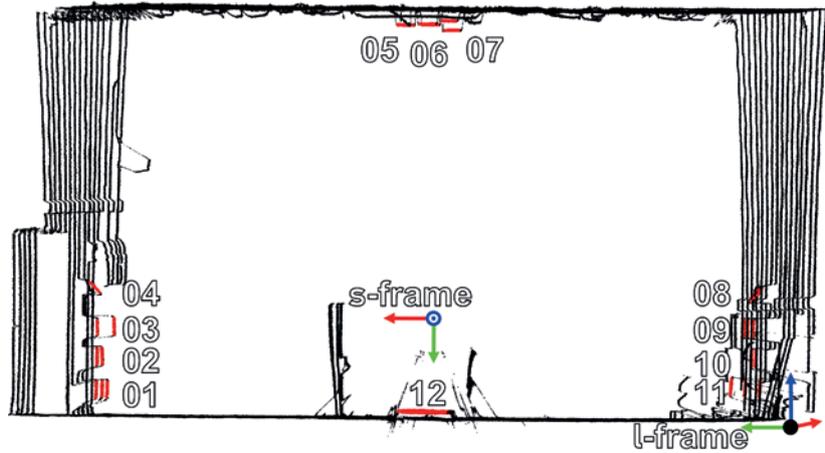


Abb. 3 | Punktwolke Pos1A mit zugeordneten Punkten (rot) mit Ebenen und Koordinatensystemen

$$\|\mathbf{n}_j\| = 1. \quad (4)$$

Diese Unterbestimmung der Parameter führt zu einer singulären Varianz-Kovarianz-Matrix (VKM) der Ebenenparameter, welche bei der Aktualisierung der Ebenenparameter im GHM mit Restriktionen zu Problemen in der Schätzung führen. Beim Invertieren der Gewichtungsmatrix kommt es zu Problemen durch die Vorinformationen in der VKM der Beobachtungen (Gl. (11)). Zur Abhilfe des Problems bieten sich zwei Lösungen an. Entweder kann auf eine rekursive Parameterschätzung mithilfe eines entsprechenden Kalman-Filters zurückgegriffen werden /Vogel et al. 2022/ oder es kann trotzdem ein GHM mit eingeführten stochastischen Parametern verwendet werden, für welches die Ebenenparametrisierung angepasst wird.

Zur Umsetzung der zweiten Möglichkeit kann die Ebene beispielsweise durch den nächsten Punkt zum Ursprung beschrieben werden. Dazu werden die Elemente des Normalenvektors mit dem Abstandparameter multipliziert /Geneva et al. 2018/:

$$\bar{\mathbf{n}}_j = \mathbf{n}_j \cdot d_j. \quad (5)$$

Somit kann die Ebene vollständig mit drei Parametern beschrieben werden und die VKM hat vollen Rang. Nachteil dieser Parametrisierung ist, dass Ebenen, welche durch den Ursprung verlaufen, nicht beschrieben werden können. Dies ist bei einer Kalibrierumgebung jedoch kein Problem, da das Datum für das Koordinatensystem entsprechend festgelegt werden kann. Mit der angepassten Ebenenparametrisierung kann nun für jeden der n transformierten Punkte $\mathbf{p}_{l,i}$ der Widerspruch w_j zur zugeordneten Referenzplatte j für die Position k berechnet werden:

$$w_i = \mathbf{p}_{l,i}^T \cdot \frac{\bar{\mathbf{n}}_j}{\|\bar{\mathbf{n}}_j\|} - \|\bar{\mathbf{n}}_j\|. \quad (6)$$

So ergibt sich das funktionale Modell als implizite Messgleichungen mit

$$h_i(\bar{\ell}_i, \mathbf{t}_s^b, \bar{\omega}_s^b, \mathbf{t}_{b,k}^l, \bar{\omega}_{b,k}^l, \bar{\mathbf{n}}_j) \stackrel{!}{=} 0 \quad (7)$$

Für die Ausgleichung aller Parameter ergibt sich somit der Parametervektor

$$\mathbf{x} = [\mathbf{t}_s^b, \bar{\omega}_s^b, \mathbf{t}_{b,k=1}^l, \bar{\omega}_{b,k=1}^l, \dots, \mathbf{t}_{b,k=K}^l, \bar{\omega}_{b,k=K}^l, \bar{\mathbf{n}}_{j=1}, \dots, \bar{\mathbf{n}}_{j=J}]^T \quad (8)$$

mit insgesamt u Elementen, wobei insgesamt K Positionen und J Ebenen verwendet werden. Der vollständige Beobachtungsvektor setzt sich aus den Beobachtungen des Laserscanners und den stochastischen Vorinformationen zusammen. Dabei werden die Positionen und Orientierungen der Plattform als Posen und die Ebenenparameter eingeführt. Während die Ebenenparameter bei permanenten, stabilen Kalibrierumgebungen aus vorherigen Epochen (vergangene Kalibrierungen) stammen können, werden die Positionen und Orientierungen sowie deren VKM aus der Bestimmung der Plattformpose bei der Kalibrierung bestimmt. In diesem Fall werden dazu Lasertrackermessungen verwendet. Der Beobachtungsvektor setzt sich damit wie folgt zusammen:

$$\boldsymbol{\ell} = \left[\bar{\boldsymbol{\ell}}_{i=1}, \dots, \bar{\boldsymbol{\ell}}_{i=n}, \mathbf{t}_{b,k=1}^T, \bar{\boldsymbol{\omega}}_{b,k=1}^T, \dots, \mathbf{t}_{b,k=K}^T, \bar{\boldsymbol{\omega}}_{b,k=K}^T, \bar{\mathbf{n}}_{j=1}, \dots, \bar{\mathbf{n}}_{j=J} \right]^T \quad (9)$$

Die VKM der Beobachtungen $\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\ell}\boldsymbol{\ell}}$ setzt sich aus den angenommenen Standardabweichungen der Messgrößen des Laserscanners sowie den VKM der Posen sowie Ebenen zusammen. Die Standardabweichungen der Beobachtungen des Laserscanners werden wie in /Ernst et al. 2022/ beschrieben bestimmt. Dazu wird eine Ausgleichung der Pose des Laserscanners ohne weitere Parameter durchgeführt, um eine Varianzkomponentenschätzung (VKS) nach /Heiker 2013/ zur Bestimmung des stochastischen Modells für den VLP-16 durchzuführen. Die für den verwendeten Laserscanner bestimmten Werte sind in Tab. 1 gezeigt.

Aus den Standardabweichungen der Messgrößen wird die VKM der Laserscannerbeobachtungen gebildet:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\overline{\boldsymbol{\ell}}\overline{\boldsymbol{\ell}}} = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_e^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\alpha^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Somit setzt sich die VKM der Beobachtungen wie folgt als blockdiagonale Matrix zusammen:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\ell}\boldsymbol{\ell}} = \text{diag}(\boldsymbol{\Sigma}_{\overline{\boldsymbol{\ell}}\overline{\boldsymbol{\ell}}} \dots \boldsymbol{\Sigma}_{\overline{\boldsymbol{\ell}}\overline{\boldsymbol{\ell}}} \boldsymbol{\Sigma}_{k=1} \dots \boldsymbol{\Sigma}_{k=K} \boldsymbol{\Sigma}_{j=1} \dots \boldsymbol{\Sigma}_{j=J}), \quad (11)$$

wobei $\boldsymbol{\Sigma}_k$ und $\boldsymbol{\Sigma}_j$ die entsprechenden VKM der k -ten Pose bzw. j -ten Ebene als stochastische Vorinformationen darstellen. Die verschiedenen Elemente werden unkorreliert angenommen. Im Gegensatz zu den stochastischen Vorinformationen ist $\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\ell}\boldsymbol{\ell}}$ in jedem Eintrag gleich.

Das funktionale Modell kann nur als implizite Messgleichung formuliert werden, damit muss die Ausgleichung als GHM erfolgen /Lenzmann & Lenzmann 2004/. Der Algorithmus wird hier nicht aufgeführt. Die Gleichungen können der Implementierung aus /Ernst et al. 2022/ entnommen werden.

3 ERGEBNISSE

Die Analyse der Ergebnisse der Kalibrierung wird in verschiedene Aspekte aufgeteilt. Zunächst werden die Ausgleichungsergebnisse diskutiert und anschließend werden die geschätzten Parameter anhand einer Evaluationsmessung bewertet. Generell werden vier verschiedene Varianten verglichen, wel-

Messgröße	Distanz σ_r	Horizontalwinkel σ_α	Vertikalwinkel σ_e
Standardabweichung	9,1 mm	0,98 mrad	1,70 mrad

Tab. 1 | Angenommene Standardabweichungen der Beobachtungen des VLP-16

che sich durch die Auswahl der Positionen der Plattform in der Kalibrierumgebung unterscheiden. Die Varianten mit den gewählten Positionen sind in Tab. 2 gezeigt.

Variante 1 entspricht dem Vorgehen aus /Hartmann et al. 2019/, bei dem die Plattform nur einmal in der Mitte der Kalibrierumgebung positioniert wird, um den Vorteil der Symmetrie zu nutzen. Variante 2 entspricht der Konstellation aus /Ernst et al. 2022/, wobei unterschiedliche Positionen die Korrelationen reduzieren und die Schätzung der Nullpunktkorrektur des Laserscanners unterstützen sollen. So werden die Positionen 2 und 3 verwendet, um den Einfluss von Abweichungen einzelner Zeilen des Laserscanners zu reduzieren. Die Positionen 4 und 5 erhöhen die Variationen der Distanzen zwischen Laserscanner und Referenzplatten, womit die Trennung zwischen Translationen und Orientierungen unterstützt wird.

Im Gegensatz zu den Varianten 1 und 2 werden bei den Varianten 3 und 4 die rotierten Positionen, gekennzeichnet mit B, verwendet. Variante 3 verwendet zusätzlich zu den fünf Positionen von Variante 2 auch die rotierten Positionen 1, 4 und 5, um die Einflüsse größerer Distanzen bei der Bestimmung der Rotation um die x -Achse zu nutzen. Für Variante 4 werden alle verfügbaren Positionen verwendet.

Zusätzlich sind in Tab. 2 die Anzahlen der Punkte angegeben, die pro Referenzplatte für die Ausgleichung verwendet werden. Mit den gewählten Punktzahlen liegt die Gesamtanzahl an Laserscannerbeobachtungen für alle Varianten bei 2400 Punkten. Ohne die Angleichung der Punktzahlen zwischen den Varianten wären die Standardabweichungen bei Varianten mit mehr Positionen durch das \sqrt{n} -Gesetz kleiner.

3.1 Ergebnisse der Ausgleichung

Die Ergebnisse der Ausgleichung werden in mehreren Aspekten analysiert. Zunächst werden die geschätzten Parameter und Standardabweichungen der Parameter der verschiedenen Varianten verglichen. Anschließend werden die Korrelationskoeffizienten der geschätzten Parameter der Varianten 1 und 4 analysiert.

Variante	Punkte pro Platte	Position									
		1A	1B	2A	2B	3A	3B	4A	4B	5A	5B
1	200	×									
2	40	×		×		×		×		×	
3	25	×	×	×		×		×	×	×	×
4	20	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×

Tab. 2 | Übersicht der Positionszuordnung und verwendeten Punktzahlen für die Varianten

Die folgende Diskussion der Ergebnisse erfolgt auf Basis von 100 Durchläufen der Schätzung der Parameter. Durch die Verwendung des zufälligen Subsamplings sind Unterschiede zwischen Realisierungen zu erwarten. Der Vergleich auf Basis von mehreren Realisierungen ist in diesem Fall notwendig, da die unterschiedlichen Varianten unterschiedliche Beobachtungen einer Realisierung verwenden. So werden beispielsweise die Schätzergebnisse von Variante 1 nie durch die Auswahl der Beobachtungen in Position 5 beeinflusst. Über eine Vielzahl an Durchläufen reduziert sich der Einfluss der zufälligen Punktauswahl.

Als erster Vergleich der Ergebnisse werden die Mediane der geschätzten Parameter für die 100 Durchläufe in Tab. 3 gezeigt. Die eigentlichen Werte sind speziell für das verwendete System, aber die Unterschiede der Parameter zwischen den Varianten ermöglichen eine erste Analyse. Die Verteilungen der Ergebnisse aus den Durchläufen werden bei der Diskussion der geschätzten Standardabweichungen der Parameter verglichen.

In den geschätzten Parametern zeigt sich die Ausrichtung des Laserscanners auf der Plattform. Das Koordinatensystem der Plattform ist aus praktischen Gründen so gelegt, dass bereits eine grobe Verschiebung als Näherungslösung verwendet werden kann. Eine Kalibrierung kann dann zur Verbesserung der Daten verwendet werden.

Für das verwendete System liegen keine wahren Werte vor, daher werden die Ergebnisse zunächst untereinander verglichen. Dabei zeigt sich ein Unterschied zwischen den Ergebnissen von Variante 1 zu den weiteren Varianten. So haben die zusätzlichen Positionierungen bei den Varianten 2 bis 4 einen entscheidenden Einfluss auf die Schätzung. Die größten Unterschiede der Parameter zeigen sich in den Parametern t_x , ω und r_0 . So zeigen sich bei t_x eine Änderung in der Translation von 5 mm und bei der Nullpunktkorrektur eine Änderung von 4 mm. Bei ω beträgt der Unterschied ungefähr 2,5 mrad zwischen den Varianten 1 und 4.

Durch Konvertieren der Abweichung in der Orientierung kann verdeutlicht werden, warum die genaue Schätzung der Orientierungen von größerer Bedeutung ist als die Schätzung der Translationen. Ein Unterschied von 2,5 mrad führt bei einer üblichen Messdistanz von 30 m zu einem Koordinatenunterschied von 75 mm. Im Vergleich mit den Unterschieden der geschätzten Translationen oder der Nullpunktkorrektur sind daher die Orientierungen wichtiger.

Im nächsten Schritt werden die geschätzten Standardabweichungen der Parameter betrachtet. In Abhängigkeit der verfügbaren Positionen sind unterschiedliche Konstellationen zwischen Laserscanner und Referenzplatten verfügbar, wodurch sich auch die Standardabweichungen ändern. Bei den geschätzten Standardabweichungen sind mehrere Aspekte von Bedeutung.

Variante	t_x	t_y	t_z	ω	φ	κ	r_0
1	77,97 mm	110,71 mm	40,27 mm	-3,16 mrad	-1,72 mrad	-6,40 mrad	-8,13 mm
2	75,31 mm	115,23 mm	40,41 mm	-1,34 mrad	-0,49 mrad	-5,78 mrad	-4,02 mm
3	77,03 mm	115,22 mm	39,95 mm	-0,71 mrad	0,30 mrad	-5,47 mrad	-4,60 mm
4	78,24 mm	115,78 mm	40,09 mm	-0,75 mrad	0,31 mrad	-5,55 mrad	-3,64 mm

Tab. 3 | Übersicht der Mediane der geschätzten Parameter aus den verschiedenen Varianten

Im Allgemeinen sind die Standardabweichungen von der Anzahl der Beobachtungen abhängig. Daher wurde die Gesamtanzahl der Beobachtungen für alle Varianten gleich gehalten. Für eine größere Anzahl an Beobachtungen können kleinere Standardabweichungen erreicht werden, die aber unter Umständen nicht mehr die tatsächliche Unsicherheit der Parameter repräsentieren. Dies ist besonders bei nicht modellierten systematischen Effekten der Fall. Bei der Wahl der Anzahl der Beobachtungen für die Kalibrierung eines Systems ist dieser Einfluss mit der Notwendigkeit einer ausreichenden Redundanz abzuwägen. Dazu können Evaluierungsmessungen wie in Abschnitt 3.2 verwendet werden.

Ein weiterer Aspekt bei den Standardabweichungen ist Isotropie. Isotropie bedeutet, dass die Standardabweichungen entlang aller Koordinatenachsen gleich und unkorreliert sind. Beim VLP-16 ist dies aufgrund der Bauform nicht für alle Achsen erreichbar, da die Messungen von der x - y -Ebene $\pm 15^\circ$ ausgehen und daher die Translationen in dieser Ebene sowie die Rotation um die z -Achse besser bestimmt werden können. Die Übersicht der Mediane der geschätzten Standardabweichungen ist in Tab. 4 gezeigt.

Beim Vergleich der geschätzten Standardabweichungen fallen mehrere Besonderheiten auf. So zeigen sich besonders bei Orientierungswinkeln ω und φ von Variante 1 deutlich größere Werte als bei den anderen Varianten. Bei der Verwendung von mehreren Positionen lassen sich die Standardabweichungen der Orientierungen auf knapp die Hälfte senken. Auch für κ sind kleinere Standardabweichungen zu erreichen. In Hinblick auf die größere Bedeutung der Orientierungswinkel stellt dies eine deutliche Verbesserung dar.

Auch die Verhältnisse der Standardabweichungen entsprechen den Erwartungen. Für alle Varianten werden für die Translationen t_x und t_y und den Orientierungswinkel κ kleinere Standardabweichungen geschätzt als für die anderen Translationen bzw. Orientierungswinkel. Bei den Varianten 3 und 4 zeigt sich eine Isotropie für die Translationen t_x und t_y und die Orientierungswinkel ω und φ . Dieser Einfluss ist durch die rotierten Positionen verursacht und lässt sich geometrisch durch die jeweils zwei Ausrichtungen der Plattform erklären, wobei jeweils einmal die x -Achse parallel zur Achse der Platten an den Wänden verläuft und einmal die y -Achse.

Aus den berechneten Durchläufen lassen sich nicht nur die Mediane der Parameter und der geschätzten Standardabweichungen berechnen, sondern auch die Verteilungen dieser Werte analysieren. Die Verteilungen der Parameter sind zwar noch unimodal, aber nicht mehr normalverteilt. Die Streuung der Werte wird in Tab. 5 mittels der Standardabweichung beschrieben, um einen einfachen Vergleich zu den Ergebnissen aus Tab. 4 zu ermöglichen.

Der Vergleich zwischen den geschätzten und den empirischen Standardabweichungen zeigt zwei verschiedene Muster. Für die Translationen und Nullpunktkorrekturen sind die empirischen Standardabweichungen ungefähr 20 %

– 30 % kleiner als die geschätzten Standardabweichungen, wobei die grundsätzliche Systematik der geschätzten Standardabweichungen erhalten bleibt. Die kleineren Werte für die empirischen Standardabweichungen lassen sich

durch die Unterschiede in der Form der Verteilung erklären.

Bei den Orientierungen zeigen sich deutlich kleinere empirische Standardabweichungen. Bei Variante 1 sind die Werte nur 10 % der geschätzten Standardabweichungen und bei den anderen Varianten liegen sie bei maximal 30 %. Ein Grund für diesen großen Unterschied zwischen den geschätzten Standardabweichungen und der tatsächlichen Streuung der Parameter kann in den Annahmen der Beobachtungsgenauigkeiten liegen. Zu pessimistische Annahmen für die Standardabweichungen der Winkelmessung des Laserscanners führen zu einer Überschätzung der Standardabweichungen der Orientierungen.

Die Verteilungen der geschätzten Standardabweichungen werden an dieser Stelle nicht weiter analysiert. Generell zeigen sich erneut Abweichungen von der Normalverteilung, wobei die Werte für alle Varianten und Parameter im Intervall zwischen 3 µm und 10 µm bzw. 3 µrad und 10 µrad liegen.

Ein weiteres Merkmal für die Qualität der Schätzung sind die Korrelationen zwischen den geschätzten Parametern, welche eine Auskunft über die Unabhängigkeit der Schätzung geben. Ziel ist, einen möglichst kleinen Korrelationskoeffizienten zwischen den jeweiligen geschätzten Parametern zu erreichen. Der Pearson-Korrelationskoeffizient ρ lässt sich aus der VKM der geschätzten Parameter mit

$$\rho_{ab} = \frac{\sigma_{ab}}{\sigma_a \sigma_b} \quad (12)$$

berechnen. Dabei stehen a und b für die jeweiligen Parameter. Die Kovarianzen σ_{ab} finden sich auf den Nebendiagonalen und die Standardabweichungen σ_a sind die Wurzel der Diagonalen. In Abb. 4 sind die Korrelationskoeffizienten für Variante 1 (obere Dreiecksmatrix) und Variante 4 (untere Dreiecksmatrix) eines Durchlaufs verglichen. Ein Durchlauf reicht für den Vergleich aus, da sich die Struktur der VKM aus der Geometrie ergibt, welche durch das Subsampling nicht beeinflusst wird. Die VKM ist symmetrisch, womit auch die Korrelationsmatrizen symmetrisch sind. Somit gehen bei der Vergleichsdarstellung in Abb. 4 keine Informationen verloren. Variante 1 weist die größten maximalen Korrelationskoeffizienten der vergliche-

Variante	$\hat{\sigma}_{t_x}$	$\hat{\sigma}_{t_y}$	$\hat{\sigma}_{t_z}$	$\hat{\sigma}_{\omega}$	$\hat{\sigma}_{\varphi}$	$\hat{\sigma}_{\kappa}$	$\hat{\sigma}_{r_0}$
1	0,20 mm	0,24 mm	0,27 mm	0,73 mrad	0,77 mrad	0,37 mrad	0,16 mm
2	0,23 mm	0,30 mm	0,34 mm	0,43 mrad	0,43 mrad	0,30 mrad	0,20 mm
3	0,25 mm	0,26 mm	0,34 mm	0,34 mrad	0,34 mrad	0,25 mrad	0,20 mm
4	0,26 mm	0,25 mm	0,32 mm	0,33 mrad	0,33 mrad	0,24 mrad	0,20 mm

Tab. 4 | Übersicht der Mediane der geschätzten Standardabweichungen der Parameter aus den verschiedenen Varianten

Variante	σ_{t_x}	σ_{t_y}	σ_{t_z}	σ_{ω}	σ_{φ}	σ_{κ}	σ_{r_0}
1	0,16 mm	0,18 mm	0,20 mm	0,09 mrad	0,06 mrad	0,07 mrad	0,14 mm
2	0,20 mm	0,25 mm	0,27 mm	0,11 mrad	0,08 mrad	0,08 mrad	0,17 mm
3	0,20 mm	0,21 mm	0,27 mm	0,09 mrad	0,08 mrad	0,06 mrad	0,17 mm
4	0,21 mm	0,18 mm	0,26 mm	0,08 mrad	0,08 mrad	0,06 mrad	0,16 mm

Tab. 5 | Übersicht der empirischen Standardabweichungen der Parameter aller Durchläufe aus den verschiedenen Varianten

nen Varianten auf, bei Variante 4 sind die Korrelationskoeffizienten minimal.

Generell sind die meisten Korrelationskoeffizienten der geschätzten Parameter durch die komplette Ausgleichung mit den Ebenenparametern und Plattformposen gering. Der größte Korrelationskoeffizient zweier Parameter tritt bei der gezeigten Variante 1 zwischen den Orientierungen ω und φ auf. Das lässt darauf schließen, dass bei Variante 1, also unter Benutzung von nur einer Position in der verwendeten Kalibrierumgebung, keine ausreichende

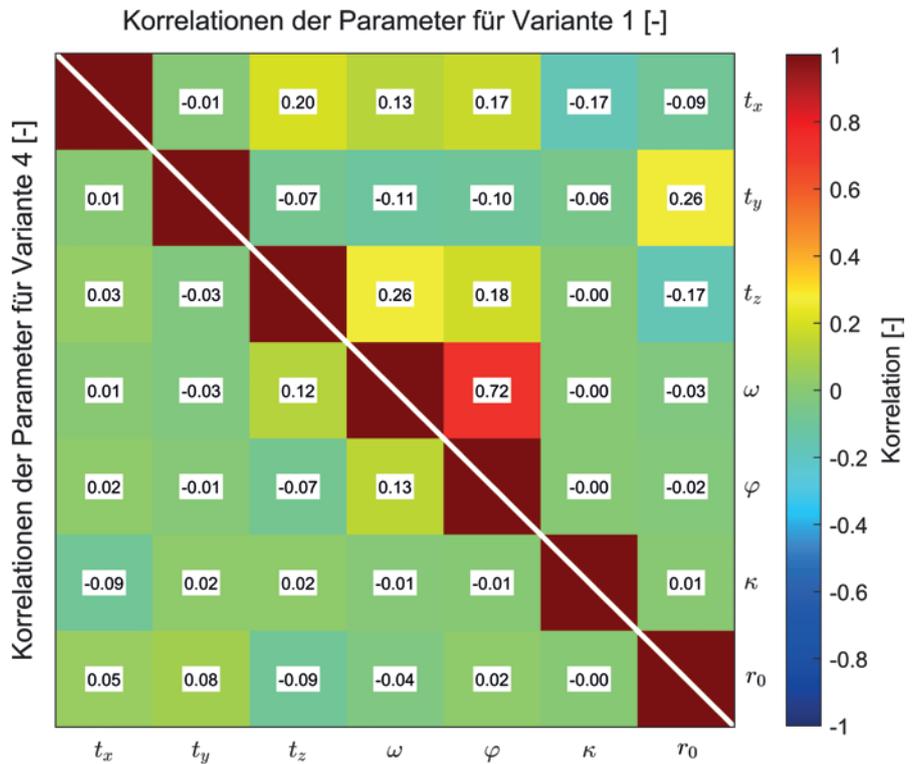


Abb. 4 | Vergleich der Korrelationskoeffizienten der geschätzten Parameter zwischen Variante 1 und 4

Trennung der beiden Orientierungen möglich ist. Damit bestätigt sich der Eindruck der geschätzten Standardabweichungen, dass mehrere Positionierungen eine bessere geometrische Konstellation ermöglichen.

3.2 Evaluation mittels statischer Messung

Für die Evaluation der Kalibrierungsergebnisse wird direkt nach der eigentlichen Kalibrierung eine weitere Position mit horizontal ausgerichteter Plattform gemessen. Die Wahl der Ausrichtung der Plattform ist entsprechend gewählt, um eine unterschiedliche Konstellation zu den Positionen der Kalibrierung zu realisieren. Über die gemessenen Platten 1 bis 4 und 8 bis 11 wirken sich trotzdem Abweichungen aller sechs Freiheitsgrade auf die Ergebnisse aus. Die Evaluation erfolgt auf Basis der Abweichungen zu den Referenzplatten der Kalibrierumgebung. Die Daten der Evaluation werden nicht für die Schätzung der Parameter verwendet.

Die Berechnung der Abweichungen erfolgt wie in Gl. (2) und in Gl. (6) beschrieben als Distanzberechnung auf Basis der Medianparameter aus Tab. 3. Anschließend wird jeweils der Root Mean Square Error (RMSE) der Distanzen mit

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^2} \tag{13}$$

für alle n zugeordneten Punkte berechnet und in Tab. 6 gezeigt.

Variante	RMSE
1	9,26 mm
2	9,24 mm
3	8,43 mm
4	8,40 mm

Tab. 6 | Abweichungen bei statischer Evaluationsmessung

Beim Vergleich der Varianten zeigen sich kleinere Abweichungen für die Varianten 3 und 4. In Anbetracht der angenommenen Standardabweichungen der Messgrößen in Tab. 1 sind die Unterschiede zwischen den ersten beiden Varianten zu den weiteren Varianten als signifikant zu bewerten. Die Unterschiede innerhalb dieser Gruppen sind in diesem Aufbau nicht signifikant. In Bezug auf die geschätzten Parameter aus Tab. 3 ist der Unterschied der Abweichungen durch den Orientierungswinkel ω zu erklären, welcher den größten Unterschied zwischen den beiden Gruppen darstellt. Über alle Varianten zeigt sich, dass durch die Nutzung von mehreren, unterschiedlich ausgerichteten Positionen genauere Ergebnisse bei der Kalibrierung zu erreichen sind.

4 SCHLUSSFOLGERUNG UND AUSBLICK

In diesem Beitrag wurden zwei Weiterentwicklungen für die Systemkalibrierung eines Laserscanners auf einer Sensorplattform gezeigt. Diese Entwicklungen wurden an einer Plattform mit einem Velodyne VLP-16 empirisch validiert, sind aber auf Systeme mit anderen Profil- oder Fächerlaserscannern anwendbar. Einerseits können

durch die gezielte Wahl von mehreren Positionen des Systems in der Kalibrierumgebung genauere Ergebnisse erreicht werden. Die Korrelationskoeffizienten der geschätzten Parameter und die Standardabweichungen der Orientierungen konnten gesenkt werden. Auch bei der Evaluation zeigen sich geringere Abweichungen für die Varianten mit mehreren Positionen. Andererseits wurde die Möglichkeit der Nutzung der vollständigen Ausgleichung zum Aktualisieren der Ebenenparameter aus einer vorherigen Messung gezeigt. Dazu wurde eine entsprechende Ebenenparametrisierung eingeführt.

Die Schätzung der Ebenenparameter kann auch zu Problemen führen. Bei zu optimistischen Annahmen für die Messgenauigkeit des Laserscanners können die Ebenenparameter in der Schätzung verfälscht werden. Um dies zu verhindern, müssen entsprechende intrinsische Sensormodelle für die zu kalibrierenden Laserscanner verwendet werden /Glennie et al. 2016/. Zudem sind die Verteilungsannahmen der Messgrößen des Laserscanners zu überprüfen. Bei der verwendeten VKS wird die Normalverteilung angenommen, welche auf Basis der Ergebnisse der Streuung der Parameter zu hinterfragen ist. Auch die Positionswahl kann weiter optimiert werden. Bisher sind die Positionen auf Basis von Erfahrungen und geometrischen Überlegungen festgelegt worden. Für weitere Optimierungen können verschiedene Algorithmen zur nichtlinearen Optimierung verwendet werden, wie etwa genetische Algorithmen /Hartmann et al. 2019/, /Bureick et al. 2019/ oder eine Partikelschwarmoptimierung /Wang & Li 2004/.

**Wir
wünschen
Ihnen und
Ihren Familien
ein schönes
Weihnachtsfest
und ein glückliches,
erfolgreiches neues
Jahr!**

DANKSAGUNG

Diese Forschung wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) im Rahmen des Graduiertenkollegs i.c.sens [GRK 2159] gefördert.

LITERATUR

Bureick, J.; Alkhatib, H.; Neumann, I. (2019): Fast converging elitist genetic algorithm for knot adjustment in B-spline curve approximation. In: *Journal of Applied Geodesy* 13(2019)4, 317–328.

Droeschel, D.; Behnke, S. (2018): Efficient Continuous-Time SLAM for 3D Lidar-Based Online Mapping. In: 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, New York.

Ernst, D.; Alkhatib, H.; Neumann, I.; Vogel, S. (2022): Analysis of Multiple Positions for the Intrinsic and Extrinsic Calibration of a Multi-Beam LiDAR. In: 2022 25th International Conference on Information Fusion (FUSION). IEEE, New York.

Geneva, P.; Eckenhoff, K.; Yang, Y.; Huang, G. (2018): LIPS: LiDAR-Inertial 3D Plane SLAM. In: 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, New York.

Glennie, C. L.; Kusari, A.; Facchin, A. (2016): Calibration and Stability Analysis of the VLP-16 Laser Scanner. In: *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing & Spatial Information Sciences* (2016)XL-3/W4, 55–60.

Hartmann, J.; Gössel, I. von; Schild, N.; Dorndorf, A.; Paffenholz, J.-A.; Neumann, I. (2019): Optimisation of the Calibration Process of a k-TLS Based Multi-Sensor-System by Genetic Algorithms. In: *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences* (2019)XLII-2/W13, 1655–1662.

Heiker, A. (2013): Mutual validation of Earth orientation parameters, geophysical excitation functions and second degree gravity field coefficients. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Bd. 697. München.

Heinz, E. (2021): Beiträge zur Kalibrierung und Evaluierung von Multisensorsystemen für kinematisches Laserscanning. Universitäts- und Landesbibliothek Bonn.

Hillemann, M.; Weinmann, M.; Mueller, M. S.; Jutzi, B. (2019): Automatic Extrinsic Self-Calibration of Mobile Mapping Systems Based on Geometric 3D Features. In: *Remote Sensing* 11(2019)16, 1955.

Lenzmann, L.; Lenzmann, E. (2004): Strenge Auswertung des nichtlinearen Gauß-Helmert-Modells. In: *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten* (avn) 111(2004)2, 68–73.

Luhmann, T. (2018): *Nahbereichsphotogrammetrie*. 4. Auflage. Wichmann, Berlin/Offenbach.

Shahraji, M. H.; Larouche, C. (2022): Case Study: Rigorous Bore-sight Alignment of a Marine Mobile LiDAR System Addressing the Specific Demands of Port Infrastructure Monitoring. In: *Marine Geodesy* (2022), 1–18.

Shi, B.; Yu, P.; Yang, M.; Wang, C.; Bai, Y.; Yang, F. (2021): Extrinsic Calibration of Dual LiDARs Based on Plane Features and Uncertainty Analysis. In: *IEEE Sensors Journal* 21(2021)9, 11117–11130.

Strübing, T.; Neumann, I. (2013): Positions- und Orientierungsschätzung von LiDAR-Sensoren auf Multisensorplattformen. In: *Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* (zfv) 138(2013)3, 210–221.

Velodyne (2019). *VLP-16 Manual: User's Manual and Programming Guide*.

Vogel, S.; Ernst, D.; Neumann, I.; Alkhatib, H. (2022): Recursive Gauss-Helmert model with equality constraints applied to the efficient system calibration of a 3D laser scanner. In: *Journal of Applied Geodesy* 16(2022)1, 37–57.

Wang, X.-H.; Li, J.-J. (2004): Hybrid particle swarm optimization with simulated annealing. In: *Proceedings of 2004 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. IEEE, New York.

Zhou, L.; Li, Z.; Kaess, M. (2018): Automatic extrinsic calibration of a camera and a 3d lidar using line and plane correspondences. In: 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, New York.

M. Sc. Dominik Ernst

LEIBNIZ UNIVERSITÄT HANNOVER
GEODÄTISCHES INSTITUT HANNOVER

Nienburger Str. 1 | 30167 Hannover
ernst@gih.uni-hannover.de



Dr.-Ing. Sören Vogel

LEIBNIZ UNIVERSITÄT HANNOVER
GEODÄTISCHES INSTITUT HANNOVER

Nienburger Str. 1 | 30167 Hannover
vogel@gih.uni-hannover.de



Prof. Dr.-Ing. Ingo Neumann

LEIBNIZ UNIVERSITÄT HANNOVER
GEODÄTISCHES INSTITUT HANNOVER

Nienburger Str. 1 | 30167 Hannover
neumann@gih.uni-hannover.de



PD Dr.-Ing. Hamza Alkhatib

LEIBNIZ UNIVERSITÄT HANNOVER
GEODÄTISCHES INSTITUT HANNOVER

Nienburger Str. 1 | 30167 Hannover
alkhatib@gih.uni-hannover.de



Manuskript eingereicht: 30.09.2022 | Im Peer-Review-Verfahren begutachtet