

Empirische Betrachtungen zur Genauigkeit von Kreiselazimuten mit DMT Gyromat 2000 & DMT Gyromat 5000

Empirical Considerations on the Accuracy of Gyro Azimuths Using DMT Gyromat 2000 & DMT Gyromat 5000

Otto Heunecke, Wolfgang Liebl

Basierend auf Datenbeständen eigener Untersuchungen wird der Frage nachgegangen, ob die Spezifikationen der Vermessungskreisel DMT Gyromat 2000 und DMT Gyromat 5000 gemäß DIN 18723-7 bestätigt werden können. Bei der Norm geht es allein um die Bestimmung der Präzision eines Kreiselazimuts, was von der Genauigkeit, mit der ein Richtungswinkel ermittelt werden kann, zu unterscheiden ist. Da das Richtmoment eines Kreisels breitenabhängig ist, besteht diesbezüglich eine Korrelation zur Genauigkeit eines Kreiselazimuts.

Schlüsselwörter: DIN 18723-7, Kreiselazimut, Richtmoment, Signifikanztests von Varianzen, Vermessungskreisel

Based on data of own investigations, the question is discussed whether the specifications of the gyroscopes DMT Gyromat 2000 and DMT Gyromat 5000 according to DIN 18723-7 can be confirmed. The DIN standard is only about determining the precision of a gyro azimuth. This is to differ from the accuracy of determining a directional angle. As the northing moment of a gyro depends on latitude, there is a correlation, which will influence the accuracy of a gyro azimuth.

Keywords: DIN 18723-7, gyro azimuth, gyroscopes, northing moment, significance tests of variances

1 EINLEITUNG

Vermessungskreisel ermöglichen in der Horizontalen die Richtungsübertragung von einer Bezugslinie auf eine andere Linie, ohne dass dazu ein verbindendes geodätisches Netz erforderlich ist. Ihre Hauptanwendungen liegen bei der Orientierungsbestimmung unterirdischer Netze, speziell bei Tunnelbauvorhaben und im Bergbau.

Der Winkel zwischen der Schwingungsmittellage der Rotationsachse eines schweregeffesselten Kreisels und der Zielung zu einem Anschlusspunkt ist die Weisung W (Abb. 1). Erst durch die konsequente Berücksichtigung instrumenteninterner Effekte wie der Nullpunktkorrektur E (auch als Eichwert bezeichnet), einer Temperaturkorrektur und verschiedenen Reduktionen, u. a. wegen der Meridiankonvergenz c und der Abbildung in die Ebene dT , erfolgt der Übergang von dem natürlichen Koordinatensystem des Erdkörpers, welches dem Kreiselprinzip zugrunde liegt, zu dem Koordina-

tenreferenzsystem des Projekts, wo eine Richtungsbestimmung t gefordert ist. Darüber hinaus ist zur Minimierung etwaiger systematischer Einflüsse ein feststehendes Messschema einzuhalten, wobei die Messanordnungen z. B. im Hinblick auf etwaige Auswirkungen der Horizontalrefraktion wohlüberlegt festzulegen sind. Gesuchtes Ergebnis einer Kreismessung ist letztlich der Richtungswinkel t im jeweiligen Koordinatenreferenzsystem des Projekts (siehe hierzu z. B. /Zanini 1992/, /Grillmayer 2003/).

Gegenstand der DIN 18723-7 „Feldverfahren zur Genauigkeitsuntersuchung geodätischer Instrumente – Vermessungskreisel“ /DIN 18723-7:1990/ ist allein die Ermittlung der Präzision einer Weisung W . Dies entspricht der Präzision eines Kreisel- oder Rohazimuts A . Weitere zur Auswertung von Kreismessungen benötigte Korrekturen, wie z. B. die Bestimmung von E , und erforderliche

$$\sigma_a = \sqrt{\beta_0^2 + \beta_1^2 / \cos^2 \varphi}, \quad (6)$$

mit den angegebenen Koeffizienten $\beta_0 = 0,30 \text{ mgon}$ und $\beta_1 = 0,50 \text{ mgon}$ (Funktionsverlauf siehe auch hier *Abb. 3*).

Ein kompletter DMT-Kreisler wiegt ca. 11 kg ohne den adaptierten Theodoliten oder Tachymeter. Neu an dem DMT Gyromat 5000 (siehe *Abb. 2*), erstmals vorgestellt auf der Intergeo 2013, gegenüber den Vorgängermodellen sind ein Piezoantrieb mit hochauflösendem Winkel-Encoder und ein neues Energiekonzept mit zuverlässigem Energy Storage System. Wechselbare Akkus machen das System im Betrieb nutzerfreundlich, da mehrere Linien ohne zusätzliche Pufferung beobachtet werden können. Allerdings ist der Kreisler für den Wechsel der Akkus kurz auszuschalten.

An eine RS-232-Schnittstelle kann ein Bluetooth-Modul angeschlossen werden, sodass die Bedienung des Kreislers über ein Tablet erfolgen kann. Zudem erlaubt die automatische Zielsuche des Leica TS15 (Automatic Target Recognition, ATR) die Zieleinstellung eines Prismas ohne Interaktion des Operators. Die drahtlose Kommunikation ermöglicht zudem die ständige Kontrolle des Messprozesses, speziell der Batteriekapazitäten des Kreislers und des Tachymeters, ohne dass der Operateur ständig unmittelbar am Instrument stehen und intervenieren muss. Die ausgelesenen Daten können nach Abschluss der Messungen mit einem eigenen Programm (LabView-Umgebung mit integrierten Matlab-Skripten) umgehend bis zum gesuchten Richtungswinkel weiterverarbeitet werden, sodass im Bedarfsfall ein vorläufiges Ergebnis noch vor Ort mitgeteilt werden kann.

3 VERWENDETE DATENSÄTZE

Die Messeinsätze mit Vermessungskreiseln bei Tunnelprojekten sollten grundsätzlich nach dem folgenden Schema erfolgen (siehe auch /Heister & Liebl 2010/):

- Zeitnahe Überprüfung des Instruments durch Bestimmung von $E = E_0 + E_{\text{ref, vorher}}$ auf einer astronomischen Referenzlinie (Kalibrierbasis),
- Bestimmung einer lokalen Netzverdrehung durch Kreiselmessungen auf einer Referenzlinie im Portalbereich mit dem Ergebnis $E_{\text{lok, vorher}} = E + \Delta E_{\text{vorher}}$,
- Messung einer Linie und ggf. weiterer im Vortriebsnetz unter Tage,
- erneute Messung der Referenzlinie im Portalbereich; Ergebnis $E_{\text{lok, nachher}} = E + \Delta E_{\text{nachher}}$,
- erneute zeitnahe Überprüfung auf der astronomischen Referenzlinie wie zu Beginn; Ergebnis $E = E_0 + E_{\text{ref, nachher}}$ und damit eine durchgreifende Kontrolle der Funktionsfähigkeit des Kreislers.

Alle Linien sollten grundsätzlich im Hin- und Rückblick gemessen werden. Standardmäßig wird, wenn hohe Genauigkeitsanforderungen gestellt sind, die Azimutbestimmung jeweils fünffach bei Neuinitialisierung des Instruments (DMT-Messprogramm 1) wiederholt, um möglichst unabhängige Bestimmungen der Schwingungsmittellage zu erhalten. Der Kreisler sollte dabei zudem jedes Mal neu horizontalisiert werden, um zu einer gewissen Randomisierung etwaiger Effekte bedingt durch die Horizontalisierung zu gelangen. Sind ausreißende Messwerte vorhanden, was anhand der automatisierten Datenregistrierung unmittelbar durch den Operateur festgestellt



Abb. 2 | DMT Gyromat 5000 mit adaptierten Leica TS15 auf dem Taxiway der UniBw München

werden kann, erfolgen in den Projekten weitere Repetitionen. Die Richtungsmessungen mit dem Theodolit bzw. Tachymeter erfolgen stets in beiden Fernrohrlagen, um die Achsfehler zu kompensieren. Gegebenenfalls ergibt sich erst bei der späteren häuslichen Auswertung, dass ein Messwert als Ausreißer zu bewerten und somit zu streichen ist. Die Anzahl n der Messwerte für die hier anstehenden Genauigkeitsbetrachtungen ist daher in den Projekten unterschiedlich. Hinzu kommt, dass es Projekte mit zwei Referenzlinien gibt und je nach Aufgabenstellung eine oder mehrere Linien im Tunnel zu beobachten sind. Alle betrachteten Projekte A bis G liegen zwischen den geographischen Breiten $\varphi \approx 47^\circ\text{N}$ und $\varphi \approx 60^\circ\text{N}$. Damit gibt es drei zu unterscheidende Gruppen von Messungen bei Tunnelprojekten:

- Messungen auf der astronomischen Referenzstrecke der UniBw M, dem sog. Taxiway (Kalibrierbasis; siehe *Abb. 2*). Hierbei handelt es sich um äußerst stabil gegründete Messpfeiler mit 5/8" Zwangszentrierung in einem Abstand von ca. 440 m.
- Messungen in den Portalnetzen der Tunnelbauvorhaben. Diese Referenzlinien variieren in den Projekten sowohl in ihrer Länge und in der Art ihrer Vermarkung, d. h. Vermessungspfeiler unterschiedlicher Bauart oder Stativaufbau über Bodenpunkt. Anders als bei den Messungen auf dem Taxiway besteht bei den Messungen im Portalnetz während einer Messkampagne aufgrund zeitlicher Restriktionen oft nicht die Möglichkeit des Wartens auf günstigere Wetterbedingungen.
- Messungen auf den Polygonseiten im Tunnel, die in den Tunnelbauvorhaben ebenfalls unterschiedliche Längen und Vermarkungen aufweisen. Übliche Vermarkungsformen sind Stahlkonsolen im Ulmenbereich, Stahlsäulen oder Bodenpunkte in Tunnelmitte. Die herangezogenen Datensätze der Projekte A bis G sind unter unterschiedlichen Wetter- und Umweltbedingungen gewonnen. Gewisse Störungen durch Schwingungen, hervorgerufen durch Wind oder Baubetrieb, sind vereinzelt enthalten. Systematische Einflüsse der Horizontalrefraktion zeigen sich immer erst bei einem Vergleich von Hin- und Rückmessungen einer Linie und kommen bei einer stationsweisen Auswertung wie im Folgenden nicht zum Tragen. Die Datensätze der Gruppen „Portalnetz“ und „Tunnel“

können als repräsentativ für den Einsatz von Vermessungskreiseln in Tunnelbauprojekten betrachtet werden. Durchgehend beachtet ist neben einer einwandfreien Horizontierung und einem stabilen Aufbau die erforderliche Akklimatisierungszeit eines Kreisels, bevor mit den Messungen begonnen wird. /DMT 2004, 2014/ gibt bei einer Temperaturdifferenz von 10 K zwischen der Umgebungstemperatur und der kiselinternen Temperatur eine Wartezeit von mindestens 45 min an. Eigenen Erfahrungen nach sollten die vom Hersteller angegebenen Akklimatisierungszeiten keinesfalls unterschritten werde. Optimalerweise wird ein Kiesel vor Beginn der Messungen bereits so gelagert, dass er sich z. B. über Nacht den Temperaturen im Tunnel anpassen kann.

4 SIGNIFIKANZTESTS UND VERTRAUENSBEREICHE FÜR VARIANZEN

Ist s_1^2 eine aus einer Stichprobe des Umfangs n_1 ermittelte empirische Varianz mit $f_1 = n_1 - 1$ Freiheitsgraden (siehe Gl. (3)) und soll diese Größe auf Übereinstimmung mit einer theoretischen Varianz σ_1^2 getestet werden, so ist

$$H_0: E \{s_1^2\} = \sigma_1^2 \quad (7)$$

die Nullhypothese. Bei zweiseitiger Fragestellung lautet die Alternativhypothese

$$H_A: E \{s_1^2\} \neq \sigma_1^2. \quad (8)$$

Die normierte Prüfgröße

$$T_{\chi^2} = \frac{s_1^2 \cdot f_1}{\sigma_1^2} \sim \chi_{f_1}^2 \quad (9)$$

ist χ^2 -verteilt mit f_1 Freiheitsgraden /Benning 2002/, /Heunecke et al. 2013/. Gelten $\chi_{f_1; \alpha/2}^2 < T_{\chi^2}$ und $T_{\chi^2} \leq \chi_{f_1; 1-\alpha/2}^2$, können s_1^2 und σ_1^2 auf dem Sicherheitsniveau $1-\alpha$ als gleich angesehen werden. Der zweiseitige Test korrespondiert mit dem Vertrauensbereich für eine Standardabweichung /Höpcke 1980/, /Niemeier 2008/:

$$P \left\{ \sqrt{\frac{f_1 \cdot s_1^2}{\chi_{f_1; 1-\alpha/2}^2}} < \sigma_1 \leq \sqrt{\frac{f_1 \cdot s_1^2}{\chi_{f_1; \alpha/2}^2}} \right\} = P \{ a < \sigma_1 \leq b \} = 1 - \alpha. \quad (10)$$

Formuliert man die Nullhypothese als

$$H_0: E \{s_1^2\} \leq \sigma_1^2, \quad (11)$$

um das Einhalten einer spezifizierten Größe σ_1^2 als Obergrenze zu prüfen, gilt

$$P \{ T_{\chi^2} \leq \chi_{f_1; 1-\alpha}^2 \} = 1 - \alpha. \quad (12)$$

Die Nullhypothese (Gl. (11)) wird verworfen, wenn $T_{\chi^2} > \chi_{f_1; 1-\alpha}^2$.

Liegt für den Vergleich mit s_1^2 eine Varianz s_2^2 , berechnet mit f_2 Freiheitsgraden, vor, die aus einer Stichprobe stammt, deren theoretische Varianz σ_2^2 ist, so lautet die Nullhypothese

$$H_0: E \{s_1^2 / s_2^2\} = c \quad (13)$$

und bei einseitiger Fragestellung die Alternativhypothese

$$H_A: E \{s_1^2 / s_2^2\} > c. \quad (14)$$

Die Prüfgröße

$$T_F = \frac{\frac{1}{\sigma_1^2} \sum_{i=1}^{n_1} (v_i^2)_1}{\frac{1}{\sigma_2^2} \sum_{i=1}^{n_2} (v_i^2)_2} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \cdot \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{s_1^2}{c \cdot s_2^2} \quad (15)$$

ist F -verteilt. Da f_1 und f_2 in der Dichtefunktion nicht austauschbar sind, ist darauf zu achten, dass stets die größere Varianz im Zähler steht. Ergibt der Test $T_F < F_{f_1, f_2; 1-\alpha}$, so ist die Nullhypothese (Gl. (13)) zu akzeptieren /Höpcke 1980/. Dieser Test geht von einem hypothetischen Quotienten der theoretischen Varianzen σ_1^2 und σ_2^2 aus, der wichtigste Sonderfall ist $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ ($c = 1$). /Benning 2002/ führt für einen Test auf Gleichheit des Größenverhältnisses c bei zweiseitiger Fragestellung an:

$$P \left\{ F_{f_1, f_2; \alpha/2} < \frac{s_1^2}{c \cdot s_2^2} \leq F_{f_1, f_2; 1-\alpha/2} \right\} = P \{ d < T_F \leq e \} = 1 - \alpha. \quad (16)$$

Die nachfolgenden Tests und Berechnungen der Vertrauensintervalle erfolgen auf dem Niveau $1 - \alpha = 95\%$ (Signifikanz) und $1 - \alpha = 99\%$ (Hochsignifikanz). Die dazu benötigten Quantile der χ^2 - und der F -Verteilung sind über Standardroutinen in Matlab zu erhalten. Es ist zu unterstellen, dass die Stichproben normalverteilt sind. Da bei einseitiger Fragestellung Vorwissen in einen Test eingeht, ist dieser grundsätzlich trennschärfer.

5 GENAUIGKEITSBETRACHTUNGEN DMT GYROMAT 2000 & DMT GYROMAT 5000

Für die Projekte A bis G der vergangenen zwei Jahre sind nachfolgend unterteilt in die genannten Gruppen und unterschieden nach dem verwendeten Vermessungskreisell die Standardabweichungen entsprechend Gl. (3) stationsweise ermittelt und in Tab. 1 und Tab. 2 zusammengestellt. Das gewichtete Mittel der Varianzen über alle $m = 7$ Kollektive der drei Gruppen von Messungen ergibt nach radizieren:

$$\bar{s}_a = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^m s_{a,i}^2 \cdot n_i \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^m n_i \right)^{-1}}, \quad (17)$$

ohne die Berücksichtigung einer Breitenabhängigkeit bedingt durch das Richtmoment. Wartungen bei DMT, bei denen u.a. ein neues Polynom für die interne Temperaturkorrektur ermittelt wird, gab es im betrachteten Zeitraum für die Vermessungskreisell nicht.

Neben der beschriebenen Einteilung nach der Art der Messung in den Projekten können die Ergebnisse der Projekte B, C, D und G mit $\varphi \approx 48^\circ$ N zu einer Gruppe A und die Ergebnisse der Projekte A, E und F mit $\varphi \approx 60^\circ$ N zu einer Gruppe B zusammengefasst werden (siehe Abb. 3). Die Messungen auf dem Taxiway fallen stets in die Gruppe A. Es ergibt sich für die Standardabweichungen einer Einzelmessung entsprechend /DIN 18723-7:1990/ für die beiden Vermessungskreisell:

$$\begin{aligned} \text{Gruppe A: } \bar{s}_{a,A,G2} &= 0,87 \text{ mgon bei } n_{A,G2} = 258, \\ \text{Gruppe B: } \bar{s}_{a,B,G2} &= 1,08 \text{ mgon bei } n_{B,G2} = 87; \end{aligned} \quad (18a)$$

Projekt	Taxiway ($\varphi = 48,1^\circ$ N)		Portalnetz		Tunnel	
	s_a in mgon	n	s_a in mgon	n	s_a in mgon	n
A ($\varphi = 60,4^\circ$ N)	0,69	22	0,86	17	0,94	10
B ($\varphi = 47,5^\circ$ N)	0,76	21	0,82	19	0,48	9
C ($\varphi = 48,8^\circ$ N)	0,81	21	0,95	22	0,78	10
D ($\varphi = 48,8^\circ$ N)	0,65	20	1,37	10	0	0
E ($\varphi = 58,8^\circ$ N)	0,81	21	1,23	41	1,02	19
F ($\varphi = 60,4^\circ$ N)	0,89	23	0	0	0	0
G ($\varphi = 48,8^\circ$ N)	0,92	23	1,10	20	1,12	17
n gesamt		151		129		65
\bar{s}_a	0,80		1,08		0,94	

Tab. 1 | Empirische Standardabweichungen DMT Gyromat 2000 in exemplarischen Projekten A bis G

Projekt	Taxiway ($\varphi = 48,1^\circ$ N)		Portalnetz		Tunnel	
	s_a in mgon	n	s_a in mgon	n	s_a in mgon	n
A ($\varphi = 60,4^\circ$ N)	0,51	21	0,63	40	0,42	10
B ($\varphi = 47,5^\circ$ N)	0,99	21	0,58	21	0,77	10
C ($\varphi = 48,8^\circ$ N)	0,61	21	0,63	22	0,94	12
D ($\varphi = 48,8^\circ$ N)	1,07	21	0,84	16	0,32	19
E ($\varphi = 58,8^\circ$ N)	1,06	19	1,10	41	0,94	40
F ($\varphi = 60,4^\circ$ N)	0,76	20	0,62	18	0,58	10
G ($\varphi = 48,8^\circ$ N)	0,47	20	0,74	14	0,81	20
n gesamt		143		172		121
\bar{s}_a	0,82		0,79		0,77	

Tab. 2 | Empirische Standardabweichungen DMT Gyromat 5000 in exemplarischen Projekten A bis G

Gruppe A: $\bar{s}_{a,A,G5} = 0,73$ mgon bei $n_{A,G5} = 277$,
 Gruppe B: $\bar{s}_{a,B,G5} = 0,81$ mgon bei $n_{B,G5} = 159$. (18b)

Zwar zeigt das Ergebnis (Gl. (18)) an, dass die Standardabweichung eines Kreislazimuts im wachsender geographischer Breite ansteigt, jedoch ist die verlässliche Bestimmung der Koeffizienten einer Funktion (Gl. (5) oder Gl. (6)) aus nur zwei, mit $\Delta\varphi \approx 12^\circ$ zudem benachbarten Stützstellen an dieser Stelle nicht möglich. Bei einer Gesamtbetrachtung ohne Unterscheidung der Gruppen und einer Breitenabhängigkeit bedingt durch das Richtmoment resultiert

$$\bar{s}_{a,G2} = 0,94 \text{ mgon bei } n_{G2} = 345 \quad (19a)$$

und

$$\bar{s}_{a,G5} = 0,79 \text{ mgon bei } n_{G5} = 436 \quad (19b)$$

für die empirischen Standardabweichungen einer Einzelmessung der beiden Vermessungskreisele.

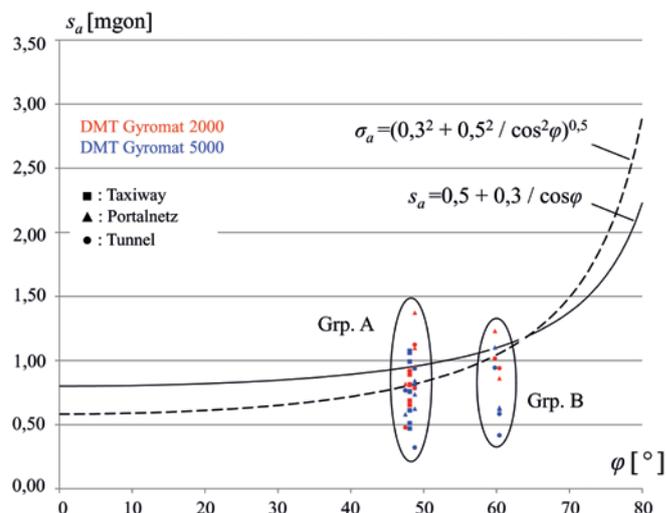


Abb. 3 | Präzision eines Kreislazimuts in Abhängigkeit der geographischen Breite

	Taxiway	Portalnetz	Tunnel	Gesamt				
$a; b$ [95 %] in mgon	0,72	0,90	0,96	1,23	0,80	1,13	0,87	1,02
$a; b$ [99 %] in mgon	0,69	0,94	0,93	1,28	0,76	1,21	0,86	1,04

Tab. 3 | Untere und obere Vertrauensgrenze gemäß Gl. (10) beim DMT Gyromat 2000

	Taxiway	Portalnetz	Tunnel	Gesamt				
$a; b$ [95 %] in mgon	0,73	0,92	0,72	0,88	0,69	0,88	0,75	0,85
$a; b$ [99 %] in mgon	0,71	0,96	0,69	0,92	0,66	0,92	0,73	0,87

Tab. 4 | Untere und obere Vertrauensgrenze gemäß Gl. (10) beim DMT Gyromat 5000

Zur Klärung der Frage, ob die empirischen Standardabweichungen (Gl. (19)) den Herstellerangaben entsprechen, sind zunächst die Vertrauensbereiche (Gl. (10)) getrennt nach den Gruppen Taxiway, Portalnetz und Tunnel sowie für die gesamte Stichprobe je Vermessungskreis zu berechnen. Zu den unteren und oberen Vertrauensgrenzen auf den Niveaus 95 % und 99 % siehe Tab. 3 und Tab. 4.

Für den DMT Gyromat 2000 gilt bei einem Stichprobenumfang von $n_{G2} = 345$ und einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1 %:

$$P\{0,86 \text{ mgon} < \sigma_{G2} \leq 1,04 \text{ mgon}\} = 99\%. \quad (20)$$

Entsprechend gilt mit $n_{G2} = 436$ für den DMT Gyromat 5000:

$$P\{0,73 \text{ mgon} < \sigma_{G5} \leq 0,87 \text{ mgon}\} = 99\%. \quad (21)$$

Ein Test der Nullhypothese (Gl. (11)) führt zu dem Ergebnis, dass diese durchgehend anzunehmen ist, wie mit Tab. 5 und Tab. 6 dokumentiert wird. Die Spezifikationen des Herstellers werden damit durch die Auswertung der vorliegenden Datenbestände bestätigt, die in der Literatur teilweise zu findende Angabe $s_{a,G2} = 0,7$ mgon (z. B. /Carosio & Ebnetter 1998/ für $\varphi \approx 47^\circ$ N) indes nicht.

	Taxiway	Portalnetz	Tunnel	Gesamt
T_{χ^2}	99,596	149,388	57,188	290,545
$\chi^2_{f,0,95}$	179,581	155,405	84,821	388,251
$\chi^2_{f,0,99}$	193,208	168,133	94,422	407,944
Hypothese (11)	annehmen	annehmen	annehmen	annehmen

Tab. 5 | Signifikanztest gemäß Gl. (12) der Spezifikation DMT Gyromat 2000

	Taxiway	Portalnetz	Tunnel	Gesamt
T_{χ^2}	148,083	167,241	111,774	394,293
$\chi^2_{f,0,95}$	170,809	202,513	146,567	484,626
$\chi^2_{f,0,99}$	184,120	216,938	158,950	506,544
Hypothese (11)	annehmen	annehmen	annehmen	annehmen

Tab. 6 | Signifikanztest gemäß Gl. (12) der Spezifikation DMT Gyromat 5000

Nun kann der Frage nachgegangen werden, ob sich die beiden betrachteten Vermessungskreisel hinsichtlich ihrer Genauigkeit unterscheiden. Das Größenverhältnis der beiden spezifizierten Genauigkeiten bzgl. ihrer Obergrenzen ist

$$c = \frac{\sigma_{G2}^2}{\sigma_{G5}^2} = 1,5625. \tag{22}$$

Zunächst können die unteren und oberen Vertrauensgrenzen für eine Bewertung der Richtigkeit des Größenverhältnisses (Gl. (22)) bei zweiseitiger Fragestellung ermittelt werden. Die zugehörige Alternativhypothese

$$H_A: E \{ \sigma_1^2 / \sigma_2^2 \} \neq c \tag{23}$$

ist mit Ausnahme der Messungen auf dem Taxiway zu verwerfen, wie Tab. 7 zeigt. Da $\bar{s}_{a,G2}$ für die Gruppe „Taxiway“ kleiner ausfällt als für die anderen beiden Gruppen und nahe dem entsprechenden Wert für den DMT Gyromat 5000 liegt, wird die Alternativhypothese hier angenommen und damit Gl. (22) infrage gestellt; siehe auch die Vertrauensgrenzen a und b in Tab. 3 für diese Gruppe. Bei einseitiger Fragestellung mit der Alternativhypothese Gl. (13) ergibt sich, dass die Nullhypothese der Gleichheit unter Beachtung von Gl. (22) bei der Ermittlung der Prüfgröße durchgehend gegeben ist (siehe Tab. 8).

	Taxiway		Portalnetz		Tunnel		Gesamt	
T_F	0,611		1,193		0,959		0,896	
$d; e [95\%]$	0,722	1,386	0,720	1,379	0,640	1,519	0,817	1,220
$d; e [99\%]$	0,652	1,537	0,648	1,526	0,554	1,730	0,767	1,300
$E \left\{ \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \right\} \neq c$	Gl. (23) annehmen		Gl. (23) verwerfen		Gl. (23) verwerfen		Gl. (23) verwerfen	

Tab. 7 | Untere und obere Vertrauensgrenze gemäß Gl. (14)

	Taxiway	Portalnetz	Tunnel	Gesamt
T_F	0,611	1,193	0,959	0,896
$F_{f1, f2; 95\%}$	1,315	1,310	1,420	1,182
$F_{f1, f2; 99\%}$	1,474	1,465	1,641	1,267
Hypothese (12)	annehmen	annehmen	annehmen	annehmen

Tab. 8 | Signifikanztest bei einseitiger Fragestellung

/Heister & Liebl 2010/ ermitteln für die 598 einzelnen, in dem Zeitraum 2004 bis 2010 erfassten Kreiselmessungen seitens des Instituts für Geodäsie der UniBw München zur Vortriebskontrolle bei der Auffahrung des Gotthard-Basistunnels (GBT) mit dem DMT Gyromat 2000, SN 225, in den Portalbereichen und im Tunnel den Wert $\bar{s}_{a,GBT} = 1,03$ mgon. Testet man auf Gleichheit der Varianzen mit der hier zugrunde gelegten Stichprobe der Gruppen „Portalnetz“ und „Tunnel“ mit $s_{a,P+T,G2} = 1,04$ mgon bei $n_{P+T,G2} = 194$ Werten, so ist wegen

$$T_F = \frac{\bar{s}_{a,GBT}^2}{s_{a,GBT P+T,G2}^2} = 0,986 \leq F_{597,193;95\%} = 1,220 \tag{24}$$

die Nullhypothese (Gl. (12)) der Gleichheit bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % anzunehmen ($F_{597,193;99\%} = 1,326$). Beide Stichproben wurden mit demselben Vermessungskreisel SN 225 ermittelt. Sie haben keine Überschneidungen der Datenbestände und zwischen ihren Erhebungen liegen zwischen sieben bis zwölf Jahre. Testet man schließlich noch $\bar{s}_{a,GBT}$ gegen die Spezifikation (Gl. (2a)), wird wegen

$$T_{\chi^2} = 633,357 < \chi^2_{597,95\%} = 654,951 \tag{25}$$

die Nullhypothese (Gl. (11)) auch hier angenommen.

6 ERGEBNIS

Vorstehend ist allein die Präzision betrachtet, mit der bei den Vermessungskreisen DMT Gyromat 2000, SN 225, und DMT Gyromat 5000, SN 5104, inklusive des jeweils adaptierten Theodolits bzw. Tachymeters die Weisung W und damit ein Kreiselazimut A bestimmt werden kann. Diese Genauigkeitsangabe darf jedoch nicht verwechselt werden mit der Bestimmungsgenauigkeit eines Richtungswinkels t . Für die Messunsicherheit u_t (kombinierte Standardunsicherheit) eines aus den Kreiselmessungen abzuleitenden Richtungswinkels t gilt

$$u_t = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}, \tag{26}$$

wenn u_A die Komponente bezeichnet, die aus der Weisung resultiert und mit statistischen Methoden berechnet werden kann, und u_B die Komponente darstellt, die sich aus den anzubringenden Korrekturen, hier z.B. dem Eichwert E , und Reduktionen sowie sonstigen Messumständen begründet /GUM 2008/. Bei Kreiselmessungen gilt, dass der Summand u_B^2 in Gl. (26) deutlich größer ist als der Summand u_A^2 , wenn ein Kreiselazimut wie in Abschnitt 3 beschrieben ermittelt wird. Bei jeweils fünf als unabhängig angenommenen Messungen im Hin- und Rückblick, d.h. $n = 10$, wird die Standardabweichung einer Einzelmessung aus Gl. (3) gesteigert zu

$$s_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}} s_a. \tag{27}$$

Dieser Wert kann in Gl. (26) für u_A eingesetzt werden; jedoch ist $s_{\bar{x}}$ keinesfalls mit u_t zu verwechseln. Die Genauigkeit der Komponente u_B lässt sich durch Messungshäufung und Mittelbildung nicht oder allenfalls nur bedingt steigern. So ist insbesondere die Horizontalrefraktion ein Gauß-Markov-Prozess mit hoher Erhaltungsneigung $K(k) > 0 \forall k$. Dadurch stehen in der Kofaktormatrix \mathbf{Q}_{xx} die Werte der Autokorrelationsfunktion $K(k)$ auf den Nebendiagonalen /Heunecke et al. 2013/:

$$\mathbf{S}_{xx} = s_a^2 \cdot \mathbf{Q}_{xx} = s_a^2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & K(1) & K(2) & \dots & \dots \\ K(1) & 1 & K(1) & \ddots & \vdots \\ K(2) & K(1) & 1 & \ddots & K(2) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & K(1) \\ \vdots & \dots & K(2) & K(1) & 1 \end{bmatrix}. \tag{28}$$

Ist die Autokovarianzfunktion mit Werten bis $k = m$ berechnet worden, ergibt sich die Varianz des Mittels zu

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{n^2} \cdot s_a^2 \cdot \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{Q}_{xx} \cdot \mathbf{e} \\ = \frac{s_a^2}{n^2} \cdot \left\{ n + 2 \sum_{k=1}^m (n - k) \cdot K(k) \right\} = \frac{s_a^2}{n_{\text{eff}}}. \tag{29}$$

Die sogenannte effektive Messwertanzahl n_{eff} beschreibt den Genauigkeitsgewinn durch Mittelbildung beim Vorliegen von Korrelationen. Nur für einen unkorrelierten Prozess mit $K(k) = 0 \forall k$ gilt $n_{\text{eff}} = n$ („Wurzelgesetz“), wie bei Gl. (27) unterstellt. Für den Grenzfall $K(k) = 1 \forall k$ eines systematisch wirkenden Effekts, was bei der Horizontalrefraktion durch einen gleichbleibenden Temperaturgradienten während der Messwerterfassung näherungsweise unterstellt werden kann, ist $n_{\text{eff}} = 1$ und eine Genauigkeitssteigerung durch Mittelbildung folglich nicht zu erreichen. Erfahrungsgemäß kann für den Richtungswinkel von $u_t \approx 1,0$ mgon ausgegangen werden, sofern vor allem die Einflüsse bedingt durch die Horizontalrefraktion als nur geringfügig wirkend betrachtet werden. Werden solche Effekte aus dem Vergleich von Hin- und Rückmessungen erkannt, ist gegebenenfalls durch Variation des Messkonzepts darauf zu reagieren. Für diesbezügliche Untersuchungen siehe z. B. /Heister 2005/ und /Heister & Liebl 2010/.

Aus den Stichproben der Daten von insgesamt sieben Projekten zeigt sich mit dem Ergebnis (Gl. (19)), dass die von DMT angegebenen Spezifikationen (Gl. (2)) nicht nur unter Laborbedingungen bei $\varphi = \pm 45^\circ$, sondern auch unter den Gegebenheiten der Praxis bei Messeinsätzen in geographischen Breiten bis $\varphi = \pm 60^\circ$ erreicht werden. Bestätigt wird zudem die Relation der herstellerseitigen Genauigkeitsangaben des DMT Gyromat 2000 und des DMT Gyromat 5000 für die beiden Vermessungskreisele des Instituts für Geodäsie. Der Einfluss der Breitenabhängigkeit des Richtmoments auf die Standardabweichung eines Kreiselazimuts kann mit den vorliegenden Datenbeständen nicht näher quantifiziert werden. Das Ergebnis (Gl. (18)) zeigt jedoch, dass die Genauigkeit eines Kreiselazimuts mit wachsender Breite abnimmt.

LITERATUR

Benning, W. (2002): Statistik in Geodäsie, Geoinformation und Bauwesen. Wichmann, Heidelberg.

Carosio, A.; Ebner, F. (1998): Geodetic methods, mathematical models & quality management for underground surveying in the Swiss AlpTransit project. XXI Int. FIG Congress, Com. 6, Brighton, 407–426.

DIN 18723-7:1990: Feldverfahren zur Genauigkeitsuntersuchung geodätischer Instrumente – Vermessungskreisel. Beuth, Berlin.

DMT (Hrsg.) (1990): Bedienungsanleitung Gyromat 2000. Essen.

DMT (Hrsg.) (2004): Operator’s guide Gyromat 2000. Essen.

DMT (Hrsg.) (2014): User manual Gyromat 5000. Essen.

Grillmayer, E. (2003): Untersuchungen systematischer Fehlereinflüsse bei Messungen mit dem Kreisel DMT Gyromat 2000. Shaker, Aachen (Reihe Ingenieurgeodäsie – TU Graz).

GUM (2008): Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurements. BIPM (Hrsg.), JCGM 100, 2008. http://www.bipm.org/utlis/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf (07/2017)

Heister, H. (2005): Zur Messunsicherheit im Vermessungswesen (II). In: Geomatik Schweiz, (2005)12, 670–673.

Heister, H.; Lechner, W.; Schödlbauer, A. (1990): Zur Genauigkeit und Kalibrierwertstabilität automatisierter Vermessungskreisele. In: Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München, 38-2: Moderne Verfahren der Landesvermessung. Neubiberg, 501–528.

Heister, H.; Liebl, W. (2010): Zur Messunsicherheit von Kreiselmessungen im Gotthard-Basistunnel. In: Geomatik Schweiz, (2012)12, 586–593.

Heunecke, O.; Kuhlmann, H.; Welsch, W.; Eichhorn, A.; Neuner, H. (2013): Handbuch Ingenieurgeodäsie – Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen. 2. Auflage. Wichmann, Berlin/Offenbach.

Höpfcke, W. (1980): Fehlerlehre und Ausgleichsrechnung. W. de Gruyter, Berlin/New York.

Niemeier, W. (2008): Ausgleichsrechnung. 2. Auflage. W. de Gruyter, Berlin/New York.

Zanini, M. (1992): Hochpräzise Azimutbestimmung mit Vermessungskreiseln. ETH Zürich, Bericht 209.

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Otto Heunecke

UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN
INSTITUT FÜR GEODÄSIE

Werner-Heisenberg-Weg 39 | 85577 Neubiberg
otto.heunecke@unibw.de



Dipl.-Ing. Wolfgang Liebl

UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN
INSTITUT FÜR GEODÄSIE

Werner-Heisenberg-Weg 39 | 85577 Neubiberg
wolfgang.liebl@unibw.de



Manuskript eingereicht: 11.07.2017 | Im Peer-Review-Verfahren begutachtet

INTERGEO®

WISSEN UND HANDELN
FÜR DIE ERDE

BERLIN

2017

26.–28. SEPTEMBER



GEOSPATIAL 4.0

OPEN

GOVERNMENT

DIGITAL

SMART CITIES

CONSTRUCTION

SEIEN SIE DABEI!
>>> WWW.INTERGEO.DE <<<

Gemeinsam mit:
**DEUTSCHER
KARTOGRAPHIE
KONGRESS**

DVW

Veranstalter: DVW e.V.
Ausrichter Kongress: DVW GmbH
Ausrichter Messe: HINTE GmbH

SPONSOREN:



HEXAGON



Trimble