



# Numerisches Beispiel zur Strukturanalyse von geodätischen und mechanischen Netzen mit latenten Restriktionen

Janette Linke, Ronald Jurisch,  
Georg Kampmann und  
Heinz Runne, Dessau

**Mit dem aufgezeigten neuen Ansatz werden bei der Analyse der inneren Geometrie der Beobachtungen latente innere Restriktionen untersucht und bei der Strukturoptimierung berücksichtigt. Im Gegensatz zu den Teilredundanzen lassen sich dadurch Substrukturen (Gruppen von Beobachtungen bzw. Tragwerkselementen) erkennen und somit lokale Schwachstellen in der Netzstruktur aufdecken und beheben. Im Zusammenhang mit Balancierungsfaktoren bilden latente innere Restriktionen eine neue Basis zur Analyse und Ausgleichung geodätischer und mechanischer Netze.**

## 1 Einleitung

Stabtragwerke besitzen im Bauingenieurwesen eine enorme praktische Bedeutung, da sämtliche Tragwerke mit linienhafter Tragwirkung letztlich Stabtragwerke sind. Sie sind vor allem einer der Hauptbestandteile von Baukonstruktionen, können aber auch als Modell für kompliziertere Strukturen dienen. Aufgrund der netzartigen Strukturen bestehen bei geodätischen und mechanischen Netzen viele Gemeinsamkeiten zwischen der Ausgleichsrechnung und den Verfahren der Elastostatik. Mechanische Netze, z. B. Stabtragwerke, besitzen eine Redundanz – hier Grad der statischen Unbestimmtheit, um ein Versagen des Gesamtsystems bei Ausfall einzelner Tragwerkselemente zu vermeiden. In Analogie zur Methode der kleinsten Quadrate wird auch bei der Berechnung von Tragwerken ein Extremalprinzip genutzt. Hier ist es das Prinzip des kleinsten Zwangs bzw. das Prinzip der minimalen Gesamtenergie. Es besagt, daß im stabilen Gleichgewicht die potentielle Energie der Formänderung eines beanspruchten elastischen Körpers (die sich als quadratische Form ausdrücken läßt) ein Minimum aufweist. Hierbei entspricht das Weggrößenverfahren der vermittelnden Ausgleichung und das Kraftgrößenverfahren der bedingten Ausgleichung. Aufgrund der zwischen geodätischen und mechanischen Netzen bestehenden Analogien können

zur Berechnung beider Systeme die gleichen numerischen Verfahren angewendet werden. Dabei entsprechen

- den Netzpunkten die Knotenpunkte eines Tragwerks,
- den Beobachtungen die Tragwerkselemente, z. B. Stäbe,
- der Designmatrix der vermittelnden Ausgleichung die Gleichgewichtsmatrix des Weggrößenverfahrens,
- der Designmatrix der bedingten Ausgleichung die Matrix der Eigenspannungszustände des Kraftgrößenverfahrens und
- den Verbesserungen die elastischen Elementverformungen, z. B. Stablängenänderungen.

Im Folgenden wird erstmalig die Erkenntnis latenter Restriktionen bei der Analyse netzartiger Strukturen verwendet.

## 2 Zur Strukturanalyse und -optimierung

Durch die statische Unbestimmtheit bzw. Redundanz eines Tragwerks soll eine gewisse Sicherheit erreicht werden, um ein Tragwerksversagen beim Ausfall einzelner Elemente zu verhindern. Zu vermeiden sind deshalb Elemente mit der Redundanz Null oder Eins. Elemente mit dem Redundanzanteil Eins haben keine sicherheitsrelevanten Auswirkungen. Durch ihr Ausfallen wird nur die Anzahl der Elemente um Eins verringert und damit die Gesamtredundanz um Eins vermindert. Es ändert sich nichts an der Sicherheit des Tragwerks. Elemente mit der Redundanz Null führen beim Ausfall zum Versagen von Systemteilen oder der Gesamtstruktur. Daher sind beim Entwurf eines Tragwerks redundanzfreie bzw. schwach redundante Tragwerksteile zu vermeiden und eine auf alle Elemente gleichermaßen verteilte Gesamtredundanz ist anzustreben (STRÖBEL, 1997).

Bekanntlich kann die Methode der sequentiellen Netzoptimierung geodätischer Netze (fußt auf der Analyse von Zuverlässigkeitsmaßen) auf Stabtragwerke übertragen werden. Betrachtet wird dazu das lineare Modell der Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen (univariates Gauß-Markov-Modell mit vollem Rang) mit

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{l} + \mathbf{v} \quad \text{mit} \quad D(\mathbf{l}) = \sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1}. \quad (1)$$

Hierbei seien mit  $n$  = Anzahl der (reduzierten) Beobachtungen und  $u$  = Anzahl der zu schätzenden Unbekannten  $\mathbf{A}$  eine  $(n,u)$ -Matrix fester Koeffizienten mit  $\text{rg } \mathbf{A} = u$ , die sogenannte Designmatrix,  $\mathbf{x}$  ein  $(u,1)$ -Vektor fester, unbekannter Parameter,  $\mathbf{l}$  ein  $(n,1)$ -Zufallsvektor von (reduzierten) Beobachtungen und  $\mathbf{v}$  ein  $(n,1)$ -Vektor der Verbesserungen (= Residuen), wobei die  $\mathbf{v}$  als normalverteilt angenommen werden sollen. Die Matrix  $D(\mathbf{l})$  bezeichnet die symmetrische, positiv definite  $(n,n)$ -Varianz-Kovarianz-Matrix der Beobachtungen a priori mit  $\text{rg } D(\mathbf{l}) = n$ , die gleich der Varianz-Kovarianz-Matrix der Verbesserungen a priori ist,  $\sigma_0^2$  die unbekannte Varianz der Gewichtseinheit und  $\mathbf{P}$  die symmetrische, positiv definite  $(n,n)$ -Matrix der Gewichte a priori mit  $\text{rg } \mathbf{P} = n$  (WOLF, 1997).

Der Anteil einer einzelnen Beobachtung  $l_i$  an der Gesamtredundanz bzw. dem Freiheitsgrad  $f$  der Ausgleichung  $f = n - u$  berechnet sich (mit  $\mathbf{E} = (n,n)$ -Einheitsmatrix) aus

$$r_i = (\mathbf{E} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P})_{ii} \quad (2)$$

Dabei werden die Größen  $r_i$  als Teilredundanzen bezeichnet, deren Summe zu  $f$  wird. Für den Fall unkorrelierter Beobachtungen ( $\mathbf{P}$  = Diagonalmatrix) gilt  $0 \leq r_i \leq 1$ .

Die Teilredundanzen  $r_i$ , die den Einfluß einer Beobachtung auf das Ausgleichungsergebnis angeben sollten, gelten bisher als Maß für die Kontrollierbarkeit einer Beobachtung. Teilredundante Tragwerkselemente können systematisch und hierarchisch eliminiert werden bis hin zur statischen Bestimmtheit des Tragwerkes. Bisher wurden dazu Stäbe mit der größten Teilredundanz sukzessive aus der Tragwerksstruktur entfernt, da sie den geringsten Einfluß auf die Statik des Tragwerkes besitzen. Diese Vorgehensweise zur Strukturoptimierung von statisch unbestimmten Stabtragwerken bringt jedoch nicht das gewünschte Ergebnis, wie im Folgenden begründet werden kann.

Die Teilredundanzen sind nämlich nur in den beiden Grenzfällen  $r_i = 1$  und  $r_i = 0$  aussagefähig, das heißt bei völlig überbestimmten Beobachtungen (sie haben keinen Einfluß auf das Ausgleichungsergebnis) bzw. Restriktionen, also Beobachtungen, die nicht kontrollierbar sind (die Beobachtungen tragen voll zur Bestimmung bei). Im Bereich zwischen Null und Eins sind Teilredundanzen allein zum Zweck der Analyse und Beurteilung der Beobachtungsgeometrie unzureichend und aufgrund der ihnen eigenen Verschmierungseffekte zu einer exakten Analyse nicht geeignet. So kann beispielsweise aus einer großen Teilredundanz nicht geschlossen werden, daß diese Beobachtung gut kontrolliert ist. In (JURISCH, KAMPMANN, LINKE, 1999) wurde ein Beispiel angegeben, bei dem das Streichen einer Beobachtung mit der größten Teilredundanz trotz noch verbleibenden Freiheitsgrades zu einer Restriktion führt. Bei statisch unbestimmten Tragwerken sollen jedoch ebenso wie bei den geodätischen Netzen Elemente mit der Redundanz Null vermieden werden.

Um solche Situationen zu erkennen, wurde in die geodätische Auswertetechnik ein bekanntes mathematisches

Werkzeug – die sogenannte Normalform  $\bar{\mathbf{A}}$  der Designmatrix – bei der Analyse der Beobachtungsgeometrie eingeführt (JURISCH, KAMPMANN, 1998):

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \tilde{\mathbf{A}} \end{pmatrix} \quad (3)$$

mit der  $(u,u)$ -Einheitsmatrix  $\mathbf{E}$  und der  $(n-u,u)$ -Matrix  $\tilde{\mathbf{A}}$ . Sie wird bei geodätischen Problemstellungen aus der gegebenen  $(n,u)$ -Designmatrix  $\mathbf{A}$  des linearen Modells der vermittelnden Ausgleichung berechnet, wozu ein in (LINKE, 2000) angegebener numerischer Algorithmus verwendet werden kann.

Eine praktische Bedeutung findet die Normalform bei der Tragwerksberechnung. Beim Kraftgrößenverfahren wird ein statisch bestimmtes Hauptsystem gebildet, so daß hier ein der Normalform entsprechendes Modell vorliegt. Wie in (LINKE, 2000) aufgezeigt wurde, entspricht die Normalform der bedingten Ausgleichung der Matrix der Eigenspannungszustände des Kraftgrößenverfahrens. Die Hauptdiagonalelemente der Einheitsmatrix stehen für die jeweilige statisch Unbestimmte. Die Elemente von  $\tilde{\mathbf{A}}^T$  sind die Schnittgrößen im Hauptsystem infolge von Einheitsbelastungen der statisch Unbestimmten.

Die Normalform enthält die gesamte Information bezüglich der Geometrie der Beobachtungen der vermittelnden und bedingten Ausgleichung in der  $(n-u,u)$  großen Matrix. Damit sind die geometrischen Besonderheiten des Netzdesigns ersichtlich. Es können Gruppen von Beobachtungen (Zeilen in der Designmatrix  $\mathbf{A}$ ), die sogenannten **latenten inneren Restriktionen** (JURISCH, KAMPMANN, LINKE, 1999), erkannt werden. Dabei wurde der übliche Begriff der (inneren) Restriktion wie folgt verallgemeinert:

*Eine Gruppe von  $k$  Beobachtungen ( $1 \leq k \leq n-u$ ) erzeugt eine latente innere Restriktion  $k$ -ter Ordnung, falls nach Streichung von beliebigen  $k-1$  Beobachtungen dieser Gruppe die verbleibende zur inneren Restriktion 1. Ordnung ( $r_i = 0$ ) wird.*

Die latenten inneren Restriktionen charakterisieren somit Beobachtungsgruppen, in denen sich die Beobachtungen zwar gegenseitig kontrollieren, jedoch nicht durch die restlichen Beobachtungen kontrolliert werden können. Sie geben an, wann durch Streichen von Beobachtungen bzw. Entfernen von Stäben redundanzfreie Elemente entstehen. Diese neue Erkenntnis, bei der keine Verschmierungseffekte wie bei den Teilredundanzen auftreten, wird nun bei mechanischen und geodätischen Netzen angewendet.

### 3 Beispiel

Als Beispiel sei das in (BAHNDORF, 1991) auf Seite 56 angegebene Stabtragwerk (siehe Abbildung 1) betrachtet mit 21 Beobachtungen (Stäben) und 17 Unbekannten (Koordinaten der Knoten). Es entspricht als Fachwerk (nur Zug- und Druckstäbe) einem angeschlossenen reinen Streckennetz. Die einzelnen Zeilen in der Koeffizi-

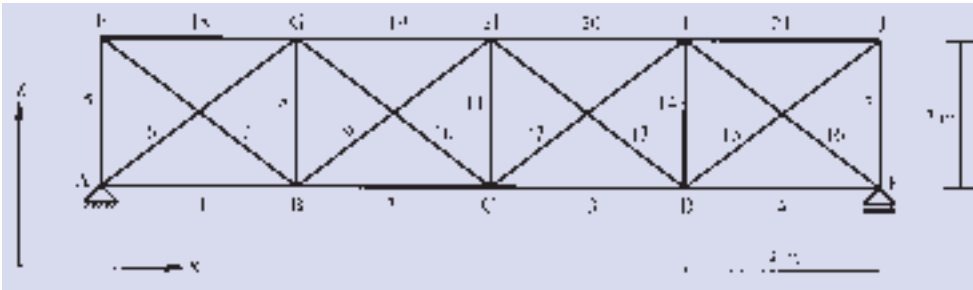


Abb. 1: Vierfach statisch unbestimmtes Fachwerk

entennmatrix **A** ergeben sich aus den linearisierten Beobachtungsgleichungen für Horizontalstrecken ohne Maßstabsfaktor gemessen von Punkt  $P_j$  nach Punkt  $P_k$ . Dabei werden als „Näherungswerte“ die Koordinaten der Knotenpunkte zur Linearisierung verwendet, so daß

$$l_i + v_i = \frac{x_{0j} - x_{0k}}{s_0} dx_j + \frac{y_{0j} - y_{0k}}{s_0} dy_j - \frac{x_{0j} - x_{0k}}{s_0} dx_k - \frac{y_{0j} - y_{0k}}{s_0} dy_k \quad (4)$$

mit

$s_0$  = Strecke gerechnet aus den Näherungskoodinaten,  
 $l_i$  = gemessene Strecke (ungedehnte Länge der Stäbe zwischen den Knoten) minus gerechnete Strecke  $s_0$  für  $i = 1$  bis  $n$ ,

$x_{0j}, y_{0j}, x_{0k}, y_{0k}$  = Näherungskoodinaten,

$dx_j, dy_j, dx_k, dy_k$  = Unbekannte = Zuschläge zu den Näherungswerten (infinitesimale Verschiebungen der Knoten).

Die Diagonalmatrix **P** der Gewichte der Beobachtungen der vermittelnden Ausgleichsrechnung entspricht der Steifigkeitsmatrix **K**. Bei Fachwerken stehen in der diagonalbesetzten Matrix **K** für jeden Stab die Elemente

$$k_i = \frac{(EA)_i}{l_{0i}} \quad (5)$$

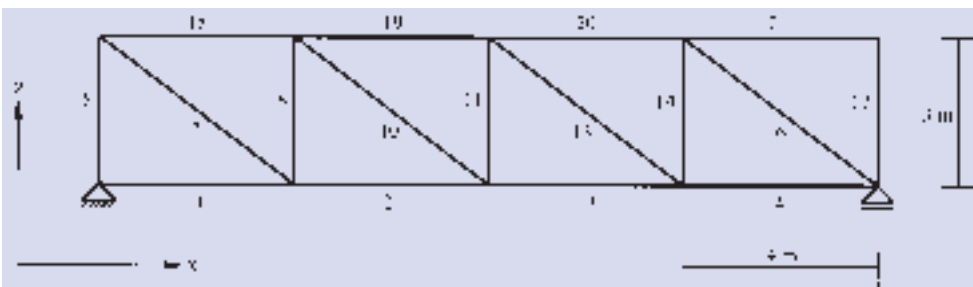


Abb. 2: Ergebnis der sequentiellen Optimierung (Ausdünnung) nach der herkömmlichen geometrischen Verfahrensweise

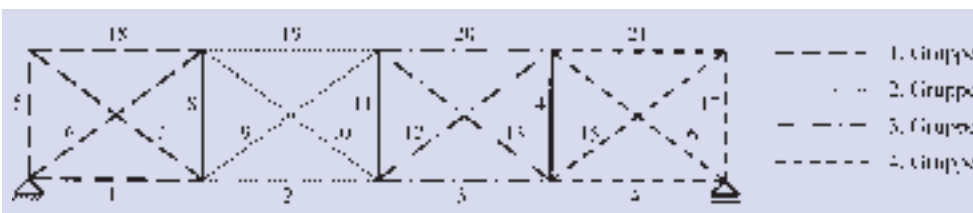


Abb. 3: Substrukturen (Gruppen von Beobachtungen), die durch verkettete latente innere Restriktionen zweiter Ordnung erzeugt werden

mit

$E$  = Elastizitätsmodul des Stabelements (Materialkengröße),

$A$  = Querschnittsfläche des Stabes und

$l_0$  = Länge des Stabes.

Im gezeigten Beispiel haben alle Stäbe gleiches Material mit den gegebenen

Dehnsteifigkeiten  $E \cdot A = 2500 \text{ kN}$ .

Die Teilredundanzen der Diagonalstäbe, also der Beobachtungen 6, 7, 9, 10, 12, 13, 15 und 16 sind numerisch fast gleich groß (siehe Tabelle 1), die der restlichen Stäbe sind im Vergleich dazu jeweils kleiner. Anhand der Größe der Teilredundanzen würde deshalb nach der bisherigen Vorgehensweise ohne Hinzuziehung der latenten Restriktionen ein beliebiger Diagonalstab entfernt werden. Bei diesem kleinen überschaubaren Beispiel wird sofort ersichtlich, welche Stäbe dann zu Restriktionen werden (bei größeren Strukturen hilft jedoch nur die Normalform weiter). Hier entstehen bei Entfernung einer der inneren Diagonalstäbe drei Restriktionen und bei Entfernung einer der äußeren Diagonalstäbe vier Restriktionen. Wird im ersten Schritt z. B. der neunte Fachwerkstab eliminiert, so ist bei der weiteren sequentiellen Optimierung in jedem Schritt wieder ein Diagonalstab zu entfernen, so daß neue redundanzfreie Stäbe entstehen (siehe Tabelle 1). Nach dem vierten Eliminationsschritt erhält man das in der Abbildung 2 dargestellte statisch bestimmte Fachwerk.

Eine sukzessive Optimierung im Sinne einer Materialminimierung sollte aber so erfolgen, daß bei einem noch verbleibenden geringen Teil an statischer Unbestimmtheit möglichst wenig Restriktionen (redundanzfreie Tragwerksteile) vorhanden sind. **Hier ist die Kenntnis**

**der latenten Restriktionen von entscheidender Bedeutung!**

Es sind also zunächst jene Stäbe herauszunehmen, die nur die Ordnung der latenten Restriktionen reduzieren, jedoch nicht zu Restriktionen bzw. hier zu redundanzfreien Stäben führen. Dabei muß auch die Verkettung der latenten Restriktionen berücksichtigt werden.

Das als Beispiel gegebene Fachwerk enthält 14 verkettete latente innere Restriktionen zweiter Ordnung, die vier Gruppen bilden. Diese sind in der Abbildung 3 durch verschiedene Stricharten gekennzeichnet.

zeichnet. Die Stäbe 1, 5, 6, 7 und 18 bilden die erste Gruppe, 2, 9, 10 und 19 die zweite Gruppe, 3, 12, 13 und 20 die dritte Gruppe sowie 4, 15, 16, 17 und 21 die vierte Gruppe.

Aus der Normalform (3) der Designmatrix **A** mit der Beobachtungsbasis – dies sind die u Beobachtungen, die zur Erzeugung der Einheitsmatrix dienen – {1, 8, 2, 11, 3, 14, 4, 18, 5, 19, 9, 20, 13, 21, 15, 7, 17} und den Beobachtungen 16, 10, 12 und 6 in

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 & -1 & 0 & 0.6 \\ 0 & 0.6 & 0.8 & 0.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0.8 & 0.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 & 0.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

ergeben sich auch für jede Gruppe die Proportionen der Verbesserungen der Beobachtungen (Stablängenänderungen) und der Teilredundanzen zueinander. Unter Einbeziehung der Gewichte ergibt sich z. B. die 17. Verbesserung aus dem -0.6fachen der 16. Verbesserung usw. Für das Fachwerk bedeuten die latenten inneren Restriktionen, daß bei Formänderungen, wie sie beispielsweise beim Einbau falscher Stablängen oder durch Temperatureinwirkungen auftreten (d. h. ohne Berücksichtigung äußerer Lasten), sich die Gleichgewichtslage stets so einstellt, daß die entsprechenden Stabkräfte proportional zueinander sind. Die Verhältnisse der Kräfte untereinander – hier Normalkräfte – sind a priori festgelegt.

Weiterhin treten bei dem Fachwerk 3 latente Restriktionen dritter Ordnung auf. Dies sind die Stäbe 6, 8 und 10; 10, 11 und 12 sowie 12, 14 und 16. Es können somit sukzessive die Stäbe 11, 8 und 14 entfernt werden, ohne daß eine Restriktion entsteht. Tabelle 1 stellt die Teilredundanzen der einzelnen Eliminationsschritte bei der herkömmlichen geodätischen Verfahrensweise und der neuen sequentiellen Optimierung (Berücksichtigung latenter Restriktionen) gegenüber. Im Ergebnis (siehe Abbildung 4) erhält man ein einfach statisch unbestimmtes Fachwerk ohne redundanzfreie Stäbe.

Das Auftreten von latenten inneren Restriktionen ist nicht von den Koordinaten selbst, sondern nur von

der „Lage“ der Beobachtungen zueinander abhängig. Bei den in der Geodäsie typischen unregelmäßigen Netzen treten die gleichen latenten Restriktionen auf wie bei symmetrischen Strukturen. So hat das in der nachfolgenden Abbildung dargestellte Streckennetz (JURISCH, KAMPMANN, KRAUSE, 1998) selbstverständlich die gleichen latenten inneren Restriktionen wie das Fachwerk im obigen Beispiel.

Es ändern sich nur die Proportionen der Verbesserungen und der Teilredundanzen zueinander, wobei die innere Netzgeometrie datumsinvariant ist.

### 4 Zusammenfassung

Bei der Strukturanalyse und -optimierung von geodätischen und mechanischen Netzen wurden bisher lediglich die Teilredundanzen der Beobachtungen als Gütekriterium verwendet. Wie am Beispiel eines mechanischen Netzes dargestellt, kann diese Vorgehensweise zu Restriktionen bzw. nullredundanten Beobachtungen führen. Mit dem aufgezeigten neuen Ansatz werden bei

Tab. 1: Ergebnisse der einzelnen Eliminationsschritte nach herkömmlichem und neuem Verfahren

Nr.	Stab-Nr.	Stablänge in m	Teilredundanz	bisherige Optimierung nach größtem Redundanzanteil				neue Optimierung nach latenten Restriktionen			
				1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	
1	A	B	4.0	0.1487	0.1481	0.1481	0	0	0.1485	0.0539	0.0409
2	B	C	4.0	0.1493	0	0	0	0	0.0793	0.0539	0.0409
3	C	D	4.0	0.1493	0.1487	0	0	0	0.0793	0.0539	0.0409
4	D	E	4.0	0.1487	0.1487	0.1481	0.1481	0	0.1485	0.1484	0.0409
5	A	F	3.0	0.0627	0.0625	0.0625	0	0	0.0626	0.0228	0.0172
6	A	G	5.0	0.2905	0.2894	0.2894			0.2900	0.1054	0.0798
7	B	F	5.0	0.2905	0.2894	0.2894	0	0	0.2900	0.1054	0.0798
8	B	G	3.0	0.1179	0.0625	0.0625	0	0	0.0919		
9	B	H	5.0	0.2916					0.1550	0.1054	0.0798
10	C	G	5.0	0.2916	0	0	0	0	0.1550	0.1054	0.0798
11	C	H	3.0	0.1181	0.0627	0	0	0			
12	C	I	5.0	0.2916	0.2905				0.1550	0.1054	0.0798
13	D	H	5.0	0.2916	0.2905	0	0	0	0.1550	0.1054	0.0798
14	D	I	3.0	0.1179	0.1176	0.0625	0.0625	0	0.0919	0.0825	
15	D	J	5.0	0.2905	0.2905	0.2894	0.2894		0.2900	0.2898	0.0798
16	E	I	5.0	0.2905	0.2905	0.2894	0.2894	0	0.2900	0.2898	0.0798
17	E	J	3.0	0.0627	0.0627	0.0625	0.0625	0	0.0626	0.0626	0.0172
18	F	G	4.0	0.1487	0.1481	0.1481	0	0	0.1485	0.0539	0.0409
19	G	H	4.0	0.1493	0	0	0	0	0.0793	0.0539	0.0409
20	H	I	4.0	0.1493	0.1487	0	0	0	0.0793	0.0539	0.0409
21	I	J	4.0	0.1487	0.1487	0.1481	0.1481	0	0.1485	0.1484	0.0409
Σf <sub>i</sub>			4.0	3.0	2.0	1.0	0	3.0	2.0	1.0	

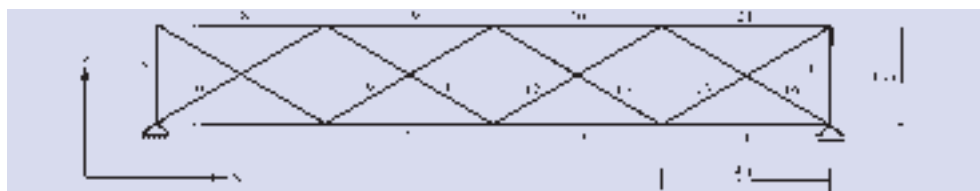


Abb. 4: Ergebnis der sequentiellen Optimierung unter Berücksichtigung latenter Restriktionen

der Analyse der inneren Geometrie der Beobachtungen latente innere Restriktionen untersucht und bei der Strukturoptimierung berücksichtigt. Im Gegensatz zu den Teilredundanzen

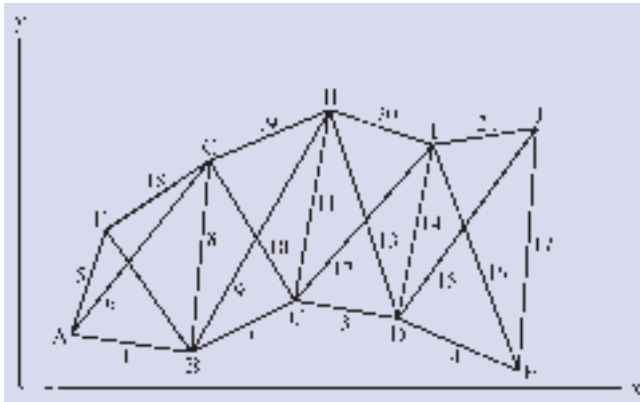


Abb. 5: Streckennetz mit latenten inneren Restriktionen

dansen lassen sich dadurch Substrukturen (Gruppen von Beobachtungen bzw. Tragwerkelementen) erkennen und somit lokale Schwachstellen in der Netzstruktur aufdecken und beheben. Im Zusammenhang mit Balancierungsfaktoren bilden latente innere Restriktionen eine neue Basis zur Analyse und Ausgleichung geodätischer und mechanischer Netze.

#### Literatur

- BAHNDORF, J. (1991): Zur Systematisierung der Seilnetzrechnungen und zur Optimierung von Seilnetzen. DGK-Reihe C, Nr. 373, München.
- JURISCH, R., KAMPMANN, G. (1998): Vermittelnde Ausgleichungsrechnung mit balancierten Beobachtungen – erste Schritte zu einem neuen Ansatz. Zeitschrift für Vermessungswesen, 123, S. 87–92.
- JURISCH, R., KAMPMANN, G., KRAUSE, B. (1998): Erweiterung zu den „Anmerkungen zur balancierten Ausgleichung“. Zeitschrift für Vermessungswesen, 123, S. 272–273.
- JURISCH, R., KAMPMANN, G., LINKE, J. (1999): Über die Analyse von Beobachtungen in der Ausgleichungsrechnung – Äußere und innere Restriktionen. Teil I/II, Zeit-

schrift für Vermessungswesen, 124, S. 350–357 und S. 388–395.

KAMPMANN, G. (1994): Robuste Deformationsanalyse mittels balancierter Ausgleichung. Allgemeine Vermessungsnachrichten, 101, S. 8–17.

LINKE, J. (2000): Zur Analyse der Geometrie und Beurteilung von geodätischen und mechanischen Netzen unter Verwendung von Balancierungsfaktoren. Dissertation, Schriftenreihe des Instituts für Geotechnik und Markscheidewesen der TU Clausthal, Heft 3, Clausthal.

STRÖBEL, D. (1997): Die Anwendung der Ausgleichungsrechnung auf elastomechanische Systeme. DGK-Reihe C, Nr. 478, München.

WOLF, H. (1997): Ausgleichungsrechnung I und II. Ferdinand Dümmlers Verlag, Bonn.

Anschrift der Autoren:

Dr.-Ing. JANETTE LINKE, Prof. Dr. rer. nat. RONALD JURISCH, Prof. Dr.-Ing. GEORG KAMPMANN, Prof. Dr.-Ing. HEINZ RUNNE, Hochschule Anhalt (FH), Fachbereich Vermessungswesen, Forschungsgruppe GeoMath Bauhausstraße 6, D-06846 Dessau

#### Zusammenfassung

**Latente Restriktionen sind bislang in der Ausgleichungsrechnung wenig beachtet worden. Die Anwendung bei der Analyse und Strukturoptimierung geodätischer Netze und Stabtragwerke zeigt verblüffende Ergebnisse.**

#### Summary

**Latent restrictions have not been investigated yet in adjustment. This application deals with geodetic/mechanical network investigation and analysis and demonstrates amazing conclusions.**

## Ausstellung „Schlesische Klöster, Residenzen und Städte in Messbildaufnahmen“ in Leubus/Lubiaz (Polen)

Der Weitsicht des deutschen Pioniers der Photogrammetrie Albrecht Meydenbauer (1834–1921) ist es zu verdanken, dass uns heute viele nationale und internationale Baudenkmäler in messtechnisch auswertbaren fotografischen Bildern erhalten sind. Die vom Museum für schlesische Landeskunde Königswinter-Heisterbacher-

rott (Haus Schlesien) im Zisterzienserkloster Leubus/Lubiaz gestaltete Ausstellung „Schlesische Klöster, Residenzen und Städte in Messbildaufnahmen“ präsentiert fotografische Raritäten der Jahre 1887 bis 1908 aus den Beständen der 1885 von Meydenbauer in Berlin gegründeten Königlich Preußischen Messbildanstalt. Die in Zusammen-

arbeit mit dem Brandenburgischen Landesamt für Denkmalpflege reproduzierten Messbilder der Original-Glasplatten im Format 40 cm x 40 cm werden im repräsentativen Sommerrefektorium des größten und bedeutendsten schlesischen Klosters gezeigt; ein passenderer Ausstellungsort als das 100 km östlich der Grenzstadt Gör-

litz bei Liegnitz/Legnica malerisch an der Oder gelegene schlesische Barockdenkmal ließe sich nicht finden. Die sehenswerte Ausstellung ist noch bis zum 29. 10. 2000 von 10 bis 15 Uhr geöffnet.

FRANK REICHERT