
Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Geodätisches Institut

VERGLEICH VON KRIGING-VERFAHREN FÜR KRISENSZENARIEN

Simon Laun, Norbert Rösch, Edgar Butwilowski

Zusammenfassung: Es wird am Beispiel eines Krisenszenarios der Einsatz des Kriging-Verfahrens untersucht, um eine flächenhafte Übersicht über die zu erwartenden Schäden zu erhalten. Die Schätzung erfolgt auf der Grundlage von mittels Crowdsourcing erfassten Geodaten. Beispielhaft wird das Verfahren auf das Erdbeben in Haiti angewendet. Es wird gezeigt, dass die Kenntnis der Schäden von nur 10% des Gebäudebestands ausreicht, um eine realistische Einschätzung der Gesamtsituation zu erhalten. Im vorliegenden Beitrag wurde dabei auf entsprechende Daten der OpenStreetMap (OSM) zurückgegriffen.

Schlüsselwörter: Kriging, Interpolation, Naturkatastrophe, Krisenmanagement, mobiles GIS

COMPARISON OF KRIGING-METHODS FOR CRISIS SCENARIOS

Abstract: Based on a crisis scenario the application of the Kriging-method is evaluated to get a seamless overview of the damages to be expected. The adjustment is done by means of single selective data. We took the earthquake of 2010 in Haiti as a use case. It is outlined, that only 10% of the building stock is needed to get a realistic assessment of the situation. We further assume that the data is captured by crowdsourcing.

Keywords: Kriging, interpolation, natural hazards, crisis management, mobile GIS

Autoren

M. Sc. Simon Laun
Dr.-Ing. Norbert Rösch
Dr.-Ing. Edgar Butwilowski

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Geodätisches Institut
Englerstr. 7
D-76131 Karlsruhe

E: simon.laun@kit.edu, norbert.roesch@kit.edu,
edgar.butwilowski@kit.edu

1 EINLEITUNG

Im Krisenfall ist schnelles Handeln unerlässlich. Die Hilfe muss koordiniert und zu den entsprechenden kritischen Punkten gelenkt werden. Dazu ist es wichtig, schnell Informationen über die tatsächlichen Schäden zu erhalten. Eine der wichtigsten Größen ist dabei der Zustand der Gebäude, über den man sich möglichst zeitnah Klarheit verschaffen sollte. Im städtischen Bereich bekommt man dabei indirekt auch erste Anhaltspunkte über den Zustand der Infrastruktur, denn die vollständige Zerstörung der Gebäude in einer bestimmten Umgebung ist ein erster Indikator für die Unpassierbarkeit der benachbarten Straßen.

In diesem Beitrag wird der Einsatz des Krigings zur Schätzung von Gebäudeschäden in einem Krisenszenario analysiert. Dabei wird davon ausgegangen, dass mittels Crowdsourcing schnell relevante Geodaten erfasst und via OSM auch publiziert werden (Müller 2015). Diese Annahme fußt auf den Erfahrungen, die nach dem Erdbeben 2010 in Haiti gesammelt werden konnten. Mit der vorgeschlagenen Methode kann dann in kürzester Zeit auf der Basis von Punktdaten eine flächendeckende Übersicht gewonnen werden.

Alle Berechnungen in diesem Beitrag wurden auf der Grundlage der zuvor genannten Daten aus Haiti durchgeführt. Da die Datengrundlage sehr gut war, konnten mit der Kreuzvalidierung verschiedene Testrechnungen vorgenommen werden, um die Tauglichkeit des Verfahrens und die seiner Varianten einschätzen zu können.

In den beiden folgenden Abschnitten werden zunächst das Verfahren und die zuvor schon genannten Varianten vorgestellt. Im Fokus stehen dabei zwei unterschiedliche Variogrammfunktionen sowie auf der methodischen Seite das Ordinary und das Universal Kriging. Daran anschließend sind aus Platzgründen lediglich einige der erzielten Ergebnisse beispielhaft dargestellt. Die Zusammenfassung schließt den Beitrag.

2 DIE VARIOGRAMMFUNKTION

Das aus der Geostatistik bekannte Kriging ist eine Interpolationsmethode zum Schätzen von Werten in Abhängigkeit von bekannten Stützpunkten aus der Nachbarschaft (Krige 1951). Das Kriging war ursprünglich für die Lagerstättenforschung entwickelt worden. In diesem Bereich wird

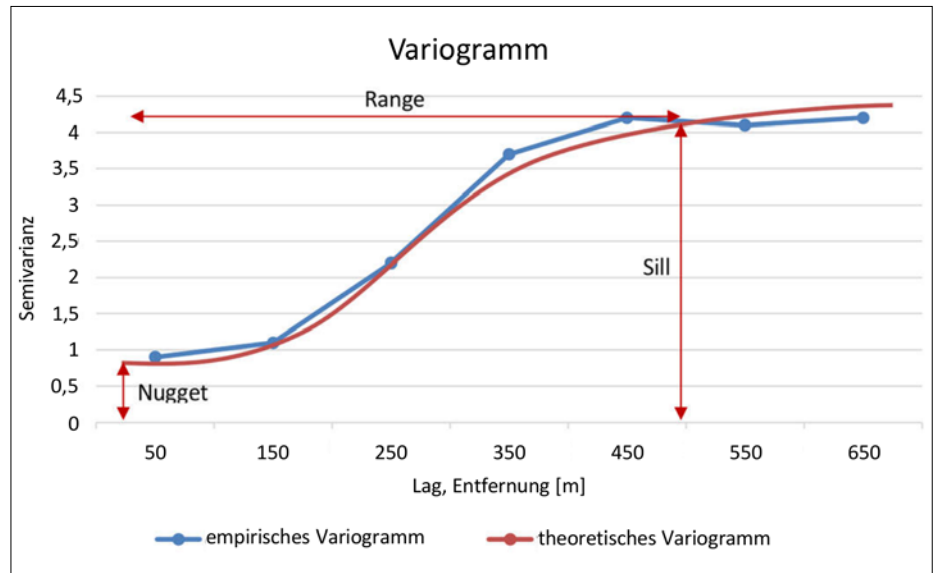


Abbildung 1: Empirisches und theoretisches Variogramm

es eingesetzt, um den Gehalt von Lagerstätten anhand von Probebohrungen zu schätzen. Heute kommt es aber auch auf anderen Gebieten zum Einsatz (Peters 2009, Oliver & Webster 1990). Entscheidend für das Verfahren ist seine Zweistufigkeit, denn zunächst müssen die vorliegenden Stichproben in dem zu betrachtenden Gebiet analysiert werden. Das Ergebnis dieser Analyse besteht aus zwei Variogrammen (experimentelles und theoretisches Variogramm). Das experimentelle Variogramm dient als Vorstufe für das theoretische Variogramm. Allgemein formuliert, beschreibt ein Variogramm die Wechselwirkung innerhalb der analysierten Daten. Das experimentelle Variogramm geht aus der nachstehenden Funktion hervor, welche sich wie folgt berechnet:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i,j=1}^{N(h)} (Z_i - Z_j)^2$$

Dabei stehen Z_i und Z_j für beliebige Messpunkte und h für den Abstand zwischen den Punkten. Aus praktischen Erwägungen heraus fasst man die Punkte in Abstandsklassen (lags) zusammen und erhält infolgedessen diskrete Punkte für die jeweiligen Klassen.

Um aus den diskreten Stützpunkten eine stetige Kurve zu erhalten, muss ein Typ des theoretischen Variogramms gewählt werden. Die somit entschiedene Variogrammfunktion wird im Anschluss an das experimentelle Variogramm mittels eines Ausgleichs-

ungsverfahrens angepasst. Hierdurch erfolgt eine Schätzung der Kenngrößen „nugget“, „range“ und „sill“.

Die geometrische Interpretation der drei Größen liegt auf der Hand. Der „nugget“ kennzeichnet den sogenannten y-Achsenabschnitt im Sinne eines Grundrauschens, der „range“ den Bereich der maximalen Wechselwirkung zweier Punkte und der „sill“ steht für den Grenzwert, an den sich die Kurve annähert. In der Theorie wird der Range so definiert, dass er sich asymptotisch an den Maximalwert annähert. In der Praxis genügt es, dass der „range“ etwa 95 % der „sill“-Werte umfasst. Dies ist sinnvoll, da der gesuchte Grenzwert im Regelfall durch Ausreißer überschritten wird (Wackernagel 2003).

Als Modellkurven gibt es für die Anwendung mehrere Lösungen. In diesem Beitrag werden zwei davon vorgestellt. Dies sind das

- exponentielle Variogramm (Bailey & Gatrell 1995)

$$\gamma(h) = a + (\sigma^2 - a) \left(1 - e^{-\frac{3h}{r}}\right)$$

sowie das

- Gauß'sche Variogramm (Bailey & Gatrell 1995)

$$\gamma(h) = a + (\sigma^2 - a) \left(1 - e^{-\frac{3h}{r^2}}\right).$$

Alle Variogrammfunktionen verwenden als Eingangsparameter die drei Größen „nugget“, „range“ und „sill“, die es geeignet

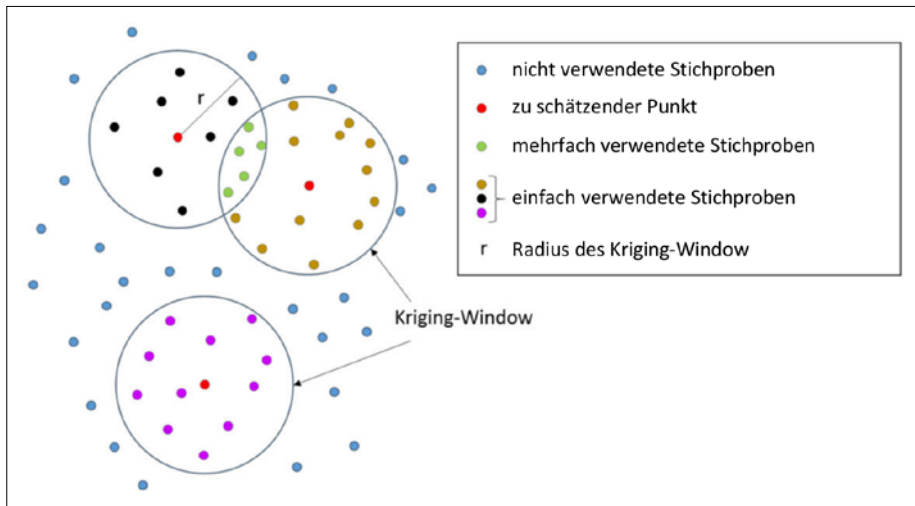


Abbildung 2: Grafische Darstellung der angewandten Moving-Window-Methode

aus dem experimentellen Variogramm zu schätzen gilt. Der hier gewählte Ansatz besteht in der Lösung eines nichtlinearen Ausgleichungsansatzes nach dem Prinzip der Minimierung der Fehlerquadratsumme (zwischen den Stützpunkten und Funktionswerten) auf der Grundlage des Levenberg-Marquardt-Algorithmus. Details zum Levenberg-Marquardt-Algorithmus können Levenberg (1944) und Marquardt (1963) entnommen werden.

In diesem Beitrag sollen mit dem hier vorgestellten Verfahren Gebäudeschäden nach einem Erdbeben ermittelt werden. Aufgrund äußerer Einflüsse (z. B. der Topographie, der in bestimmten Stadtteilen üblichen Bauweise) ist davon auszugehen, dass das Variogramm eine Funktion des Orts ist. Somit liegt keine Ortsunabhängigkeit der Daten vor, welche eine Grundbedingung für das Kriging ist. Um die Ortsunabhängigkeit zu approximieren, kann ein Verfahren verwendet werden, das einen Einzugsbereich für die Stichproben um jeden zu schätzenden Punkt definiert (Haas 1989). Dieses Verfahren wird unter anderem als Window-Kriging oder auch allgemeiner als Moving-Window-Methode bezeichnet.

Wie in Abbildung 2 zu sehen ist, wird um jeden zu schätzenden Punkt ein Einzugsbereich („Kriging-Window“) mit einem initialen Radius definiert, welcher im weiteren Verlauf auf eine minimale Anzahl an geprüften Objekten angepasst wird. Alle Stichproben innerhalb des Einzugsbereichs gehen in die Ermittlung des spezifischen Variogramms sowie in das Kriging für den zu schätzenden Punkt ein. Punkte außer-

halb des Einzugsbereichs werden nicht berücksichtigt. Dies führt dazu, dass nur Informationen in die Schätzung eingehen, welche ähnlichen Einflüssen unterliegen wie der zu schätzende Punkt selbst.

Es ist davon auszugehen, dass in den meisten Fällen Gebäude in einer lokalen Umgebung ähnliche Bausubstanzen aufweisen und die Topographie gleich ist. Dementsprechend führen die äußeren Einflüsse zu ähnlichen Auswirkungen auf die Gebäude. Letztlich bedeutet dies, dass in einem begrenzten Gebiet um das zu schätzende Gebäude die Grundbedingung der Ortsunabhängigkeit erfüllt ist, da weitestgehend konstante äußere Einflüsse vorliegen. Informationen über die Bebauung des Gebiets sowie über die Ursache der Zerstörung sind aufgrund dieses Sachverhalts weniger relevant.

Die Moving-Window-Methode führt nicht nur dazu, dass nur repräsentative Informationen in die Schätzung eingehen, sie verringert auch den Rechenaufwand. Denn dadurch ist die Größe der Krige-Matrix beschränkt, die zum Lösen des Krige-Systems invertiert werden muss. Die Invertierung selbst erfolgt durch die LR-Zerlegung.

3 DAS KRIGING

Sukzessive wurden unterschiedliche Kriging-Verfahren entwickelt. Aus der Menge der derzeit bekannten Methoden werden in diesem Beitrag aufgrund ihrer Verbreitung zwei im Detail auf ihre Anwendbarkeit hin untersucht. Die erste Interpolationsmethode ist das Ordinary Kriging, deren Basis die Messwerte der Stichproben sind.

Die zweite ist das Universal Kriging. Diese Methode berücksichtigt darüber hinaus eine Drift zwischen den Messwerten, die als Funktion des Orts gesehen werden kann. Beide Verfahren sollen im Folgenden kurz skizziert werden, wobei in den nächsten Absätzen zunächst das Ordinary Kriging vorgestellt wird.

Wie zuvor schon erwähnt, schätzt ein Kriging-Verfahren einen Wert anhand von Messwerten aus der Nachbarschaft. Dieser Schätzwert errechnet sich nach Akin & Siemes (1988) als gewichteter Mittelwert der Form:

$$\hat{Z}_{x_0} = \sum_{i=1}^n \lambda_i * Z(x_i)$$

Hierbei beschreibt $Z(x_i)$ die Messwerte aus der Nachbarschaft und λ_i die Wichtungsfaktoren, welche mittels des Krige-Systems zu ermitteln sind. Der Schätzwert des zu schätzenden Punkts symbolisiert die Variable $\hat{Z}_{x_0}$. Nach Akin & Siemes (1988) „ergeben die Wichtungsfaktoren in der Summe eins, sodass die Differenzen zwischen den wahren und den geschätzten Werten im Mittel null sind.“ Durch diesen Sachverhalt ist die Schätzung unverzerrt. Des Weiteren werden die Wichtungsfaktoren unter der Prämisse berechnet, dass die Varianz der Schätzung zu einem Minimum wird. Für eine explizite Herleitung der Schätzvarianz der Form

$$\sigma_e^2 = 2 \sum_i \lambda_i * \gamma(x_i x_0) + \sum_i \sum_j \lambda_i * \lambda_j * \gamma(x_i x_j)$$

wird auf Akin & Siemes (1988) verwiesen. Die Funktion der Schätzvarianz ist somit eine Funktion der Wichtungsfaktoren λ_i . Dieser Ansatz führt zu einem Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen, das mithilfe der Lagrange-Methode gelöst werden kann.

Nach der Bildung der partiellen Ableitungen, die dann gleich null gesetzt werden, erhält man nach einigen Umformungen die Krige-Matrix in dieser Form:

$$K = \begin{bmatrix} \bar{\gamma}(x_1 x_1) & \dots & \bar{\gamma}(x_1 x_j) & \dots & \bar{\gamma}(x_1 x_n) & 1 \\ \vdots & & & & & \\ \bar{\gamma}(x_i x_1) & \dots & \bar{\gamma}(x_i x_j) & \dots & \bar{\gamma}(x_i x_n) & 1 \\ \vdots & & & & & \\ \bar{\gamma}(x_n x_1) & \dots & \bar{\gamma}(x_n x_j) & \dots & \bar{\gamma}(x_n x_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

In Verbindung mit dem Vektor der unbekannten Gewichte (einschl. des Lagrange-Faktors) $\vec{\lambda}$ ebenso mit dem Absolutgliedvek-

tor $\vec{\gamma}$, welcher die Variogramm-Werte der Stützpunkte zum zu schätzenden Punkt und die durch die Lagrange-Bedingung eingeführte 1 enthält, führt zu folgendem Gleichungssystem

$$K * \vec{\lambda} = \vec{\gamma},$$

welches durch Linksmultiplikation mit K^{-1} auf

$$\vec{\lambda} = K^{-1} * \vec{\gamma}$$

führt. Damit ist eine Lösung für die unbekannten Gewichte gefunden.

Ein dazu modifizierter Ansatz stellt das Universal Kriging dar. Im Prinzip ist es eine Erweiterung des obigen Modells, wobei die Modifikation in der Einführung einer Driffunktion $m(x)$ besteht. Damit kann beispielsweise ein richtungsabhängiger Trend modelliert werden. Ein derartiger Trend kann in der Praxis durch die Topographie, Bebauung o. Ä. gegeben sein. Die sogenannte regionalisierte Variable $Z(x)$ (also die Beschreibung des Felds) ergibt sich dann durch

$$Z(x) = m(x) + Y(x),$$

wobei $m(x)$ mithilfe von Funktionen wie

$$m(x) = \sum_l a_l * f^l(x)$$

gegeben ist. $Y(x)$ steht für die stochastische Komponente des Felds an der Stelle x . Weitere Details sind in Akin & Siemes (1988) oder Bill (2016) zu finden.

4 DIE ERGEBNISSE

Folgend sei ein Teil der Ergebnisse exemplarisch anhand der Testkonstellation des Ordinary Kriging in Kombination mit einem exponentiellen Variogramm visualisiert. Die Basis der Ergebnisse bildet eine Kreuzvalidierung mit Realdaten, welche aufgrund des Erdbebens in Haiti aus dem Jahr 2010 erhoben wurden. Die Gebäude wurden dabei in fünf Schadensklassen – mit der Bedeutung keine sichtbaren Schäden (Klasse 1) bis zu völlig zerstört (Klasse 5) – eingeteilt. Der folgende Abschnitt betrachtet die als korrekt, falsch sowie die nicht klassifizierten Gebäude in Abhängigkeit der Informationsdichte. Dies bedeutet, dass jeweils 10, 20 sowie 50 Prozent der Realdaten als Informationsinput in die Schätzung eingehen. Die Auswahl des Informationsinputs basiert auf einer Zufallsauswahl.

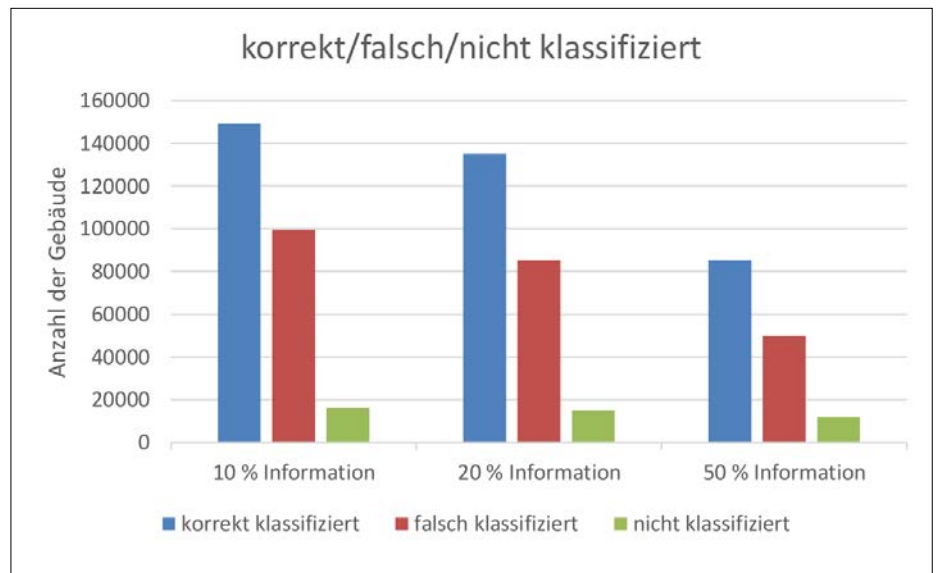


Abbildung 3: Absolute Ergebnisse der Testkonstellation Ordinary Kriging mit exponentiellem Variogramm

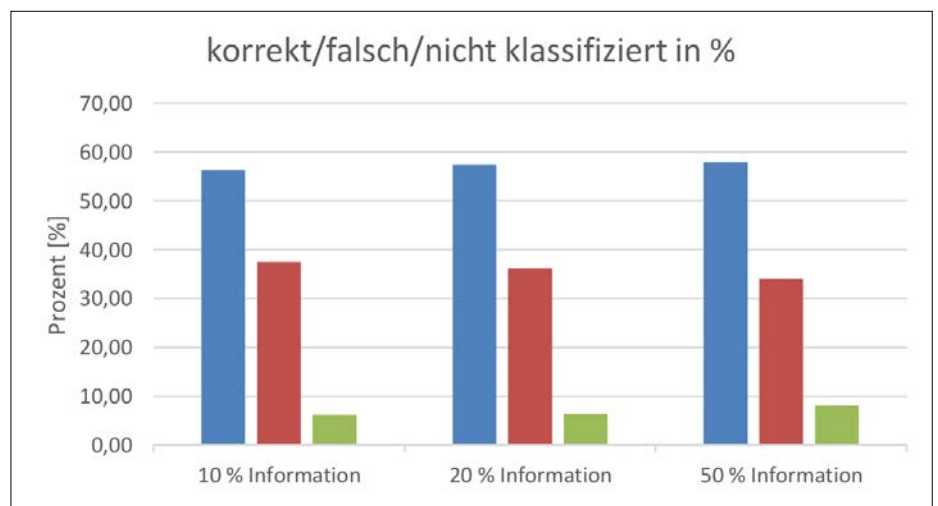


Abbildung 4: Absolute Ergebnisse in Prozent der Testkonstellation Ordinary Kriging mit exponentiellem Variogramm

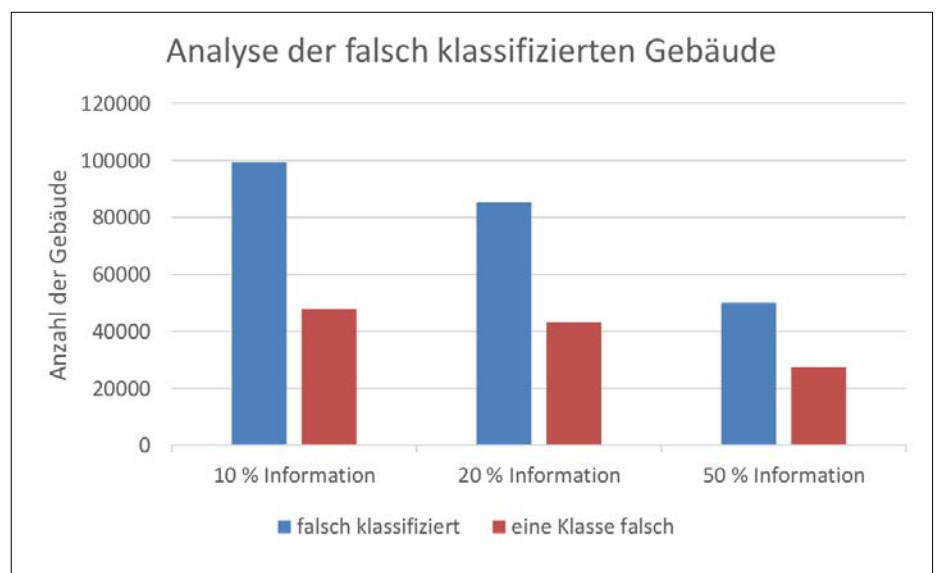


Abbildung 5: Analyse der falsch klassifizierten Gebäude

Durch die Betrachtung der Ergebnisse in Prozent wird auffällig, dass die Erhöhung der Informationsdichte nur unwesentlich bessere Ergebnisse liefert. Dieses Verhalten zeigen auch die weiteren Testkonstellationen. Eine Auswahl der Informationsgrundlage seitens eines Operators, unter Berücksichtigung eines bestimmten Schemas zur Verbesserung der Informationsgrundlage, ist noch zu untersuchen.

Des Weiteren ist die hohe Anzahl der falsch klassifizierten Gebäude auffällig. Jedoch lassen die visualisierten Ergebnisse in Abbildung 3 und 4 keine Rückschlüsse zu, wie weit ein falsch klassifiziertes Gebäude von der korrekten Klassifizierung abweicht, weshalb im Folgenden die falsch klassifizierten Gebäude näher betrachtet werden.

Unter Verwendung eines exponentiellen Variogramms weichen ca. 50 Prozent der falsch klassifizierten Gebäude lediglich um eine Klasse von der wahren Klassifizierung ab. Dieses Ergebnis bestätigt auch die Testkonstellation, welche das Universal Kriging verwendet. Auf eine visuelle Darstellung dieser Ergebnisse wird verzichtet, da diese analog zu den Ergebnissen aus Abbildung 5 sind.

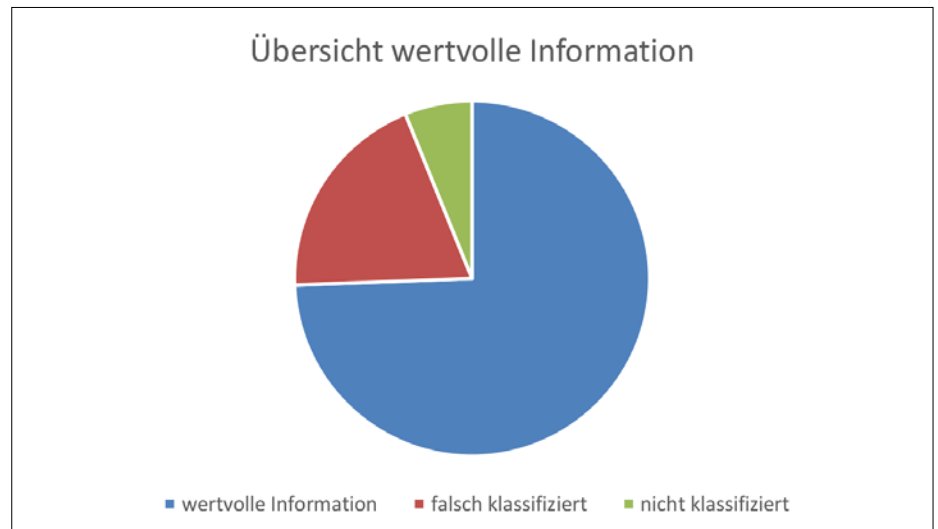


Abbildung 6: Die Ergebnisse der Klassifizierung

Mit der Annahme, dass aufgrund einer Abweichung der Klassifizierung um eine Klasse, die Situation vor Ort überwiegend korrekt eingeschätzt werden kann, müssen diese nicht zwingend als grob falsch betrachtet werden. Aufgrund dessen entsprechen diese Klassifizierungen einer zusätzlichen Information. Im Weiteren wird diese Abweichung daher dennoch wertvolle In-

formation genannt. In Abbildung 6 ist die Klassifizierung in Form eines Kuchendiagramms dargestellt. Die sogenannte wertvolle Information setzt sich dabei aus den korrekten Klassifizierungen und den Klassifizierungen zusammen, welche nur eine Abweichung von einer Klasse aufweisen.

Mit der Betrachtung der als wertvoll angesehenen Information wird klar, dass sich

10% Information	echte Daten	interpoliert	korrekt klassifiziert	korrekt klassifiziert in %
Klasse 1	199934	92267	72549	36,3
Klasse 2	0	9613	0	
Klasse 3	14124	8177	483	3,4
Klasse 4	22190	7280	768	3,5
Klasse 5	28511	69270	8489	29,8

20% Information	echte Daten	interpoliert	korrekt klassifiziert	korrekt klassifiziert in %
Klasse 1	177607	80226	63372	35,7
Klasse 2	0	9449	0	
Klasse 3	12540	7908	561	4,5
Klasse 4	19735	6877	810	4,1
Klasse 5	25454	58407	7556	29,7

50% Information	echte Daten	interpoliert	korrekt klassifiziert	korrekt klassifiziert in %
Klasse 1	110763	49277	39286	35,5
Klasse 2	0	6611	0	v
Klasse 3	7716	5375	413	5,4
Klasse 4	12384	4707	669	5,4
Klasse 5	16221	34795	5132	31,6

Tabelle 1: Die Ergebnisse des Universal Kriging in Verbindung mit dem exponentiellen Variogramm



Abbildung 7: Die Visualisierung der Interpolationsergebnisse auf dem Tablet-PC

hierdurch das Klassifizierungsergebnis deutlich verbessert darstellt. Somit sei an dieser Stelle nachgewiesen, dass mittels des angewandten Verfahrens ca. 75 Prozent aller zu schätzenden Gebäude des Testdatensatzes um maximal eine Klasse von der wahren Klassifizierung abweichen.

In Tabelle 1 sind die Ergebnisse, die mit der Methode Universal Kriging in Verbindung mit dem Gauß'schen Variogramm erzielt wurden, dargestellt. Dabei wurden drei Fälle unterschieden. Zum ersten wurden zur Berechnung der geschätzten Schadensklassen nur 10% der tatsächlichen Informationen herangezogen. Im Weiteren wurde auf 20% der Information zurückgegriffen und zuletzt auf 50%. Es fällt dabei zum wiederholten Mal auf, dass mit der Hinzunahme von weiteren Stützpunkten keine signifikante Verbesserung der korrekt klassifizierten Gebäude erreicht werden konnte. Im Übrigen liegt der prozentuale Anteil der korrekt klassifizierten Gebäude deutlich unter dem, der mit dem Verfahren Ordinary Kriging in Verbindung mit dem exponentiellen Variogramm erzielt wurde. Dies legt den Schluss nahe, dass dieser Ansatz für den vorliegenden Fall nicht geeignet ist.

Neben den oben dargestellten Analysen – das beste und das schlechteste Ergebnis wurden für die Publikation ausgewählt – wurden noch weitere durchgeführt. Es zeigte sich dabei, dass das Ergebnis erwartungsgemäß wesentlich vom verwendeten Variogramm abhängt. Weiterhin trägt eine Verfeinerung des Modellansatzes im untersuchten Fall nicht notwendigerweise zur Verbesserung des Resultats bei. Das zuletzt aufgeführte Modell legt sogar den Umkehrschluss nahe, denn das Universal Kriging erbrachte im Vergleich mit dem Ordinary Kriging bei gleichem Variogramm immer ein schlechteres Klassifizierungsergebnis.

Abbildung 7 zeigt das Ergebnis der Interpolation (Screenshot). Bei den grünen Punkten handelt es sich dabei um Gebäude der Schadensklasse 1 (keine sichtbaren Schäden) bis hin zu den roten Punkten der Schadensklasse 5, die für völlig zerstörte Gebäude stehen. Punkte mit einem bläulichen Farbton entsprechen Gebäuden mit einer dazwischen liegenden Schadensklasse. Die Einsatzkräfte können auf der Grundlage dieser Karten gesteuert werden, indem sie beispielsweise gezielt in Gebiete mit besonders starken Zerstörungen geleitet

werden. Dies können sie selbstverständlich auch autonom durchführen, wenn eine zentrale Lenkung fehlen sollte.

Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass bei einer Änderung der Situation (z. B. im Falle von Nachbeben) jederzeit auf Basis einer geänderten Datengrundlage eine neue Interpolation gestartet werden kann. Denn u. U. ergibt sich dann ein anderes Bild der Situation.

5 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Im vorliegenden Beitrag wurde am realen Anwendungsfall des Erdbebens in Haiti aufgezeigt, wie auf der Basis frei verfügbarer Daten – erfasst durch Crowdsourcing – eine rasche Übersicht über die entstandenen Schäden an Gebäuden nach dem Beben gewonnen werden kann. Es wurde aufgezeigt, wie auf der Grundlage eines Kriging-Schätzers eine Übersicht über die Schadenssituation erzielt werden kann. Auf Grundlage dieser Einschätzung kann anschließend der Einsatz der Rettungskräfte gesteuert werden.

In der Praxis haben sich die verschiedenen Varianten des Kriging-Verfahrens als nicht gleichwertig herausgestellt. Die Ana-

lyse brachte deutliche Unterschiede zu Tage und überraschenderweise erwies sich nicht das aufwendigste Verfahren als das Beste.

Nachdem sich der gewählte Ansatz im Zusammenhang mit den zuvor genannten Erdbeben in Haiti als sehr Erfolg versprechend erwiesen hat, stehen weitere Analysen auf andere Anwendungsfälle aus. Denkbar wäre beispielsweise die analoge Analyse des Erdbebens in Nepal, wobei zunächst zu prüfen wäre, ob die Ausgangsdaten ebenso schnell vorhanden waren wie in Haiti. Es sollte im Weiteren ebenfalls geprüft werden, ob eine analoge Anwendung auf andere Krisensituationen (wie z.B. Zerstörungen durch Tropenstürme, Hochwasser) möglich ist.

Literatur

Akin, H.; Siemes, H. (1988): Praktische Geostatistik. Springer, Berlin/Heidelberg.

Bailey, T. C.; Gatrell, A. C. (1995): Interactive Spatial Data Analysis. Routledge, London, S. 179-180.

Bill, R. (2016): Grundlagen der Geo-Informationssysteme. 6. Auflage. Wichmann, Berlin/Offenbach.

Haas, T. C. (1989): Kriging and automated Variogram modeling within a moving Window. In: Atmospheric Environment, 24A (7), S. 1759-1769.

Krige, D. G. (1951): A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. In: Journal of the Chemical, Metallurgical & Mining Society of South Africa, 12/1951, S. 119-139.

Levenberg, K. (1944): A Method for the Solution of Certain Problems in Least Squares. In: The Quarterly of Applied Mathematics,

2/1944, S. 164-168.

Marquardt, D. (1963): An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. In: SIAM Journal on Applied Mathematics, 11/1963, S. 431-441.

Müller, A. (2015): Crowdsourced Data und Web 2.0 im Notfall. In: gis.Business, 5/2015, S. 38-40.

Oliver, M. A.; Webster R. (1990): Kriging: a method of interpolation for geographical information systems. In: International Journal of Geographical Information Systems, 3/1990, S. 313-332.

Peters, S. (2009): Vergleich räumlicher Interpolationsverfahren für Ertragswerte im Weinbau. In: gis.Science, 2/2009, S. 50-56.

Wackernagel, H. (2003): Multivariate Geostatistics – An Introduction with Applications. 3. Auflage. Springer, Berlin/Heidelberg.



**Technikwissen punktgenau:
Leitfaden für zeitgemäße Internetkarten!**

Internetkarten gewinnen zunehmend an Akzeptanz und Bedeutung. Das Fachbuch beantwortet alle wichtigen Fragen zum Thema. Mit vielen praktischen Beispielen.

Preisänderungen und Irrtümer vorbehalten.
Das Kombiangebot bestehend aus Buch und E-Book ist ausschließlich auf www.vde-verlag.de erhältlich.

Online-Karten im Fokus
Sabine Hennig (Hrsg.)
Praxisorientierte Entwicklung und Umsetzung

2016. 351 Seiten
46,- € (Buch/E-Book)
64,40 € (Kombi)

e-Book

Bestellen Sie jetzt: (030) 34 80 01-222 oder www.vde-verlag.de/160284

