Stellungnahme zu dem Beitrag „Zur korrekten Linearisierung von nichtlinearen GH-Modellen“ von Stephan Kupferer

Lothar Lenzmann und Enno Lenzmann

Die Aussagen in Kupferer 2004b und bereits auch schon in Kupferer 2004 hinsichtlich der strengen Auswertung des nichtlinearen GH-Modells müssen richtiggestellt werden. Kupferer beschreibt die Ausgangssituation bei seiner Methode in Kupferer 2004b (Formel (2.6)). Die Ergebnisse, die er erzielt, weisen nach seinen eigenen Aussagen wesentliche Mängel auf. Mit diesen Feststellungen hat er vollkommen Recht. Seine Vorgehensweise fußt zwar auf der korrekten Linearisierung, ist aber nicht in der Lage, $v^TQ^{-1}v$ zu minimieren. Sie bestimmt in den einzelnen Iterationsschritten das Minimum des jeweiligen $dv^TQ^{-1}dv$. Seine Einwände gegen die Auswertung in Lenzmann et al. 2004 sind damit gegenstandslos. Nachfolgend sei die richtige Verfahrensweise skizziert:
Die lineare Funktion zur Approximation (2.6) in Kupferer 2004b wird bereits im ausgeglichenen Zustand formuliert und lautet dort:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{\hat{x},\hat{l}} d\hat{x} + \left(\frac{\partial F}{\partial l}\right)_{\hat{x},\hat{l}} dv + F(\hat{x},\hat{l}) = 0 \qquad (1)$$

bzw.

$$A \cdot d\hat{x} + B \cdot dv + w = 0. \qquad (2)$$

Für die Betrachtung sollte besser die Stelle der Näherungswerte x_0 und v_0 eingeführt werden. Um $v^TQ^{-1}v$ zu minimieren, muss dv durch $v-v_0$ ersetzt werden! Dabei ist v_0 der anfängliche Näherungswert für v bzw. das Ergebnis der jeweils letzten Iteration. Aus (1) ergeben sich damit

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{x_0,l+v_0} \cdot d\hat{x} + \left(\frac{\partial F}{\partial l}\right)_{x_0,l+v_0} \cdot (v - v_0) + (x_0, l + v_0) = 0 \qquad (3)$$

und schließlich

$$A \cdot d\hat{x} + B \cdot v - B \cdot v_0 + F(x_0, l + v_0) = 0. \qquad (4)$$

Mit dem entscheidend (!) anderen Widerspruch (vgl. (1) und (2))

$$w = -B \cdot v_0 + F(x_0, l + v_0) \qquad (5)$$

erhält man aus (4)

$$A \cdot d\hat{x} + B \cdot v + w = 0. \qquad (6)$$

Dieser Ansatz ermittelt in jedem Iterationsschritt den Vektor der vollständigen Verbesserungen v und schließlich auch das Minimum von $v^TQ^{-1}v$.
Aufgrund seiner Einwände schreibt Kupferer in der Zusammenfassung seines Beitrags: „Es erscheint deshalb ratsam, einer generellen Ablösung des Standardverfahrens ... skeptisch gegenüber zu stehen.“ Diese Skepsis ist nicht gerechtfertigt. Im Hinblick auf die Ablösung des Standardverfahrens (z. B. DIN 18709) durch die strenge Auswertung des nichtlinearen Gauß-Helmert-Modells nach Lenzmann et al. 2004 sei Großmann 1969 zitiert; bereits damals schreibt er in seinem Vorwort mit Blick auf die Entwicklung der Rechenautomaten „Für Näherungslösungen ist die Zeit vorbei“.

Literatur

[1] DIN 18 709: Begriffe, Kurzzeichen und Formelzeichen im Vermessungswesen. Teil 4, 1984.
[2] Grossmann, W.: Grundzüge der Ausgleichungsrechnung. Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1969.
[3] Kupferer, S.: Mehrdimensionale Beobachtungstests bei Gauß-Helmert-Modellen. AVN 111, S. 264 – 269, 2004a.
[4] Kupferer, S.: Zur korrekten Linearisierung von nichtlinearen GH-Modellen. AVN 111, S. 394 – 396, 2004b.
[5] Lenzmann, L., Lenzmann, E.: Strenge Auswertung des nichtlinearen Gauß-Helmert-Modells. AVN 111, S. 68 – 73, 2004.

Anschriften der Autoren:
Prof. Dr.-Ing. Lothar Lenzmann,
FH Bochum, FB Vermessungswesen und Geoinformatik,
Lennershofstr. 140, D-44801 Bochum
Dipl. Phys. Enno Lenzmann, ETH Zürich-Zentrum,
Departement Mathematik,
Rämistr. 101, CH-8092 Zürich