

Die Snakes-Approximation als Hilfsmittel der Geodaten- Verarbeitung

Siegfried Meier, Dresden

*Aber die Schlange war listiger
denn alle Tiere auf dem Felde,
die Gott der Herr gemacht hatte . . .*
MOSE 1,3

Die Snakes-Technik ist bislang nur im Bereich der Bildverarbeitung bekannt und weiterentwickelt worden. Snakes sind verformbare Kurven, die durch kontext-abhängige äußere Energien beeinflusst werden. Der Beitrag zeigt die universelle Anwendungsmöglichkeit der Snake-Technik an Beispielen mit Vektordaten auf.

1 Vorbemerkungen

Unter *Snakes*, zu deutsch Schlangen, versteht man Modelle verformbarer Kurven (Splines). Die Verformung (Verschiebung) wird durch eine geeignet definierte, kontext-abhängige äußere Energie bewirkt, und eine den Kurven zugeordnete innere Energie, welche gewisse Kurveneigenschaften beschreibt, sorgt für die Formerhaltung. Die Gleichgewichtslage findet man über ein Variationsproblem, indem die Gesamtenergie, eine Linearkombination aus äußerer und innerer Energie, minimiert wird. Die dazu äquivalenten Euler-Gleichungen werden diskretisiert und iterativ gelöst.

Die Domäne der Snakes-Technik ist – seit der Originalarbeit von KASS et al. (1987) – die digitale Bildverarbeitung mit ihren Erkennungs- und Extraktionsproblemen. Indessen ist das Energieminimum-Prinzip ein universelles. Deshalb sind auch andere Anwendungen möglich; etwa die formerhaltende Verdrängung von Linienobjekten als Teilproblem der rechnergestützten Generalisierung oder die Approximation von Meßwertreihen. Im letzteren Fall verhalten sich die Schlangen wie ausgleichende Splines; die Methode läßt sich dem Prinzip der Normminimum-Interpolation zuordnen (1).

Die Snakes-Technik ist bislang nur im engen Zirkel der Bildverarbeiter bekannt und dort in den letzten zehn Jahren bedeutend weiterentwickelt worden. Ihre Potenzen auf anderen Gebieten sind noch recht wenig erschlossen. Deshalb soll in diesem Beitrag – als Anregung für alternative Anwendungen – eine einführnde Übersicht gegeben werden (2). Dabei beschränken wir uns auf den einfachsten Modellansatz und formelmäßig auf das Notwendigste

(Abschnitt 2 und Anhang A), benennen aber auch fortgeschrittene Modelle und Methoden (Abschnitt 4), ferner die numerischen Probleme (Abschnitt 3) und weisen auf die Anwendungsvielfalt hin (Abschnitt 5). Für Geodäten interessant dürften auch die Analogien zur Ausgleichsrechnung sein (Abschnitte 2.1(c), 4.2 und 5.1).

Die Anzahl der Snakes-Arbeiten hat mittlerweile die Hundert überschritten. Entsprechend unserem Anliegen enthält das Literaturverzeichnis nur eine kleine Auswahl. Bereits die Titel enthalten bisweilen bildkräftige Synonyme, aus denen man gewisse Modelleigenschaften und Approximationsziele errahnen kann. Damit sich der interessierte Leser in dieser speziellen Fachsprache schneller zurechtfindet, sind im Anhang B Worterklärungen beigelegt.

2 Modellbildung

2.1 Äußere und innere Energie

Die Gleichgewichtslage von Schlangen wird mit Hilfe der Energieminimierung bzw. aus dem Ausgleich von äußeren und inneren Energien (Potentialen) gefunden. Die äußere Energie E_{ext} bewirkt die Verschiebung (Verformung). Dieser Term ist immer kontext-abhängig. Beispiele sind:

(a) Das Erkennungsproblem
(*recognition*)

Kanten, Konturen als Objekt- oder Segmentgrenzen, Linienstrukturen oder -objekte mit den typischen Hell-Dunkel-Unterschieden. Man setzt E_{ext} proportional zum Quadrat des Bildintensitätsgradienten an.

(b) Das Verdrängungsproblem
(*displacement*)

E_{ext} modelliert den graphischen

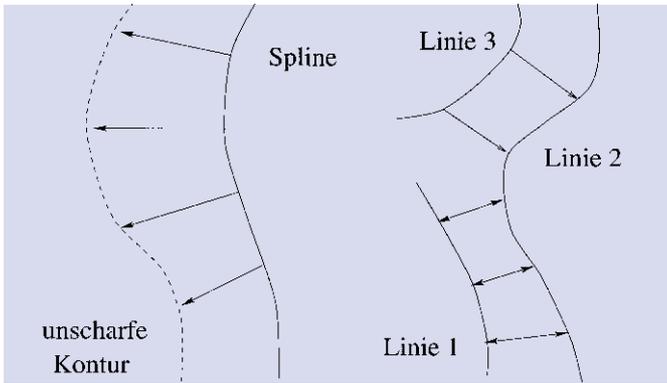


Fig. 1: Analogie zwischen Konturerkennung (Anlagerung eines Splines an eine unscharfe Kontur; links) und einseitiger oder gegenseitiger Linienverdrängung (rechts) im Konzept energieminimierender Splines (snakes)

$$x(0) = x_a, y(0) = y_a, x(1) = x_e, y(1) = y_e$$

ergeben sich die zum Variationsproblem äquivalenten Euler-Gleichungen (Gleichgewichtsbedingungen)

$$\frac{\partial E_{ext}}{\partial x} - \alpha x_{ss} + \beta x_{ssss} = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial E_{ext}}{\partial y} - \alpha y_{ss} + \beta y_{ssss} = 0.$$

Diese sind von 4. Ordnung mit erheblichen Konsequenzen für die numerische Lösung.

3 Lösungsverfahren

3.1 Iterative Lösungen

Die Diskretisierung der Euler-Gleichungen (4) mit finiten Differenzen führt auf lineare Ersatzsysteme

$$\underline{A} x = \underline{b}_x, \quad \underline{A} y = \underline{b}_y \tag{5}$$

mit pentadiagonaler Koeffizientenmatrix

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 & 0 & L \\ b & a & b & c & 0 & L \\ c & b & a & b & c & L \\ 0 & c & b & a & b & L \\ 0 & 0 & c & b & a & L \\ M & M & M & M & M & O \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$a := 2\alpha + \beta, \quad b := -\alpha - 4\beta, \quad c := \beta.$$

Diese sind schlecht konditioniert und nur nach geeigneter Regulari-

Konflikt: $E_{ext} > 0$ für zu dicht liegende Linien und $E_{ext} = 0$, wenn ein vorgegebener Mindestabstand erreicht ist.

(c) Das Ausgleichsproblem (adjustment)

Approximation von Meßwertreihen. In Analogie zur Ausgleichsrechnung setzt man E_{ext} proportional zum Quadrat der Residuen (zwischen den Beobachtungen und der jeweiligen Snakes-Punkte) an.

Im Fall (a) nähert sich die Startschlange in Richtung des größten Hell-Dunkel-Gefälles der gesuchten Lösung an (Anziehung), im Fall (b) entfernen sich zu dicht liegende Linien bis auf Mindestabstand (Abstoßung). Da anziehende und abstoßende Kräfte einander äquivalent sind, kann das Snakes-Konzept der digitalen Bildverarbeitung sinngemäß auch in der Digitalkartographie angewendet werden (Fig. 1, 4). Im Fall (c) legt sich die Startschlange ausgleichend zwischen die Meßpunkte (Fig. 2).

Die innere Energie E_{int} , auch Form- oder Gestaltsenergie genannt, ist in allen Anwendungen gleich:

$$E_{int} \sim \left[\alpha (x_s^2 + y_s^2) + \beta (x_{ss}^2 + y_{ss}^2) \right] \tag{1}$$

mit den Snakes-Koordinaten $x = x(s)$, $y = y(s)$ als Funktion der Bogenlänge s . Der erste Term in (1) leistet Widerstand gegen Dehnung (Längenänderung), der zweite gegen Biegung (Krümmungsänderung). (3) Die Parameter α , β bewirken den ersten Term, den sogenannten Elastizitätsterm (elasticity term), gegen den zweiten, den sogenannten Zähigkeitsterm (stiffness term), auch Glattheitsterm genannt, sowie E_{int} gegen E_{ext} . Mit diesen

(nicht notwendig konstanten) Parametern kann die schrittweise Annäherung an die gesuchte Lösung, ggf. interaktiv, gesteuert werden.

2.2 Energie-Integral und Euler-Gleichungen

Die Gesamtenergie, die Summe aller Teilenergien entlang der Bogenlänge s , normiert auf $s \in [0,1]$,

$$I[x(s), y(s)] := \int_0^1 (E_{ext} + E_{int}) ds, \tag{2}$$

wird minimiert, indem man die Variation des Funktionals (2) zum Verschwinden bringt:

$$\delta I[x + \delta x, y] = 0, \quad \delta I[x, y + \delta y] = 0. \tag{3}$$

Zusammen mit festen Randwerten

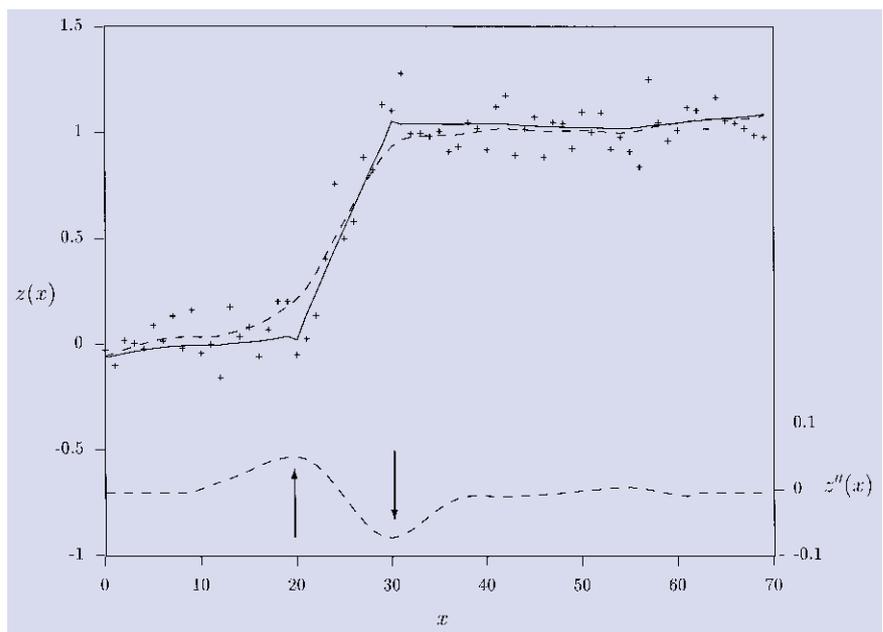


Fig. 2: Glatte Schlange aus einer Voriteration mit konstanten Steuerparametern α , β . Die Extrema der 2. Ableitung (zweimaliger Differenzenfilter) zeigen die wahrscheinliche Lage von Unter- und Oberkante einer generierten Böschung an (Pfeile). Geknickte Schlangen aus Nachiteration mit $\alpha = const$, $\beta = \beta(x)$. Unter- und Oberkante sind scharf modelliert. Bearbeitet von TH. SINGER

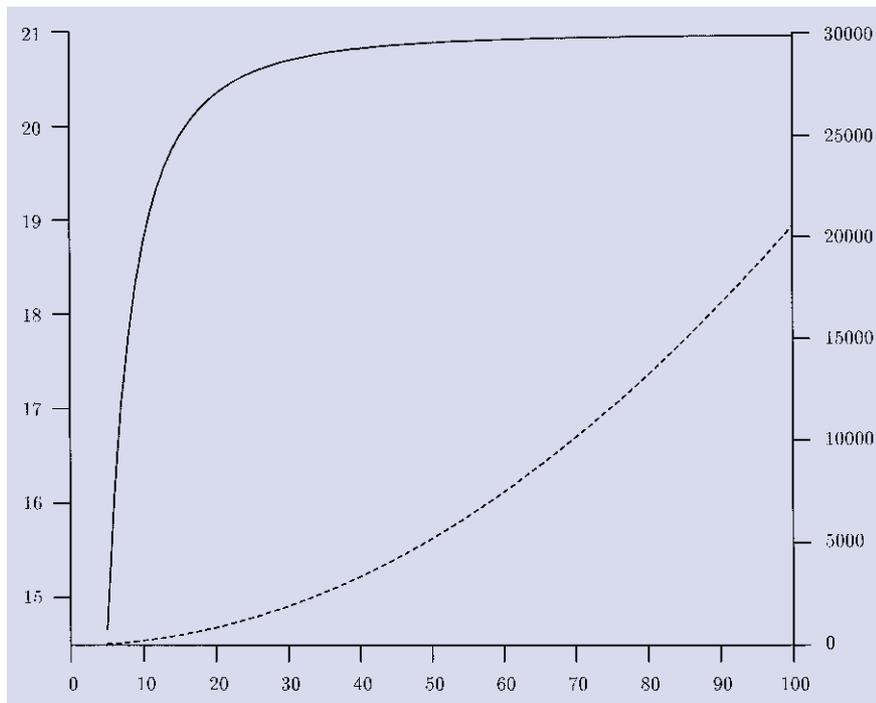


Fig. 3: Konditionszahlen der Koeffizientenmatrix A (gerissene Linie, rechte Skale) und der regularisierten Matrix $A + \gamma I$ (ausgezogene Linie, linke Skale) als Funktion ihrer Größe $n \times n$ für $n \leq 100$ und $\alpha = \beta = \gamma = 1$, berechnet mit Spektralnormen von A . BORKOWSKI.

sierung iterativ lösbar (vgl. Fig. 3). Die übliche Iterationsvorschrift seit KASS et al. (1987) lautet

$$\begin{aligned} \underline{G} \underline{x}^t &= \gamma \underline{x}^{t-1} + \underline{b}_x^{t-1}, \\ \underline{G} \underline{y}^t &= \gamma \underline{y}^{t-1} + \underline{b}_y^{t-1}, \\ \underline{G} &:= \underline{A} + \gamma \underline{I}. \end{aligned} \quad (7)$$

Dabei ist γ ein Konvergenzfaktor (etwa $\gamma = 1$), \underline{I} die Einheitsmatrix, $(\underline{x}^t, \underline{y}^t)$ die Zwischenlösung nach dem Iterationsschritt t , berechnet aus der vorherigen $(\underline{x}^{t-1}, \underline{y}^{t-1})$. An 1D-Schlangen $z(x)$ zur Approximation von Meßwertreihen hat sich auch die Vorschrift

$$\underline{G} \underline{z}^t = \underline{G} \underline{z}^{t-1} + \underline{b}_z^{t-1}, \quad (8)$$

bewährt (BORKOWSKI et al. 1997, BORKOWSKI und MEIER 1999).

3.2 Konvergenzbeschleunigung

Die Konvergenzraten stationärer Iterationsverfahren, d. h. solcher für lineare Gleichungssysteme mit konstanter rechter Seite können mit Hilfe des Spektralradius vorab geschätzt werden (VARGA 1962). Im Snakes-Algorithmus ändern sich die rechten Seiten von Schritt zu Schritt, so daß die Konvergenzgeschwindigkeit auch von den veränderlichen

Inputdaten abhängt. Die Verfahren (7), (8) konvergieren erfahrungsgemäß eher langsam: *The number of iterations are seldom reported, but are usually very high and can range from 10 to 400 and much more* (GÜLCH 1996). An „großen“ Gleichungssystemen der Bildverarbeitung (Rasterdaten) hat man mit der Größenordnung 10^2 , an „kleinen“ Systemen der Vektordatenverarbeitung immer noch mit der Größenordnung 10 zu rechnen. Das ist von Nachteil für Real-Time-Anwendungen. Maßnahmen zur Konvergenzverbesserung sind:

- (a) Der Greedy-Algorithmus (WILLIAMS and SHAW, 1990): Verringerung der Energie an jeder einzelnen Stützstelle durch kleine Verschiebungen im iterativen Durchlauf. Die Iteration bricht ab, wenn alle Stützstellen eine minimale Energie besitzen. Nachteil: weniger gute Erhaltung der Kurvenformen als beim Variationsverfahren (vgl. z. B. BURGHARDT und MEIER, 1997b, Fig. 3, S. 384).
- (b) Parametrisierung der Snakes mit B-Splines, sog. B-Snakes (MEINET et al. 1991). Indem man die

Vorteile von B-Splines wie kompakte Darstellung und lokale Kontrolle ausnutzt, verringert sich auch die Konvergenzrate.

- (c) Diskretisierung der Euler-Gleichungen mit finiten Elementen, insbesondere in der Rasterdatenverarbeitung, an deformierbaren Oberflächen bzw. an 3D-Snakes-Netzen (COHEN and COHEN 1993). „Kleine“ Systeme werden damit kaum schneller gelöst.
- (d) Optimierung der Steuerparameter α, β , des Konvergenzfaktors γ und der Abbruchschranken (LEYMARIE and LEVINE 1993, GRÜN and LI 1994, FUA 1996). Ein einfaches Beispiel ist im Abschnitt 4.4 angegeben.
- (e) Ansatz der inneren Energie als Funktion der Kurvenrichtung $\varphi(s)$ und ihrer Änderung nach der Bogenlänge (= Krümmung); sog. *tangent angle function snakes* (BORKOWSKI et al. 1999): E_{int} ist von 1. Ordnung, die Euler-Gleichung nur noch von 2. Ordnung bezüglich der Richtung $\varphi(s)$, daher die Koeffizientenmatrix tridiagonal mit deutlich besserer Kondition als die penta-diagonale Matrix (6). Die Eindeutigkeit der Lösung wird mit der Zusatzforderung, die Schlange möge sich senkrecht zu ihrer Richtung bewegen, gewährleistet.

4 Fortgeschrittene Modelle und Methoden

In den letzten zehn Jahren ist die Snakes-Technik bedeutend weiterentwickelt worden. Die Modell-, Methoden- und Anwendungsvielfalt wird – ohne Anspruch auf Vollständigkeit – unter verschiedenen Gesichtspunkten besprochen.

4.1 Dimensionalität

Das im Abschnitt 2 beschriebene 2D-Modell für ebene Schlangen kann einerseits auf 1D-Schlangen vereinfacht (Anhang A), andererseits auf 3D-Schlangen erweitert werden (*generalized snakes*; FUA 1996). 1D-Modelle eignen sich zur Approximation von Meßwertreihen, wenn a priori keine ausglei-

chende Funktion analytisch vorgegeben werden kann, z. B. von Höhenprofilen (Fig. 3). Mit 3D-Modellen können räumliche Linienobjekte, z. B. Verkehrswege, aus zwei oder mehr Bildern extrahiert werden. Die Dimension einer Schlange bestimmt die Anzahl der Euler-Gleichungen und der zu lösenden Gleichungssysteme.

1D-, 2D- oder 3D-Schlangen können zu Netzen verknüpft werden (FUA 1996), etwa zur Modellierung von Verkehrswegen mit Kreuzungen (Knoten) oder der Approximation des Reliefs (GÜLCH 1996). Verdichtet man ein 3D-Netz immer mehr, so bekommt man schließlich das Modell einer deformierbaren Oberfläche.

Mit fest vorgegebenen Endpunkten und/oder Knoten kann die Kurvenlage von diesen Punkten aus stückweise fortschreitend zur Mitte optimiert werden. Diese sogenannte Ziplock-Methode (NEUENSCHWANDER et al. 1995) empfiehlt sich besonders, wenn die Startschlange weit von der gesuchten Gleichgewichtslage entfernt ist.

Manche Linienobjekte haben eine endliche, häufig konstante Breite w , z. B. Straßen. Diese können mit *ribbon snakes* (Bandschlangen) modelliert werden; ihre Mittellinie als gewöhnliche Schlange, ergänzt durch einen zusätzlichen Energieterm, der dafür sorgt, daß die Breitenänderung $\delta w(s)$ entlang des Objekts minimal ausfällt. Die Dimension erhöht sich jeweils um Eins (FUA 1996):

$(x, y) \mapsto (x, y, z)$ oder

$(x, y, z) \mapsto (x, y, z, w)$.

Auch Kombinationslösungen sind möglich, z. B. Straßenextraktion mit ribbons und stückweise Annäherung mit der Ziplock-Methode (MAYER et al. 1998). Ein Alternativmodell für bandförmige Strukturen mit nicht notwendig gleicher Breite $w = w(s)$ sind *twin snakes* (Schlangenpaare), die sich – als Startschlangen noch weit auseinanderliegend – aufeinanderzubewegen und an den Objektgrenzen haltmachen. Es werden also nicht die Mittellinien, sondern Paare von Begrenzungslinien modelliert (GUNN and NIXON 1997,

KERSCHNER 1998). Auch zur gegenseitigen Verdrängung von Linien (Abschnitt 5.2) benutzt man Paare, je nach Bildinhalt auch Tripel, Quadrupel usw., ferner Netze von Schlangen, die sich voneinander wegbewegen, bis sie auf allen benachbarten Teilstücken einen vorgegebenen Mindestabstand erreicht haben.

4.2 Parametrisierung

Darunter versteht man die Darstellung und Implementierung von Snakes unter Zuhilfenahme parametrischer B-Splines; sogenannte *B-Snakes* (MENET et al. 1991). Man nutzt damit die Vorteile von B-Splines wie kompakte Darstellung und lokale Kontrolle aus. Eine bedeutende Weiterentwicklung für die Mehrbildauswertung sind die *Least Squares B-Spline Snakes*, kurz LSB-Snakes (GRÜN and LI 1996, LI 1997). In die Auswertung mit diesem hochkomplexen Modell gehen alle photometrischen Eigenschaften, geometrischen und topologischen Beziehungen ein, und die Parameter werden nach der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt. Dieses Modell repräsentiert derzeit wohl die Hohe Schule der Snakes-Approximation.

4.3 Lokale Kontrolle

Darunter versteht man die optimale Approximation auf jedem lokalen Teilstück. Modelle, die dies leisten, sind u. a. die bereits genannten Ziplock-Snakes und B-Snakes. Die konventionellen Modelle mit konstanten Steuerparametern α , β , repräsentiert durch die Euler-Gleichungen (4), (A.1), liefern glatte Lösungen. Begründet ist dies im einfachsten Fall der 1D-Schlange im Anhang A: Die Erkundung der Übertragungseigenschaften linearer Differentialgleichungen ist eine Standardmethode der Systemtheorie; vgl. z. B. MEIER und KELLER (1990), S. 137–140. Die Übertragungseigenschaft der Euler-Gleichung im Spektralbereich läßt sich als phasentreuer Tiefpaß beschreiben. Die Durchlaßcharakteristik (A.5) zeigt insbesondere die stark glättende Wirkung des Glattheitsterms mit dem Gewicht β . Mit die-

sem Modell wird über Nichtdifferenzierbarkeitsstellen (Ecken, Knicke) hinweggeglättet; sog. *over-running*. Zur Modellierung von Knicken hat man verschiedene Möglichkeiten:

- (a) Ortsabhängige Steuerparameter. Schwächung der Schlangen in den Knickpunkten (oder in einer ε -Umgebung davon), indem man ihnen dort innere Energie entzieht, d. h. α und β auf Null setzt (*point break*) oder α konstant beläßt und β auf Null setzt (*tangent break*). Aus dem Variationsproblem (3) mit ortsabhängigen Parametern $\alpha(x)$, $\beta(x)$ im Energie-Integral (2) folgt eine Euler-Gleichung mit variablen Koeffizienten. Die Matrix des linearen Ersatzsystems wird asymmetrisch. Numerisch vorteilhafter ist ein Ansatz von KASS et al. (1987), wo E_{int} vor der Variation diskretisiert und so gleich eine diskrete Euler-Gleichung mit nach wie vor symmetrischer Koeffizientenmatrix hergeleitet wird. Vergleichende Beispiele für Vektordaten findet man bei BORKOWSKI und MEIER (1999).
- (b) Alternativ dazu kann E_{int} und damit die Matrix (6) beibehalten und E_{ext} in den Knickpunkten verändert werden. Die von XU et al. (1994) angegebenen krümmungsabhängigen Korrekturterme sollen E_{int} in den Knickpunkten kompensieren. Die Methode erfordert dicht liegende Daten (Rasterdaten), versagt bei zu großen Datenlücken und ist auch für fehlerbehaftete Vektordaten kaum geeignet (BORKOWSKI und MEIER, 1999).
- (c) Das lokale Verhalten der B-Snakes kann helfen, unerwünschte ortsunabhängige Glättungen zu vermeiden: Knick-Modellierung über Knotengrade (MENET et al. 1991).

4.4 Qualitätskontrolle

Die Qualitätsbeurteilung von Snakes-Lösungen ist insofern erschwert, als die wahre Kurvenlage zu Vergleichszwecken in aller Regel nicht bekannt ist. Einen direkten

Zugang zur Fehlerschätzung bieten die o. a. LSB-Snakes, weil mit der MkQ-Schätzung der Snakes-Parameter aus der Fülle redundanter Beobachtungen eine Normalgleichungsmatrix entsteht. Allerdings ist die A-priori-Schätzung diverser Inputfehler nicht problemlos (Li 1997).

Aber auch die konventionellen Snakes bieten einen Zugang zur Fehlerschätzung im statistischen Mittel, wenn man sich nur von der geodätisch geprägten Vorstellung löst, man müsse immer eine Kovarianz-Matrix, proportional zur Inversen der Normalgleichungsmatrix, zur Verfügung haben. Dies ist insbesondere beim Approximationsproblem mit analytisch formulierter externer Energie und stationären Eingangssignalen gegeben (Anhang A). Die Varianzen des Ausgangssignals erhält man als Integrale über Spektraldichten (A.6), in Sonderfällen (A.7) analytisch, ansonsten numerisch. Umgekehrt kann man daraus Steuerparameter vorab schätzen. Dazu das folgende

Beispiel: Snakes-Approximation eines Höhenprofils der Länge $L = 180$ aus Laserscannerdaten mit Punkt-
abstand $\Delta = 2,6$ und $\hat{\sigma}_h = 4,2$ (ohne Grobfehler der Vegetationsreflexionen) nach BORKOWSKI et al. (1997), Fig. 2, S. 284. Es wurde mit $\alpha = 2$, $\beta = 20$ bis zur Abbruchschranke $\sigma_z = 0,7$ iteriert. Wegen $\alpha \ll \beta$ trifft genähert der Fall $\alpha = 0$ in (A.7) zu: $S_0 = 4\beta\sigma_z^2$. Anstelle der unbestimmten Varianz des Modells weißes Rauschen nehmen wir sehr breitbandiges Rauschen mit $S_0 = \sigma_h^2\Delta$, zulässig für $\Delta \ll L$, an. Mit diesen Annahmen wird $\beta \approx \Delta\sigma_h^2/4\sigma_z^2$ und mit den o. a. Zahlenwerten (alle Längen in Maßeinheit Eins) $\hat{\beta} \approx 23$, d. h. man erhält aus bekanntem Meßfehler $\hat{\sigma}_h$ und vorgegebener Abbruchschranke σ_z die richtige Größenordnung für den Parameter β , welcher die Glattheit der Lösung maßgeblich steuert.

5 Anwendungen

Die Domäne der Snakes-Technik ist die digitale Bildverarbeitung mit ihren vielfältigen Erkennungs- und

Extraktionsproblemen. Die meisten der im Literaturverzeichnis angegebenen Arbeiten (und viele weitere) enthalten instructive Bildbeispiele der Rasterdatenverarbeitung. Um die universelle Bedeutung der Snakes-Approximation zu zeigen, werden hier zwei Beispiele mit Vektordaten aus den Arbeitsgebieten des Verfassers und seiner Mitarbeiter angegeben.

5.1 Approximation von Meßwertreihen

In der Geodäsie ist diese Aufgabe als MkQ-Approximation, lineare Prädiktion oder ausgleichende Funktionen wohlbekannt. Einen speziellen Ansatz der ausgleichenden Funktion braucht man nicht – es sei denn, man benutzt parametrische Snakes. Kritische Punkte sind wie üblich die Wahl der Steuerparameter, Grobfehler- und Abbruchschranken, z. B. bei Laserscanner-

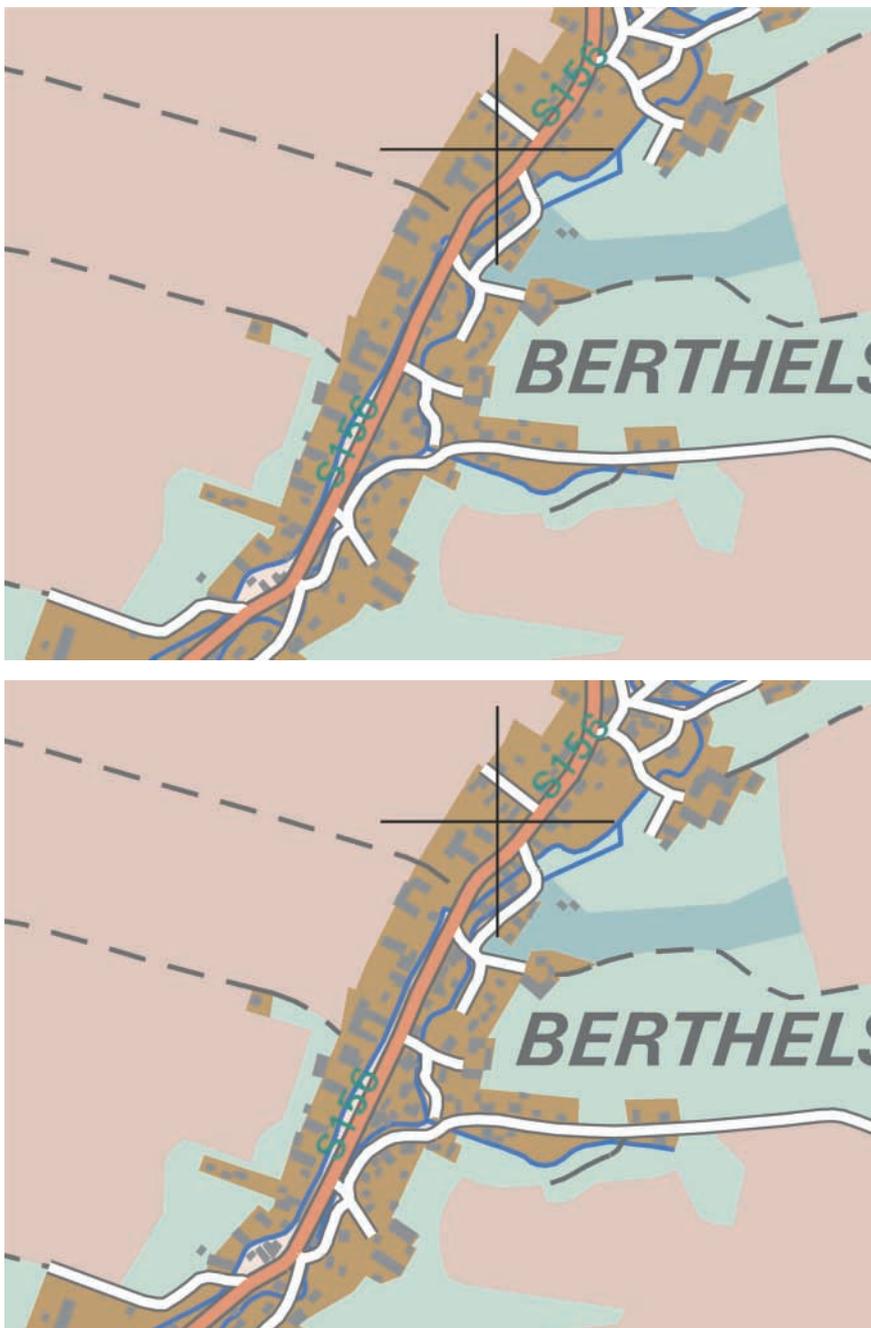


Fig. 4: Situation einer Ortslage mit graphischen Konflikten (oben) und weitgehend konfliktfreier Lösung (unten). Bearbeitet mit ATKIS-Daten und MAPTECH-Software von D. BURGHARDT

daten über bewachsenem Gelände. Auf die Potenzen der Snakes-Technik, aber auch ihre Probleme in der Reliefbearbeitung hat GÜLCH (1996) ausdrücklich hingewiesen.

Hinreichend glattes, welliges Gelände kann problemlos approximiert werden, auch bei Grobfehlern in den Meßwerten (BORKOWSKI et al. 1997). Schwierigkeiten bereiten die Kanten. Diese können aus geomorphologisch unstrukturierten Punktfolgen nur mit zuverlässiger Vorinformation über Vorkommen und wahrscheinlicher Lage modelliert werden. Die Erkenntnisse aus der Bildverarbeitung, Modellierung geknickter Linienobjekte aus regulären Rasterdaten, können zwar Anregungen geben, aber nicht unbesehen auf irreguläre, stark streuende Vektordaten übertragen werden. Verschiedene Ansätze, Schlangen an Knickstellen lokal zu schwächen oder einer stärkeren äußeren Wirkung auszusetzen, die Qualität der Vorinformation, die Art der Diskretisierung, der Iteration, der Steuerung und der Abbruchkriterien bieten eine Fülle von Kombinationsmöglichkeiten der schrittweisen Annäherung (BORKOWSKI und MEIER, 1999).

Im Beispiel Fig. 3 ist ersichtlich, daß die Lage von Unter- und Oberkante nicht aus den streuenden Meßwerten, sondern erst aus einem geglätteten Profil vorhergesagt werden kann. Demzufolge wurde in drei Schritten vorgegangen: Voriteration mit konstanten Steuerparametern, Kantendetektion und Nachiteration mit ortsabhängigem Parameter $\beta = \beta(x)$.

5.2 Verdrängung von Linienobjekten

Bisher galt die kartographische, maßstabs-, situations- und objektabhängige Linienverdrängung als automatisch kaum zu lösendes Problem. Es mangelte insbesondere an objektiven Kriterien, wie die Linienform bestmöglich zu erhalten sei. Genau diese Forderung wird von den Snakes erfüllt. Deshalb wurden Energieansätze, Lösungsverfahren sowie die geometrische, topologi-

sche und semantische Steuerung theoretisch wie experimentell untersucht (BURGHARDT und MEIER 1997a, b). Die Firma MAPTECH AG, CH-Horw, hat auf der INTERGEO, Hannover, September 1999 die Pilotversion einer Verdrängungs-Software, in der u. a. die Snakes-Lösung für Linienobjekte realisiert ist, vorgestellt. Fig. 4 zeigt einen Kartenausschnitt mit graphischen Konflikten und die rechnergestützte, weitgehend konfliktfreie Lösung. Wegen der vorgegebenen Signaturbreite für Straßen berühren sich in der Ortslage gewisse Abschnitte der Fließgewässer mit Straßen oder werden von diesen sogar überdeckt. Würden nur die Linienobjekte verschoben, käme es mit anliegenden Gebäudesignaturen zu Folgekonflikten. Um das zu verhindern, wurden in diesem Beispiel Linien- und Flächenobjekte *gemeinsam* nach dem Prinzip der Energie-minimierung verdrängt.

5.3 Anwenderempfehlung

Wegen der außerordentlichen Problemfülle sowohl mit Raster- als auch mit Vektordaten gibt es keine universelle Snakes-Software, mit der *alle* anfallenden Aufgaben zuverlässig gelöst werden könnten; es herrschen kontext-orientierte Lösungen vor. Aus den positiven, aber auch negativen Erfahrungen seiner experimentierfreudigen Mitarbeiter weiß der Verfasser um die Schwierigkeiten, die Einsteiger besonders mit der Steuerung der Schlangen haben. Deshalb sei abschließend an eine Grundregel der Ingenieurarbeit erinnert: Man beginne mit dem einfachsten Modell und erweitere es erst dann, wenn es die Aufgabenstellung unbedingt erfordert. Treten unerwünschte Defekte auf, so kann zur Fehlersuche z. B. die Abhandlung von LEYMARIE and LEVINE (1993) hilfreich sein.

Referenzen

BORKOWSKI, A., BURGHARDT, D. und MEIER, S.: Zur optimalen Approximation von Höhenprofilen. Österr. Z. Verm. & Geoinf., 85: 281–285, 1997.
BORKOWSKI, A., BURGHARDT, D. und MEIER, S.: A fast snakes algorithm

using the tangent angle function. Internat. Arch. Photogr. Rem. Sensing 32 (3-2W5): 61–65, 1999.

BORKOWSKI, A., MEIER, S.: Versuche zur robusten Snakes-Approximation von Höhenprofilen mit Diskontinuitäten. Z. Photogrammetrie, Fernerkundung, Geoinformation: 381–390, 1999.

BURGHARDT, D., MEIER, S.: Cartographic displacement using the snakes concept. In: W. FÖRSTNER and L. PLÜMER (eds.), Semantic Modeling for the Acquisition of Topographic Information from Images and Maps, 59–71, Birkhäuser Verlag, Basel, 1997a.

BURGHARDT, D., MEIER, S.: Kartographische Verdrängung nach Extremalprinzipien. Z. f. Verm.wesen 122: 377–386, 1997b.

COHEN, L. D., COHEN, I.: Finite element methods for active contour models and balloons for 2-d and 3-d images. IEEE Trans. on Pattern Anal. and Mach. Intell., 15(11): 1131–1147, 1993.

FUA, P.: Model-based optimization: Accurate and consistent site modeling. Internat. Arch. Photogr. Rem. Sensing, 31(B 3): 222–223, 1996.

GRÜN, A., LI, H.: Semi-automatic road extraction by dynamic programming. Internat. Arch. Photogr. Rem. Sensing, 30 (3/1): 324–332, 1994.

GRÜN, A., LI, H.: Linear feature extraction with LSB-Snakes from multiple images. Internat. Arch. Photogr. Rem. Sensing, 31 (B 3): 266–272, 1996.

GUNN, S. R., NIXON, M. S.: A robust snake implementation; a dual active contour. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 19(1): 63–68, 1997.

GÜLCH, E.: Deformable models as a photogrammetric tool – potential and problems. Internat. Arch. Photogr. Rem. Sensing, 31 (B 3): 279–284, 1996.

KASS, M., WITKIN, A. and TERZOPOULOS, D.: Snakes: Active contour models. Internat. J. Comp. Vision 1(4): 321–331, 1987.

KERSCHNER, M.: Homologous twin snakes integrated in a bundle block adjustment. Internat. Arch. Photogr. Rem. Sensing, 32 (3/1): 244–249, 1998.

LEYMARIE, F., LEVINE, M. D.: Tracking deformable objects in the plane using an active contour model. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 15(6): 617–634, 1993.

LI, H.: Semi-automatic road extraction from satellite and aerial images. ETH Dissertation No. 12101, IGP Mitt. Nr. 61, Zürich 1997.

MAYER, H., LAPTEV, I. and BAUM-

GARTNER, A.: Multi-scale and snakes for automatic road extraction. Proc. of the 5th European Conf. on Computer Vision: 720–733, Springer-Verlag, Berlin, 1998.

MEIER, S., KELLER, W.: Geostatistik. Einführung in die Theorie der Zufallsprozesse. Akademie-Verlag, Berlin, Springer-Verlag, Wien, 1990.

MENET, S., SAINT-MARC, P. and MEDIONI, G.: B-snakes: Implementation and application to stereo. Artificial Intelligence and Computer Vision. Proceedings of the Seventh Israeli Conference, Ramat Gan, Israel, 26–27 Dec. 1990, Proc.: 223–236, 1991.

NEUENSCHWANDER, W., FUA, P., SZÉKELY, G. and KÜBLER, O.: From ziplock snakes to velcroTM surfaces. In: A. GRÜN, P. AGOURIS and O. KÜBLER (eds.), Automatic Extraction of Man-Made Objects from Aerial Space Images, 105–114, Birkhäuser Verlag, Basel, 1995.

VARGA, S. R.: Matrix iterative analysis. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1962.

WILLIAMS, D. J., SHAH, M.: A fast algorithm for active contours and curvature estimation. Proc. of the Third Internat. Conf. on Computer Vision, IEEE Comp. Soc. Press: 592–595, 1990.

XU, G., SEGAWA, E. and TSUJI, S.: Robust active contours with insensitive parameters. Pattern Recognition, 27: 879–884, 1994.

Anhang A:

Übertragungseigenschaften der Euler-Gleichung für stationäre 1D-Signale $h(x)$, gemessen, $z(x)$ gesucht. Begründung der glatten Lösung.

Euler-Gleichung:

$$\frac{\partial E_{ext}}{\partial z} - \alpha z_{xx} + \beta z_{xxxx} = 0 \quad (A.1)$$

Äußere Energie:

$$E_{ext} := \frac{1}{2} v^2 := \frac{1}{2} (h - z)^2, \quad \frac{\partial E_{ext}}{\partial z} = -h + z \quad (A.2)$$

Übertragungsgleichung für das Eingangssignal (Beobachtungen):

$$z - \alpha z_{xx} + \beta z_{xxxx} = h \quad (A.3)$$

Übertragungsgleichung für Spektraldichten:

$$\left[1 - \alpha(j\omega)^2 + \beta(j\omega)^4 \right] S_{hz}(\omega) = S_{hh}(\omega), \quad j^2 = -1 \quad (A.4)$$

Durchlaßcharakteristik der linearen Übertragung:

$$G(\omega) = \frac{1}{1 + \alpha\omega^2 + \beta\omega^4} \quad (\text{phasentreuer Tiefpaß}) \quad (A.5)$$

Spektraldichten und Varianzen des Ausgangssignals:

$$S_{zz} = G^2 S_{hh}, \quad \sigma_z^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{zz} d\omega \quad (A.6)$$

Beispiel weißes Rauschen ($S_{hh} \equiv S_0 = const.$):

$$\sigma_z^2 = \begin{cases} S_0 / 4\beta & \alpha = 0 \\ 5S_0 / 32\beta^{3/4} & \text{für } \alpha = 2\sqrt{\beta} \\ S_0 / 4\sqrt{\alpha} & \beta = 0 \end{cases} \quad (A.7)$$

Anhang B: Worterklärungen

B-Spline snakes, B-Snakes:

Darstellung verformbarer Kurven bzw. von Kurvenstücken mit verbindenden Knoten. Vorteile sind die kompakte Darstellung und die lokale Kontrolle einschließlich der Knick-Modellierung über Knotengrade.

Deformable surfaces

(deformierbare Oberflächen): Modelle verformbarer, hinreichend glatter Oberflächen oder solcher mit Kanten, z.B. Relief der Erdoberfläche. 3D-Pendant zu 2D-Snakes bzw. zu einem 3D-Snakes-Netz.

Energieminimumprinzip:

Das (universelle) Prinzip, die Gesamtenergie eines Systems, hier der Snakes oder Snakes-Netze, zu minimieren.

Euler-(Lagrange-)Gleichungen:

Die zum Variationsproblem äquivalenten Gleichgewichtsbedingungen, im Snakes-Modell von 4. Ordnung, mit konstanten (variablen) Koeffizienten bei konstanter (ortsabhängiger) Bewichtung der inneren Energie-Terme.

External energy

(externe oder äußere Energie, externes Potential): Bewirkt die Verformung. Dieser Term ist immer anwendungsabhängig.

Generalized snakes:

Verallgemeinerung der 2D- auf nD-Schlangen-Modelle.

Greedy-Algorithmus:

Begierig (greedy), hier als Synonym für einen schnellen Algorithmus

verwendet: Verringerung der Energie an jeder einzelnen Stützstelle von Polygon-Snakes durch kleine Verschiebungen im iterativen Durchlauf. Die Iteration bricht ab, wenn alle Stützstellen eine minimale Energie besitzen.

Initializing Snakes, initial polygons, initial position, initial state of snakes (Startschlange, Nullschlange, Startposition, Anfangslage):

Näherung bzw. Startposition einer Schlange, die sich im (iterativen) Verformungsalgorithmus der gesuchten Lösung in energetischer Gleichgewichtslage annähert; kann kritischer Punkt des Verfahrens in Bildern mit kompliziert geformten und dicht liegenden Konturen sein.

Internal energy, shape energy

(interne oder innere Energie, internes Potential, Gestaltsenergie):

Beschreibt die mechanischen/geometrischen Eigenschaften der Snakes, analytisch als 1. und 2. Ableitungen der Koordinaten nach der Bogenlänge formuliert. Deutung der 1. Ableitung: Widerstand gegen Dehnung (Längen- oder Anstiegsänderung). Deutung der 2. Ableitung: Widerstand gegen Biegung (Krümmungsänderung).

Least Squares B-Spline Snakes,

LSB-Snakes:

Kleinste-Quadrat-Schätzung der B-Spline-Parameter. Photometrische Bildeigenschaften und geometrische Bedingungen, speziell in der Mehrfachbilddauswertung (Redundanz) stabilisieren die Lösung. Direkter Zugang zur Fehlerschätzung bzw. Qualitätskontrolle über die Inverse der Normalgleichungsmatrix.

Network snakes, active contour

networks (Snakes-Netz):

Zu einem Netz verknotete Snakes.

Polygon snakes:

Diskrete Variante der kontinuierlichen Snakes (Polygonzug-Approximation).

Ribbon snakes, ribbons, ribbon-like curves (Bandschlangen):

Verformbare Linienobjekte bzw. Bänder endlicher Breite. Erweiterung der gewöhnlichen Snakes (Mittellinien, Skelette) um das Attribut der Breite, womit sich die Dimension der ersteren um Eins erhöht.

Snakes (Schlangen), *snake splines*, *active splines* (aktive Splines), *energieminimierende* (energiebesetzte) *Splines*, *active contours* (aktive Konturen), *active (elastic) contour models*:

Synonyme für ein und dasselbe Modell verformbarer, hinreichend glatter Kurven oder solcher mit Diskontinuitäten (Nichtdifferenzierbarkeitsstellen).

Snakes element (snaxel):

Lokales Teilstück einer Schlange, diskret z. B. eine Polygonzugseite.

Total energy (Gesamtenergie):

Integral über eine Linearkombination aus innerer und äußerer Energie sowie ggf. weiterer kontextabhängiger Terme wie Bildintensität, Intensitätsgradient, geometrische und topologische Restriktionen.

Twins snakes, twins

(Zwillingspaare, Schlangenpaare): Paare von Schlangen, die Linienobjekte endlicher, nicht notwendig konstanter Breite beidseitig begrenzen. Alternativmodell zu den Band-schlangen.

Variation, Variationsproblem:

Snakes werden so verformt, daß die Variation des Energie-Integrals (= Gesamtenergie des Systems) verschwindet.

Velcro™ surfaces:

3D-Pendant zu den Ziplock snakes.

Ziplock snakes (Ziplock-Methode): Stückweise fortschreitende („reiß-verschlußartige“) Optimierung von Kurvenstücken von den Endpunkten zur Mitte über wenige gegebene Zwischenpunkte, besonders wenn die Startschlange weit von der gesuchten Gleichgewichtslage entfernt ist.

Verzeichnis der Fußnoten

- (1) nach einem Vortrag über „Normminimum-Interpolation und deren Anwendungen in Geodäsie und Kartographie“ von W. KELLER zur Geodätischen Woche, Kaiserslautern, Oktober 1998
- (2) nach Vorträgen des Verfassers im Forschungsseminar des Instituts für Photogrammetrie und Fernerkundung der TU Wien (2. 2. 1998), im Oberseminar des Instituts für Geodäsie der Universität der Bundeswehr München (8. 5. 1998), zur Geodätischen Woche, Kaiserslau-

tern (16. 10. 1998) und im Geodätischen Kolloquium der Universität Bonn (28. 1. 1999)

- (3) bekannt aus der Spline-Interpolation: Minimierung der Biegeenergie

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr.-Ing. habil.

SIEGFRIED MEIER

Technische Universität Dresden

Institut für Planetare Geodäsie

01062 Dresden

Tel.: (03 51) 4 63-34 16

Fax: (03 51) 4 63-70 63

E-Mail: meier@ipg.geo.tu-dresden.de

Zusammenfassung

Die Snakes-Approximation, kreiert in der digitalen Bildverarbeitung, gegründet auf dem universellen Prinzip der Energieminimierung und daher neuerdings auch in der digitalen Kartographie und Topographie angewendet, wird unter verschiedenen Gesichtspunkten beschrieben: einfache und fortentwickelte Modelle und Methoden, numerische Verfahren, Steuerung, Anwendungsvielfalt.

Summary

The snakes approximation created in the domain of digital image processing, based on the universal principle of energy minimizing, and therefore nowadays applied in digital cartography and topography is outlined under different points of view: simple and advanced models and methods, numerical procedures, controlling, variety of applications.

Keywords:

Snakes, energiminimierende Splines, Variationsrechnung, Euler-Gleichungen, lineare Gleichungssysteme, Geodatenverarbeitung, optimale Approximation, digitale Bildverarbeitung, Digitalkartographie, Digitaltopographie