

Probleme der Anwendung von ausgewählten Kurven als Übergangskurven auf den Bahnlinien und Schnellstraßen

Waldemar Krupiński, Kraków

Es werden Eigenschaften wie Winkelbeschleunigung oder Fliehkräfte einiger ebenen Kurven als Übergangskurven für Bahnlinien und Schnellstraßen auch unter Beachtung der zugehörigen Überhöhungsrampen betrachtet.

Untersuchungskriterien der Kurven

1. Untersuchung der Winkelbeschleunigung von Tangendrehung an der Krümmung der Übergangskurve. Die Winkelgeschwindigkeit der Tangendrehung drückt die Formel aus [Banach]:

$$\omega = K(l) \cdot v \quad (1)$$

wobei:

$K(l)$ – die Krümmung im Punkt mit dem natürlichen Parameter l

v – progressive Geschwindigkeit

Die Winkelbeschleunigung der Tangendrehung drückt die Formel aus [Banach]:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = v^2 \frac{dK}{dl} + K(l) \cdot \frac{dv}{dl} \quad (2)$$

die mit der Voraussetzung $v = \text{konst.}$ nimmt die Gestalt an

$$\alpha = v^2 \frac{dK}{dl} \quad (3)$$

2. Geschwindigkeit- und Beschleunigungsuntersuchung des Seitenkraftvorgangs in der Nähe des Anfangs- und Endpunktes der Übergangskurve.

Die besprochene Geschwindigkeit drückt die Formel:

$$F_s = \int_0^L K^2(l) dl \quad (4)$$

und die Beschleunigung wird durch die Formel:

$$F'_s = \int_0^L \left(\frac{dK}{dl} \right)^2 dl \quad (5)$$

summarischer Wert ist also:

$$F = F_s + F'_s = \int_0^L K^2(l) dl + \int_0^L \left(\frac{dK}{dl} \right)^2 dl \quad (6)$$

3. Untersuchung der Hubgeschwindigkeit der Räder auf der Überhöhungsrampe der Übergangskurve. Diese Geschwindigkeit wird durch die Formel:

$$f_1 = v h_0 R \cdot \frac{dK}{dl} \quad (7)$$

wobei:

v – Entwurfsgeschwindigkeit der Strecke,

h_0 – Wert der Kreisbogenüberhöhung,

R – Kreisbogenhalbmesser

4. Untersuchung der Hubbeschleunigung der Räder auf der Überhöhungsrampe der Übergangskurve. Die Beschleunigung wird durch die Formel:

$$f_2 = v^2 h_0 R \cdot \frac{d^2K}{dl^2} \quad (8)$$

wobei die Bezeichnungen wie vorher bleiben.

Die untersuchten Kurven:

1. Klothoide

mit der Krümmungsgleichung:

$$K(l) = \frac{l}{RL} \quad (9)$$

wobei: R – Kreisbogenhalbmesser,

L – Kurvenlänge.

l – natürlicher Parameter

Krümmungssinkrement:

$$\frac{dK(l)}{dl} = \frac{1}{RL} \quad (10)$$

$$\text{daher: } \frac{d^2K}{dl^2} = 0 \quad (11)$$

Die Geschwindigkeit des Seitenkraftvorgangs:

$$F_s = \int_0^L K^2(l) dl = \int_0^L \frac{1}{R^2 L^2} \cdot l^2 dl = \left[\frac{l^3}{3R^2 L^2} \right]_0^L \quad (12)$$

Die Beschleunigung des Seitenkraftvorgangs:

$$F'_s = \int_0^L \left(\frac{dK(l)}{dl} \right)^2 dl = \int_0^L \frac{1}{R^2 L^2} dl = \left[\frac{l}{R^2 L^2} \right]_0^L \quad (13)$$

Die Hubgeschwindigkeit der Räder auf der Überhöhungsrampe:

$$f_1 = v h_0 R \cdot \frac{dK}{dl} = v h_0 R \cdot \frac{1}{RL} = \frac{v h_0}{L} \quad (14)$$

Die Hubbeschleunigung der Räder auf der Überhöhungsrampe:

$$f_2 = v^2 h_0 R \cdot \frac{d^2 K}{dl^2} = v^2 h_0 R \cdot 0 = 0 \quad (15)$$

2. Die Aüberlen-Kurve

mit der Gleichung:

$$K(l) = \frac{1}{2R} \left[1 - \cos\left(\pi \frac{l}{L}\right) \right] \quad (16)$$

ihr Krümmungssinkrement:

$$\frac{dk}{dl} = \frac{\pi}{2RL} \cdot \sin\left(\pi \frac{l}{L}\right) \quad (17)$$

$$\text{daher: } \frac{d^2 K}{dl^2} = \frac{\pi^2}{2RL^2} \cdot \cos\left(\pi \frac{l}{L}\right) \quad (18)$$

Die Geschwindigkeit des Seitenkraftsvorgangs:

$$\begin{aligned} F_s &= \int_0^L K^2(l) dl = \\ &= \int_0^L \frac{1}{4R^2} \left[1 - 2 \cos\left(\pi \frac{l}{L}\right) + \cos^2\left(\pi \frac{l}{L}\right) \right] dl = \\ &= \frac{1}{4R^2} \left[\int_0^L dl - 2 \int_0^L \cos\left(\frac{\pi}{L} \cdot l\right) dl + \int_0^L \cos^2\left(\frac{\pi}{L} \cdot l\right) dl \right] = \\ &= \frac{1}{4R^2} \left[\frac{3l}{2} - \frac{2L}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{L} \cdot l\right) + \frac{L}{2\pi} \sin\left(\frac{\pi}{L} \cdot l\right) \cos\left(\frac{\pi}{L} \cdot l\right) \right]_0^L \quad (19) \end{aligned}$$

Die Beschleunigung des Seitenkraftsvorgangs:

$$\begin{aligned} F'_s &= \int_0^L \left(\frac{dK}{dl} \right)^2 dl = \\ &= \int_0^L \frac{\pi^2}{4R^2 L^2} \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{L} \cdot l\right) dl = \frac{\pi^2}{4R^2 L^2} \int_0^L \sin^2\left(\frac{\pi}{L} \cdot l\right) dl = \\ &= \frac{\pi^2}{4R^2 L^2} \left[l - \frac{L}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{L} \cdot l\right) \cos\left(\frac{\pi}{L} \cdot l\right) \right]_0^L \quad (20) \end{aligned}$$

Die Hubgeschwindigkeit der Räder auf der Überhöhungsrampe:

$$\begin{aligned} f_1 &= v h_0 R \cdot \frac{dK}{dl} = v h_0 R \cdot \frac{\pi}{2RL} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{L} \cdot l\right) = \\ &= \frac{\pi v h_0}{2L} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{L} \cdot l\right) \quad (21) \end{aligned}$$

Die Hubbeschleunigung der Räder auf der Überhöhungsrampe:

$$\begin{aligned} f_2 &= v^2 h_0 R \cdot \frac{d^2 K}{dl^2} = v^2 h_0 R \cdot \frac{\pi^2}{2RL^2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{L} \cdot l\right) = \\ &= \frac{\pi^2 v^2 h_0}{2L^2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{L} \cdot l\right) \quad (22) \end{aligned}$$

3. Die Göldner-Bloss-Kurve

mit der Gleichung:

$$K(l) = \frac{1}{R} \left[3 \left(\frac{l}{L} \right)^2 - 2 \left(\frac{l}{L} \right)^3 \right] \quad (23)$$

ihr Krümmungssinkrement:

$$\frac{dK}{dl} = \frac{6}{RL} \left[\frac{l}{L} - \left(\frac{l}{L} \right)^2 \right] \quad (24)$$

$$\frac{d^2 K}{dl^2} = \frac{6}{RL^2} [L - 2l] \quad (25)$$

Die Geschwindigkeit des Seitenkraftsvorgangs:

$$\begin{aligned} F_s &= \int_0^L K^2(l) dl = \int_0^L \frac{1}{R^2} \left[\frac{9}{L^4} \cdot l^4 - \frac{12}{L^5} \cdot l^5 + \frac{4}{L^6} \cdot l^6 \right] dl = \\ &= \frac{9}{R^2 L^4} \left[\frac{1}{5} l^5 \right]_0^L - \frac{12}{R^2 L^5} \left[\frac{1}{6} l^6 \right]_0^L + \frac{4}{R^2 L^6} \left[\frac{1}{7} l^7 \right]_0^L \quad (26) \end{aligned}$$

Die Beschleunigung des Seitenkraftsvorgangs:

$$\begin{aligned} F'_s &= \int_0^L \left(\frac{dK}{dl} \right)^2 dl = \int_0^L \frac{36}{R^2 L^2} \left[\left(\frac{l}{L} \right)^2 - 2 \left(\frac{l}{L} \right)^3 + \left(\frac{l}{L} \right)^4 \right] dl = \\ &= \frac{12}{R^2 L^4} [l^3]_0^L - \frac{18}{R^2 L^5} [l^4]_0^L + \frac{36}{5R^2 L^6} [l^5]_0^L \quad (27) \end{aligned}$$

Die Hubgeschwindigkeit der Räder auf der Überhöhungsrampe:

$$\begin{aligned} f_1 &= v h_0 R \cdot \frac{dK}{dl} = v h_0 R \cdot \frac{6}{RL} \left[\frac{l}{L} - \left(\frac{l}{L} \right)^2 \right] = \\ &= \frac{6v h_0}{L} \left[\frac{l}{L} - \left(\frac{l}{L} \right)^2 \right] \quad (28) \end{aligned}$$

Die Hubbeschleunigung der Räder auf der Überhöhungsrampe:

$$f_2 = v^2 h_0 R \cdot \frac{d^2 K}{dl^2} = v^2 h_0 R \cdot \frac{6}{RL^2} [L - 2l] = \frac{6v^2 h_0}{L^3} [L - 2l] \quad (29)$$

4. Die Grabowski-Kurve

mit der Gleichung:

$$K(l) = \frac{1}{R} \left[10 \left(\frac{l}{L} \right)^3 - 15 \left(\frac{l}{L} \right)^4 + 6 \left(\frac{l}{L} \right)^5 \right] \quad (30)$$

und dem Krümmungssinkrement:

$$\frac{dk}{dl} = \frac{30}{RL} \left[\left(\frac{l}{L} \right)^2 - 2 \left(\frac{l}{L} \right)^3 + \left(\frac{l}{L} \right)^4 \right] \quad (30)$$

daher: $\frac{d^2K}{dl^2} = \frac{60}{RL^3} \left[l - \frac{3l^2}{L} + \frac{2l^3}{L^2} \right]$ (32)

Die Geschwindigkeit des Seitenkraftsvorgangs:

$$F_s = \int_0^L K^2(l) dl = \frac{1}{R^2} \int_0^L \left[\frac{100}{L^6} \cdot l^6 + \frac{345}{L^8} \cdot l^8 - \frac{300}{L^7} \cdot l^7 + \frac{180}{L^9} \cdot l^9 + \frac{36}{L^{10}} \cdot l^{10} \right] dl = \left[\frac{1}{R^2 L^6} \left(100 \cdot \frac{1}{7} l^7 - \frac{300}{L} \cdot \frac{1}{8} l^8 + \frac{345}{L^2} \cdot \frac{1}{9} l^9 - \frac{180}{L^3} \cdot \frac{1}{10} l^{10} + \frac{36}{L^4} \cdot \frac{1}{11} l^{11} \right) \right]_0^L$$
 (33)

Die Beschleunigung des Seitenkraftsvorgangs:

$$F'_s = \int_0^L \left(\frac{dK}{dl} \right)^2 dl = \frac{900}{R^2 L^2} \int_0^L \frac{1}{L^4} \left(l^4 + \frac{6}{L^2} \cdot l^6 + \frac{1}{L^4} \cdot l^8 - \frac{4}{L} \cdot l^5 - \frac{4}{L^3} \cdot l^7 \right) dl = \frac{900}{R^2 L^6} \left[\frac{1}{5} l^5 + \frac{6}{7 L^2} l^7 + \frac{1}{9 L^4} l^9 + \frac{2}{3 L} l^6 - \frac{1}{4 L^3} l^8 \right]_0^L$$
 (34)

Die Hubgeschwindigkeit der Räder auf der Überhöhungsrampe:

$$f_1 = v h_0 R \cdot \frac{dK}{dl} = v h_0 R \cdot \frac{30}{L} \left[\left(\frac{l}{L} \right)^2 - 2 \left(\frac{l}{L} \right)^3 + \left[\frac{l}{L} \right]^4 \right]$$
 (35)

Die Hubbeschleunigung der Räder auf der Überhöhungsrampe:

$$f_1 = v h_0 R \cdot \frac{d^2K}{dl^2} = v^2 h_0 \cdot \frac{60}{L^3} \left[l - \frac{3l^2}{L} + \frac{2l^3}{L^2} \right]$$
 (36)

5. Die Grabowski-Sinusoide

mit der Gleichung:

$$K(l) = \frac{1}{R} \left[\frac{l}{L} - \frac{1}{2\pi} \sin \left(2\pi \frac{l}{L} \right) \right]$$
 (37)

und dem Krümmungssinkrement:

$$\frac{dk}{dl} = \frac{1}{RL} \left[1 - \cos \left(2\pi \frac{l}{L} \right) \right]$$
 (38)

daher: $\frac{d^2K}{dl^2} = \frac{1}{RL^2} \left[2\pi \sin \left(2\pi \frac{l}{L} \right) \right]$ (39)

Die Geschwindigkeit des Seitenkraftsvorgangs:

$$F_s = \int_0^L K^2(l) dl = \frac{1}{R^2} \int_0^L \left[\left(\frac{l}{L} \right)^2 - \frac{l}{\pi L} \sin \left(2\pi \frac{l}{L} \right) + \frac{1}{4\pi^2} \sin^2 \left(2\pi \frac{l}{L} \right) \right] dl = \frac{1}{R^2} \int_0^L \frac{1}{L^2} l^2 dl - \frac{1}{\pi R^2 L} \int_0^L l \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{L} \cdot l \right) dl + \frac{1}{4\pi^2 R^2} \int_0^L \sin^2 \left(\frac{2\pi}{L} \cdot l \right) dl = \left[\frac{1}{3R^2 L^2} \cdot l^3 - \frac{1}{2\pi^2 R^2} \left[\frac{L}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi}{L} \cdot l \right) - l \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{L} \cdot l \right) \right] + \frac{1}{4\pi^2 R^2} \left[\frac{l}{2} - \frac{L}{4\pi} \sin \left(\frac{2\pi}{L} \cdot l \right) \cos \left(\frac{2\pi}{L} \cdot l \right) \right] \right]_0^L$$
 (40)

Die Beschleunigung des Seitenkraftsvorgangs:

$$F'_s = \int_0^L \left(\frac{dK}{dl} \right)^2 dl = \frac{1}{R^2 L^2} \int_0^L \left[1 - 2 \cos \left(\frac{2\pi}{L} \cdot l \right) \cos^2 \left(\frac{2\pi}{L} \cdot l \right) \right] dl = \frac{1}{R^2 L^2} dl - \frac{2}{R^2 L^2} \int_0^L \cos \left(\frac{2\pi}{L} \cdot l \right) dl \frac{1}{R^2 L^2} \int_0^L \cos^2 \left(\frac{2\pi}{L} \cdot l \right) dl = \left[\frac{1}{R^2 L^2} \cdot l - \frac{1}{\pi R^2 L} \sin \left(\frac{2\pi}{L} \cdot l \right) + \frac{1}{4\pi R^2 L} \sin \left(\frac{2\pi}{L} \cdot l \right) \cos \left(\frac{2\pi}{L} \cdot l \right) + \frac{1}{R^2 L^2} \right]_0^L$$
 (41)

Die Hubgeschwindigkeit der Räder auf der Überhöhungsrampe:

$$f_1 = v h_0 R \cdot \frac{dK}{dl} = \frac{v h_0}{L} \cdot \left[1 - \cos \left(2\pi \frac{l}{L} \right) \right]$$
 (42)

Die Hubbeschleunigung der Räder auf der Überhöhungsrampe:

$$f_2 = v^2 h_0 R \cdot \frac{d^2K}{dl^2} = \frac{v^2 h_0}{L^2} \cdot \left[2\pi \sin \left(2\pi \frac{l}{L} \right) \right]$$
 (43)


Tabelle 1. Kriterium 1.

$$\alpha = v^2 \cdot \frac{dk}{dl}, \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

		Klothoide	Aüberlen-Kurve	Göldner-Bloss-Kurve	Grabowski-Kurve	Grabowski-Sinusoid
	l	α	α	α	α	α
v = 80km/h R = 400m L = 100m	0	0,012346	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
	20	0,012346	0,011358	0,011852	0,009383	0,008395
	40	0,012346	0,018272	0,017778	0,021235	0,022222
	50	0,012346	0,019259	0,018519	0,023148	0,024699
	60	0,012346	0,018272	0,017778	0,021235	0,022222
	80	0,012346	0,011358	0,011852	0,009383	0,008395
	100	0,012346	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
v = 120km/h R = 1500m L = 60m	0	0,000011	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
	10	0,000011	0,010000	0,010000	0,006667	0,006667
	20	0,000011	0,016667	0,016667	0,017778	0,018889
	30	0,000011	0,018889	0,018889	0,023333	0,024444
	40	0,000011	0,016667	0,016667	0,017778	0,018889
	50	0,000011	0,010000	0,010000	0,006667	0,006667
	60	0,000011	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000

Daten von der Tabelle 1 sind in den Diagrammen 1 und 2 dargestellt

Tabelle 2. Kriterium 2.

$$K(l) = \frac{1}{2R} \left[1 - \cos\left(\pi \frac{l}{L}\right) \right],$$

		Klothoide	Aüberlen-Kurve	Göldner-Bloss-Kurve	Grabowski-Kurve	Grabowski-Sinusoid
	l	F_s	F_s	F_s	F_s	F_s
v = 80km/h R = 400m L = 100m	0	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
	20	0,000002	0,000003	0,000000	0,000000	0,000000
	40	0,000013	0,000006	0,000007	0,000004	0,000004
	50	0,000026	0,000018	0,000020	0,000021	0,000023
	60	0,000045	0,000039	0,000039	0,000037	0,000045
	80	0,000107	0,000117	0,000116	0,000124	0,000106
	100	0,000208	0,000234	0,000232	0,000245	0,000248
v = 120km/h R = 1500m L = 60m	0	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
	10	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
	20	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
	30	0,000001	0,000000	0,000001	0,000001	0,000000
	40	0,000003	0,000002	0,000003	0,000003	0,000003
	50	0,000005	0,000004	0,000006	0,000004	0,000004
	60	0,000009	0,000009	0,000010	0,000010	0,000010

F_s^l – hat immer den Wert von 0.000000

Daten von der Tabelle 2 sind in den Diagrammen 3 und 4 dargestellt

Tabelle 3. Kriterium 3.

$$K(l) = \frac{1}{R} \left[3 \left(\frac{l}{L} \right)^2 - 2 \left(\frac{l}{L} \right)^3 \right], \left[\frac{mm}{s} \right]$$

		Klothoide	Aüberlen-Kurve	Göldner-Bloss-Kurve	Grabowski-Kurve	Grabowski-Sinusoide
	1	f_1	f_1	f_1	f_1	f_1
v = 80km/h R = 400m L = 100m	0	26,667	0,000	0,000	0,000	0,000
	20	26,667	24,621	25,600	19,280	18,426
	40	26,667	39,838	38,400	46,081	48,241
	50	26,667	41,888	40,000	50,001	53,334
	60	26,667	39,838	38,400	46,081	48,241
	80	26,667	24,621	25,600	19,280	18,426
	100	26,667	0,000	0,000	0,000	0,000
v = 120km/h R = 1500m L = 60m	0	27,778	0,000	0,000	0,000	0,000
	10	27,778	21,817	23,148	16,075	13,889
	20	27,778	37,788	37,037	41,152	41,667
	30	27,778	43,633	41,667	52,083	55,555
	40	27,778	37,788	37,037	41,152	41,667
	50	27,778	21,817	23,148	16,075	13,889
	60	27,778	0,000	0,000	0,000	0,000

Daten von der Tabelle 3 sind in den Diagrammen 5 und 6 dargestellt

Tabelle 4. Kriterium 4.

$$K(l) = \frac{1}{R} \left[10 \left(\frac{l}{L} \right)^3 - 15 \left(\frac{l}{L} \right)^4 + 6 \left(\frac{l}{L} \right)^5 \right], \left[\frac{mm}{s^2} \right]$$

		Klothoide	Aüberlen-Kurve	Göldner-Bloss-Kurve	Grabowski-Kurve	Grabowski-Sinusoide
	1	f_2	f_2	f_2	f_2	f_2
v = 80km/h R = 400m L = 100m	0	0,000	0,000	35,520	0,000	0,000
	20	0,000	23,659	21,312	34,099	37,255
	40	0,000	9,037	7,0104	17,050	21,8860
	50	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	60	0,000	-9,037	-7,104	-17,050	-21,8860
	80	0,000	-23,659	-21,312	-34,099	-37,255
	100	0,000	0,000	-35,520	0,000	0,000
v = 120km/h R = 1500m L = 60m	0	0,000	0,000	77,040	0,000	0,000
	10	0,000	54,960	51,360	71,333	80,802
	20	0,000	31,731	25,680	57,067	69,977
	30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	40	0,000	-31,731	-25,680	-57,067	-69,977
	50	0,000	-54,960	-51,360	-71,333	-80,802
	60	0,000	0,000	-77,040	0,000	0,000

Daten von der Tabelle 4 sind in den Diagrammen 7 und 8 dargestellt

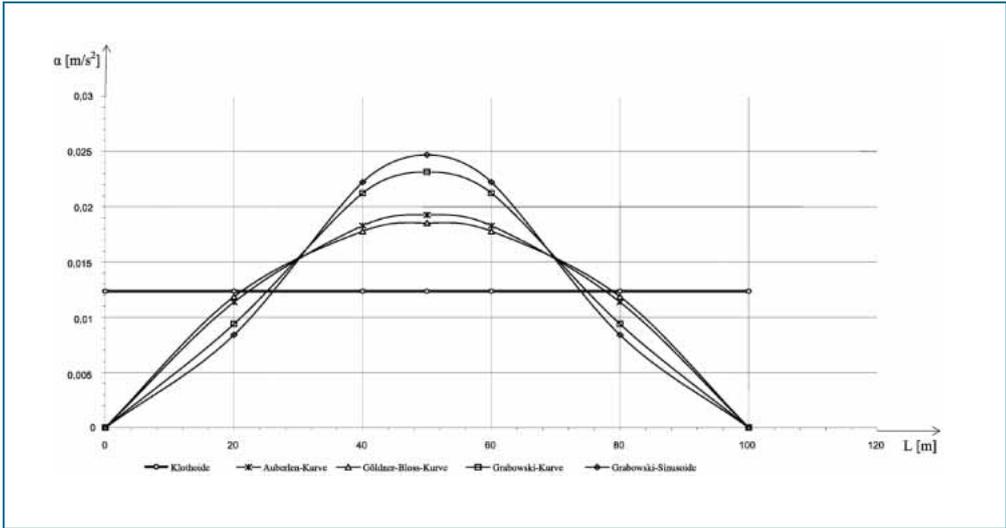


Diagramm 1. Kriterium 1
Untersuchung der Winkelbeschleunigung von der Tangentendrehung an der Krümmung der Übergangskurve für $v = 80 \text{ km/h}$

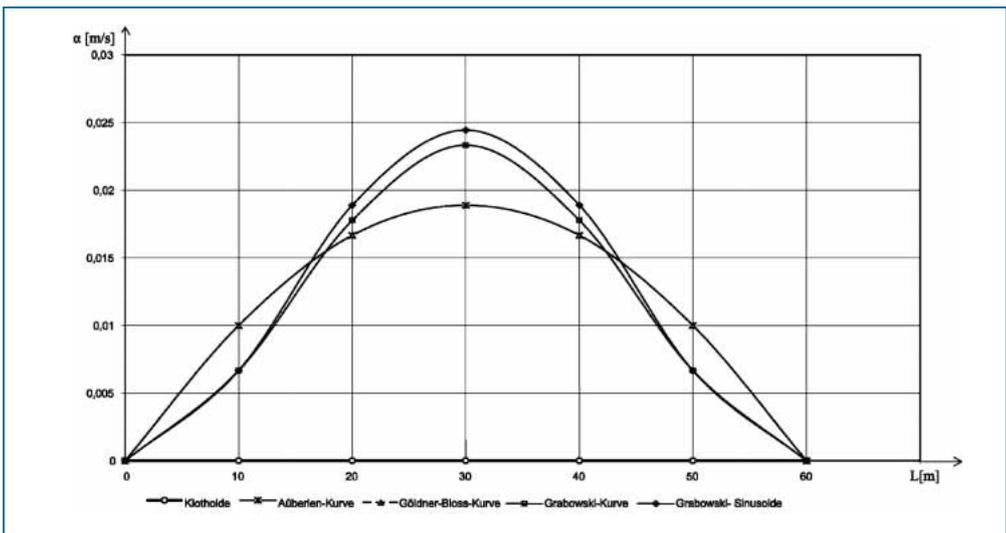


Diagramm 2. Kriterium 1
Untersuchung der Winkelbeschleunigung von der Tangentendrehung an der Krümmung der Übergangskurve für $v = 120 \text{ km/h}$

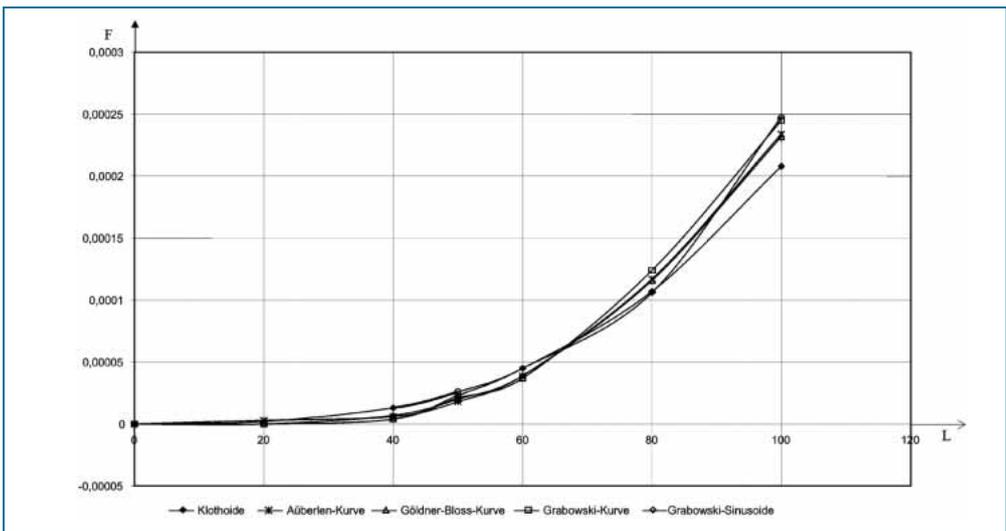


Diagramm 3. Kriterium 2
Untersuchung der Geschwindigkeit des Seitenkraftvorgangs in der Nähe der Anfangs- und Endpunkte für $v = 80 \text{ km/h}$

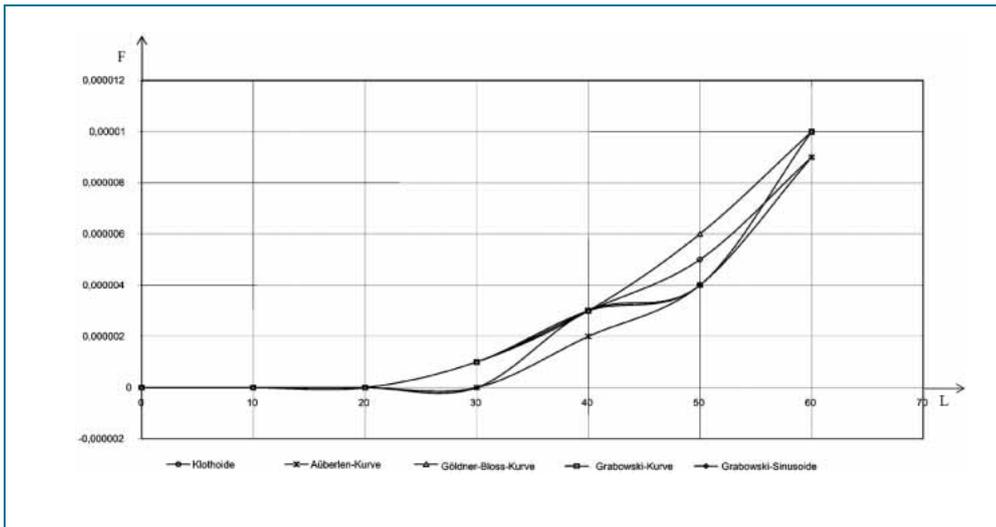


Diagramm 4. Kriterium 2. Untersuchung der Geschwindigkeit des Seitenkraftvorgangs in der Nähe der Anfangs- und Endpunkte für $v = 120 \text{ km/h}$

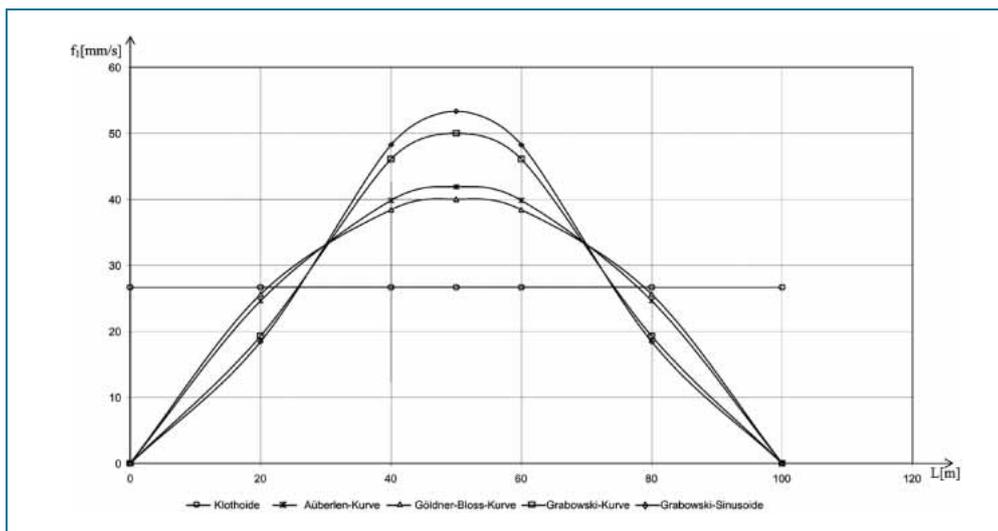


Diagramm 5. Kriterium 3. Untersuchung der Hubgeschwindigkeit der Räder auf der Überhöhungsrampe für $v = 80 \text{ km/h}$.

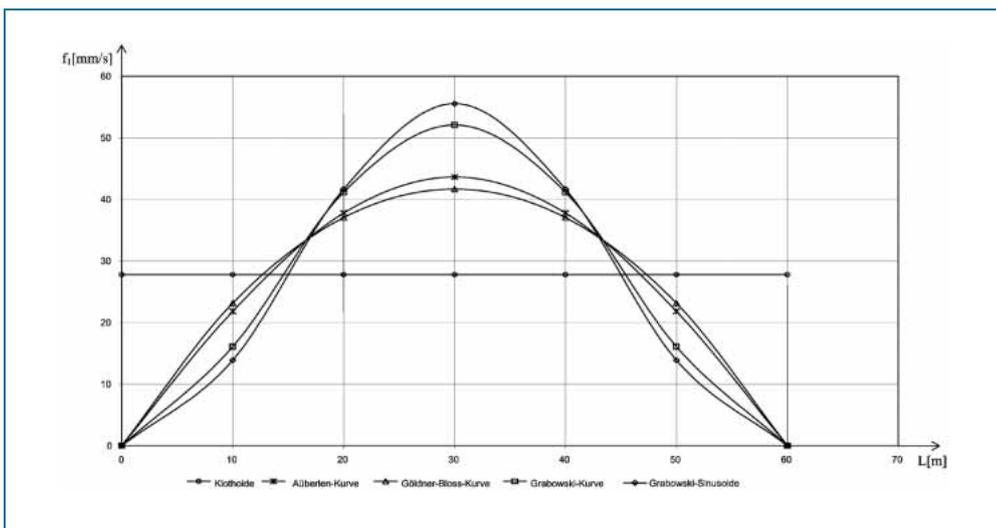
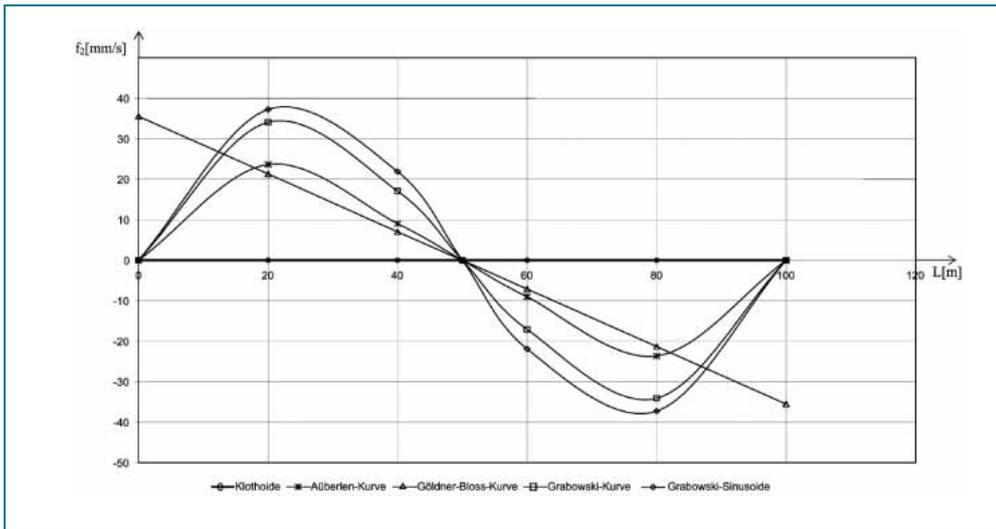
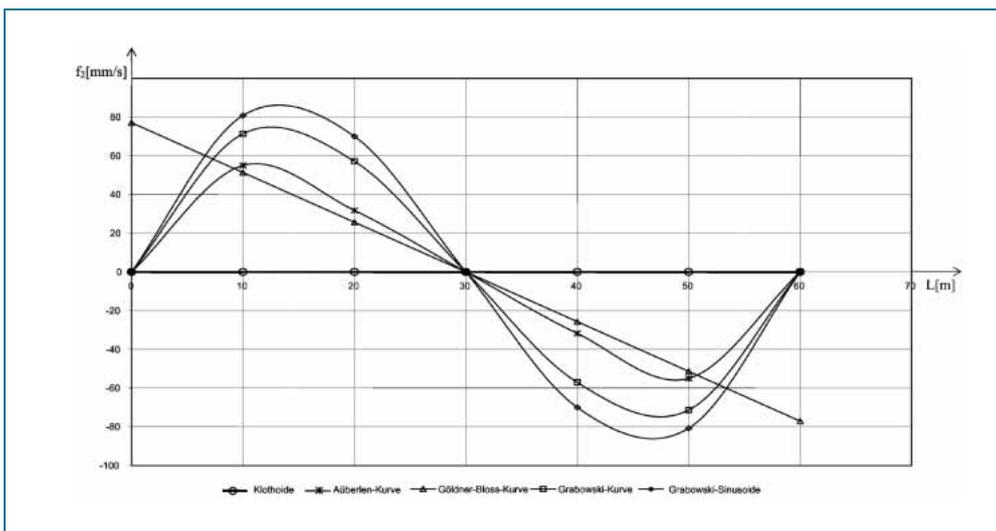


Diagramm 6. Kriterium 3. Untersuchung der Hubgeschwindigkeit der Räder auf der Überhöhungsrampe der Übergangskurve für $v = 120 \text{ km/h}$.



*Diagramm 7 Kriterium 4
Untersuchung der Hubbeschleunigung der Räder auf der Überhöhungsrampe der Übergangskurve für $v=80$ km/h.*



*Diagramm 8 Kriterium 4
Untersuchung der Hubbeschleunigung der Räder auf der Überhöhungsrampe der Übergangskurve für $v=120$ km/h.*

Schlussfolgerungen

1. Die Winkelbeschleunigung der Tangentendrehung ist für die Klothoide konstant, nimmt aber im Anfangspunkt ihre Werte sprunghaft an und im Endpunkt erzielt sie auch sprunghaft den Nullwert. Aus diesem Grund weist die Klothoide im Vergleich zu den anderen untersuchten Kurven die am wenigsten günstige Winkelbeschleunigungsverteilung der Tangentendrehung auf.
2. Die Aüberlen- und Göldner-Bloss-Kurven weisen praktisch die gleichen Beschleunigungswerte und ihre Verteilung in ihrer ganzen Länge auf. Bessere Beschleunigungsverteilung bewirkt ihre unwesentliche Überlegenheit gegenüber der Klothoide.
3. Die Grabowski-Kurven haben praktisch die gleichen Beschleunigungswerte wie die vorigen Kurven, ihre günstigste Verteilung aber entscheidet über ihre beste Nützlichkeit als Übergangskurven.
4. Alle untersuchten Kurven haben sehr ähnliche Parameter der Geschwindigkeit und Beschleunigung des Seitenkraftvorgangs. Wenn man das Kriterium des Seitenkraftvorgangs berücksichtigt, scheint die Klothoide minimal besser als die anderen Kurven zu sein.
5. Klothoide weist konstante, nominal geringste Werte der Hubgeschwindigkeit und – beschleunigung der Räder auf der Geschwindigkeitsrampe der Kurve auf, diese Geschwindigkeit erscheint aber plötzlich im Anfangspunkt und verschwindet auch plötzlich in ihrem Endpunkt.
6. Die Aüberlen- und Göldner-Bloss-Kurven haben unbedeutend größere Werte der Hubgeschwindigkeit und – beschleunigung der Räder auf der Rampe, weisen aber bessere Verteilung auf.
7. Die beiden Grabowski-Kurven haben auch unbedeutend größere Werte der untersuchten Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, ihre Verteilung ist aber am günstigsten.
8. Es muss festgestellt werden, dass, im Hinblick auf die besprochenen Kriterien, alle untersuchten Kurven den den Übergangskurven gestellten Anforderungen ent-

sprechen und beim Bau der Bahnlinien und Schnellstraßen gebraucht werden können.

Literatur

1. Aüberlen R., 1956. Vom Schwung der Fahrt zur Form der Straße, Forschungsarbeiten aus dem Straßenwesen. Neue Folge, Heft 25, 1956
2. Banach S. 1956. Mechanika. PWN, Warszawa
3. Goetz A. 1965. Geometria różniczkowa. PWN, Warszawa
4. Göldner K., 1961. Zur Frage der Kurvenüberleitung bei Autostraßen. Straße und Autobahn, Heft 12, Bonn 1961.
5. Grabowski R.J. 1982. Projektowanie przejść krzywoliniowych w budownictwie drogowym i wodnym z uwzględnieniem problemów geodezyjnych. Rozprawy Naukowe Uniwersytetu Warszawskiego.
6. Grabowski R.J. 1996. Kształtowanie geometryczne krzywych przejściowych w drogach kołowych, kolejowych i trasach wodnych. Wydawnictwa Politechniki Białostockiej
7. Grafarend E. 2002. Sensitive control of high-speed-railway tracks. Part I : Local representation of the clothoid. Allgemeine Vermessungs- Nachrichten. Heft 2, Heidelberg 2002
8. Grafarend E. 2002. Sensitive control of high-speed-railway tracks. Part II: Minimal distance mapping of a point close to the clothoid. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten. Heft 3, Heidelberg 2002
9. Kobryń A. 1987. Analiza przydatności wybranych krzywych do projektowania kierunków trasy regulacyjnej rzek. Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej, Budownictwo, 6.
10. Krupiński W. 1996. Analiza przydatności pewnych krzywych spiralnych oraz cosinusoidy i lemniskaty dla celów trasowania. Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej w Krakowie, Geodezja z. 15.
11. Krupiński W. 2002. Analise der Nützlichkeit der ebenen Kurven (mit der Krümmungsgleichung $K[x]$) für Trassierungszwecke. Allgemeine Vermessungs- Nachrichten. Heft 2, Heidelberg 2002
12. Piasek Z. 2000. Geodezja budowlana dla inżynierii środowiska. Wydawnictwa Politechniki Krakowskiej.
13. Ponikowski J. 1960. Geodezja kolejowa. Państwowe Przedsiębiorstwo Wydawnictw Kartograficznych, Warszawa.

Anschrift des Verfassers:
Waldemar Krupiński
AKADEMIA ROLNICZA
im. Hugona Kołłątaja w Krakowie
Katedra Geodezji
30-198 Kraków, ul. Balicka 253 A

Zusammenfassung

Mit den Problemen der Nützlichkeit der Kurven als Übergangskurven bei der Trassierung haben sich sowohl ausländische Autoren wie Aüberlen [1], Göldner [4] i Grafarend [7], [8] als auch polnische Verfasser unter anderem: Grabowski [5], [6], Kobryń [9], Piasek [12], Ponikowski [13] und Autor dieser Bearbeitung [10], [11] beschäftigt.

In dieser Arbeit wurden einige Eigenschaften der ausgewählten, ebenen Kurven als Übergangskurven im Hinblick auf ihre Anwendung bei dem Entwerfen von Bahnlinien und Schnellstraßen vorgestellt.

Untersucht wurden folgende Kurven:

1. – Klothoide
2. – Aüberlen-Kurve
3. – Göldner-Bloss-Kurve
4. – Grabowski-Kurve
5. – Grabowski-Sinusoide

Untersuchungskriterien:

1. – der Winkelbeschleunigung von Tangentendrehung an der Krümmung der Übergangskurve

2. – der Geschwindigkeit und Beschleunigung des Seitenkraftsvorgangs in der Nähe der Anfangs- und Endpunkte der Übergangskurve.

Untersucht wurden auch Eigenschaften der Überhöhungsrampen von diesen Kurven, für die man:

3. – Hubgeschwindigkeit der Räder auf der Überhöhungsrampe

4. – Hubbeschleunigung der Räder auf der Überhöhungsrampe analysiert hat.

Von den durchgeführten Analysen und Berechnungen wurden Schlussfolgerungen gezogen, die die Anwendungsmöglichkeiten der besprochenen Kurven als Übergangskurven bei der Bahnlinien- und Schnellstraßen-trassierung betreffen.