



# Bezugssystem als Grundlage zur Formulierung eines Verschiebungsmodells

Józef Gil

**Der Beitrag enthält einen Vorschlag zur Definition des Bezugssystems bei der Untersuchung von Deformationen. Die Methode ist nicht abhängig von der Annahme der Unveränderlichkeit der gewählten Netzpunkte.**

## 1 Einführung

Das grundlegende Problem bei der Bestimmung von Verschiebungen ist die Festlegung des Bezugssystems als einer Menge von Punkten mit nachgewiesener gegenseitiger Konstanz. In der Wirklichkeit sind alle Punkte beweglich, und die bestimmten Werte der Bewegungsparameter haben, unabhängig von der angewandten analytischen Methode ihrer Bestimmung, einen relativen Charakter. Bei dem Streben nach Erreichung eines qualitativen Modells von Verschiebungen erhält die Identifizierung der Festpunkte den Status eines Problems mit Untersuchungscharakter. Die in dieser Arbeit vorgeschlagene Berechnungsweise von vertikalen Verschiebungen nutzt den Begriff eines unwesentlich elastischen Bezugssystems aufgrund des formulierten Kriteriums des Zuwachses vom Normquadrat des Vektors von geschätzten Verbesserungen zur Beobachtung.

## 2 Problemstellung

Bei Berücksichtigung der Bedingung

$$E_i = \min_{V_i} F(V_i) \quad (i = 0, 1, 2, \dots, k, \dots, p) \quad (1)$$

realisieren wir die Ausgleichsaufgaben eines geodätischen Differenznetzes.  $F(V_i)$  ist die Verschiebungsfunktion der beobachteten Punkte in der Form von

$$F(V_i) = V_i^T Q^{-1} V_i \quad (2)$$

wo:

- $V_i$  – Verbesserungsvektor der  $i$ -Ausgleichung von Beobachtungsunterschieden,
- $Q$  – die Varianz-Kovarianzmatrix.

Die Größe  $E_i$  ist ein Skalar, und seinen minimalen Wert

$$E_0 = \min E_i \quad (3)$$

können wir aufgrund der Ausgleichung bei minimaler Beschränkung von Freiheitsgraden des Beobachtungssystems erhalten, und insbesondere aufgrund der s.g. Freiausgleichung (free adjusting). Der stufenweise Be-

grenzungszuwachs von Freiheitsgraden durch Annahme der Konstanz von gewählten Punkten ruft einen Zuwachs des Normquadrates vom Verbesserungsvektor bis zu dem Wert  $E_p = E_{\max}$ , für den die Überbestimmtheit des Systems der Zahl von Beobachtungen gleich ist. Der kritische Wert der Skalarfunktion  $E_k$

$$E_0 \leq E_k \leq E_p \quad (4)$$

für die eine bestimmte Punktmenge das weiter formulierte Konstanzkriterium erfüllt, definiert das Bezugssystem.

Gemäß dem Gauss-Laplace-Prinzip ist die Wahrscheinlichkeit der Lageidentität des Punktes  $P(E_k)$  sowie des Punktes  $P'(E_0)$  der Größe

$$e^{-h^2 \Delta E_k} \quad (5)$$

proportional [4], wo  $h$  das Genauigkeitsmaß, verbunden mit dem mittleren Fehler der Beobachtung  $m$  durch das Verhältnis

$$h^2 m^2 = 1/2 \quad (6)$$

ist, dagegen  $\Delta E_k = E_k - E_0$  den Zuwachs vom Normquadrat des Verbesserungsvektors, ermittelt aufgrund der Ausgleichung bei einer bestimmten Zahl der Freiheitsgrade bedeutet.

Das Normquadrat des Verbesserungsvektors, als ein geometrisches Objekt betrachtet, ist ein Ellipsoid, das ein geometrisches Konzentrationsbild der Vektorverteilung von den  $\hat{X}$ -Parametern um seine erwartete Dichtigkeit  $X$  darstellt. Wird durch  $s$  die Kenngröße des Ellipsoids als

$$s^2 = \frac{\Delta E_k}{2m^2} \quad (7)$$

bezeichnet, und bei Berücksichtigung des Raumes  $R^2$ , wird die Wahrscheinlichkeit  $W$  der Punktlage innerhalb der Fehlerellipse mit dem Parameter  $s$  gleich

$$W = 1 - e^{-s^2} \quad (8)$$

Für das angenommene Signifikanzniveau  $W = 0,95$  ist Parameter  $s^2 = 2,9957$ . Aufgrund der Formeln (7) und (8) kann gefolgert werden, dass ein Einzelpunkt das Konstanzkriterium mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,95 erfüllt, wenn

$$\Delta E_k \leq 5,9914 m^2 \quad (9)$$

Bei der Annahme der Wahrscheinlichkeit mit  $W = 0,95$  bei gleichzeitiger Berücksichtigung der Voraussetzung, dass die Beobachtungsfehler und die Koordinaten des Verschiebungsvektors eine normale Verteilung haben, werden wir den Zuwachs vom Normquadrat des Ver-

besserungsvektors  $\Delta E_k$  für eine beliebige Dichte der Fixpunkte mit der Zählgröße  $k$  aus dem Wahrscheinlichkeitsprodukt

$$\left(1 - e^{-\frac{\Delta E_k}{2m^2}}\right)^k = 0,95 \quad (10)$$

bestimmen.

Daraus erhalten wir

$$\Delta E_k = -2m^2 \ln(1 - 0,95^{\frac{1}{k}}). \quad (11)$$

Bei Berücksichtigung der Anzahl von überzähligen Wahrnehmungen  $r$  im Beobachtungssystem fügen wir in die Formel (11) die Korrektur des Gauss'schen mittleren Fehlers [3] und bekommen am Ende:

$$\Delta E_k = -2\left(m + \frac{m^2}{2r}\right) \ln(1 - 0,95^{\frac{1}{k}}) \quad (12)$$

Ein Diagramm des kritischen Wertes  $\Delta E_k$  je nach Anzahl der Bezugspunkte, die das Konstanzkriterium mit der Wahrscheinlichkeit  $W = 0,95$  ( $m = 1, r \rightarrow \infty$ ) erfüllen, wurde in der Abb. 1 dargestellt.

Die Anwendung des oben formulierten Kriteriums erfordert eine möglichst präzise Voridentifizierung von Punkten, die das zusätzliche Konstanzkriterium erfüllen. Das detaillierte Verfahren wird für das einepochale statistische Modell von vertikalen Verschiebungen des geodätischen Netzes formuliert.

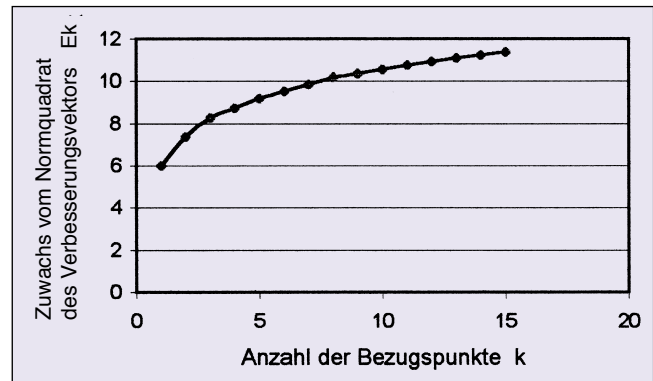


Abb. 1: Diagramm des kritischen Wertes  $\Delta E_k$  in der Funktion der Anzahl der Bezugspunkte ( $k = 15$ )

### 3 Die Voridentifikation der Bezugspunkte

Das dominierende Element in der Anfangsphase des Identifikationsprozesses von Fixpunkten ist die Analyse von Wertänderungen der äußeren Merkmale, die nach zwei sich entsprechenden Punkten von zwei endlichen Mengen bestimmt sind. Die betrachteten Punktmengen vertreten zwei geometrische Objekte. Allgemein genommen, beruht die Voridentifikation auf der Suche einer solchen Punktmenge, deren Vektor von Basiszuwachsen der inneren Merkmale im betrachteten Zeitintervall genügend klein ist. Nach dem in der Arbeit [6] angegebenen Kriterium behalten zwei durch eine Nivelle-

menschleife verbundene Höhenfestpunkte die Konstanz, wenn

$$|h' - h| \leq 1,4 m_0 \sqrt{n + n'} \quad (13)$$

wo:

$h, h'$  – Höhenunterschiede aus der primären und der aktuellen Messung,

$m_0^2$  – Varianz der Gewichtseinheit,

$n, n'$  – Standortzahl des Nivellierers (primäre und aktuelle Messung).

Wir werden weiter annehmen, dass es zwei  $n$ -Elemente-Punktmenge im Raum  $R^1 : \{S^1\}$  und  $\{S^2\}$  gibt, die Mengen der Projektionen von natürlichen Punkten der untersuchten Objekte ( $O^1$ ) und ( $O^2$ ) auf die Zahlengerade sind. Den Punkten beider Mengen  $\{S^1\}$  und  $\{S^2\}$  sind Knoten  $h_i^{(1)}, h_i^{(2)}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), die aufgrund der unabhängigen Ausgleichungen bei minimalen Beschränkungen der Freiheitsgrade ermittelt wurden. Die Abstände zwischen den entsprechenden Punkten beider Mengen  $\{S^1\}$  und  $\{S^2\}$  bezeichnen wir gemäß der euklidischen Norm des Raumes  $R^1$  als

$$h_i = d(S^1, S^2) = |S^2 - S^1| \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (14)$$

Sind die getätigten Beobachtungen bei der Ausgangs- und der aktuellen Messung interne Beobachtungen, d. h. sie betreffen innere geometrische Merkmale beider Mengen, dann werden wir eine solche Lage des Objekts ( $O^2$ ) gegenüber dem durch  $y$  gekennzeichneten Objekt ( $O^1$ ) suchen, bei der die Bedingung

$$F(y) = \min_{x \in A} F(x) \quad (15)$$

erfüllt wird, wo:

$$F(x) = \sum_{i=1}^n |h_i - x| \quad A = \{h_1, h_2, \dots, h_n\} \quad (16)$$

Die minimalisierte Funktion  $F(x)$  ist eine konvexe Funktion, da die Verbindungsstrecke zwischen zwei Punkten  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  in der Menge

$$\{(x, y) \in R^n \times R^1 : y \geq F(x)\} \quad (17)$$

enthalten ist.

Ohne die allgemeine Betrachtung zu verlieren, können wir annehmen, dass die Punktnummern beider Mengen  $\{S^1\}$  und  $\{S^2\}$  derart geordnet sind, dass die Abstände  $h_i$  zwischen den entsprechenden Punkten die Bedingung

$$h_1 \leq h_2 \leq \dots \leq h_n \quad (18)$$

erfüllen.

Die Funktion  $F(x)$  ist streckenweise eine lineare und eine stetige Funktion, sie ist aber keine differenzierbare Funktion in den Punkten  $h_i$ . Die Minimierung der Funktion  $F(x)$  werden wir durch Untersuchung des Vorzeichens der links- und rechtsseitigen Ableitung um den Punkt  $x = h_k$  ( $h_k \in A$ ) betrachten [2]. Ist die Zahl  $n$  der Punkte gerade, dann erreicht die Zielfunktion  $F(x)$  das Minimum für  $\frac{h_n}{2} \leq x \leq \frac{h_n}{2} + 1$ . Das erreichte Minimum ist

ein globales Minimum, weil für jedes  $h \in [\frac{h_n}{2}, \frac{h_n}{2} + 1]$  und für jedes  $x \in R^1$

$$F(h) \leq F(x) \quad (19)$$

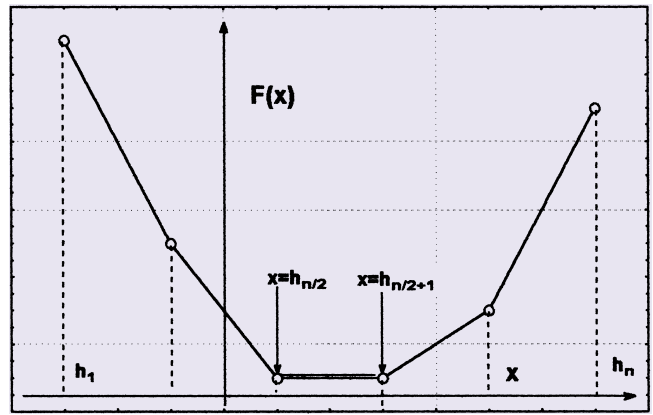


Abb. 2: Minimum der Funktion von der Summe der absoluten Abweichungen für gerade Zahl der Punkte

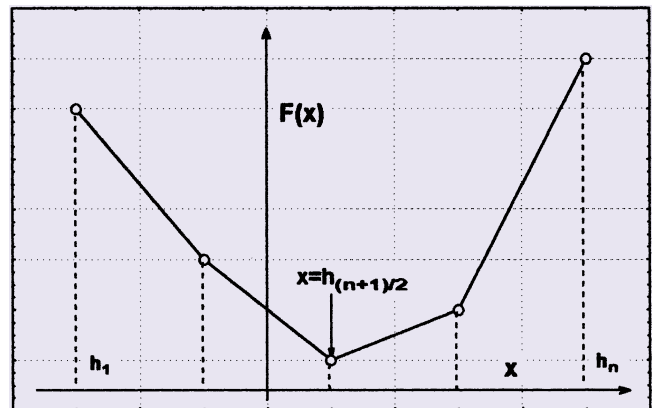


Abb. 3: Minimum der Funktion von der Summe der absoluten Abweichungen für ungerade Zahl der Punkte

Analog dazu, wenn  $n$  eine ungerade Zahl ist, erreicht die Funktion  $F(x)$  das Minimum für  $x = \frac{h_{n+1}}{2}$ . Die Minima

der Funktion  $F(x)$  für die gerade und ungerade Zahl der Punkte sind grafisch in den Abb. 2 und 3 dargestellt.

Die Minimalisierung der Funktion  $F(x)$  hat zum Ziel die Untersuchung der signifikanten Wertunterschiede von den geometrischen Merkmalen der inneren Punktmenge  $\{S^1\}$  und  $\{S^2\}$ , die die Ursache von Unterschieden der geometrischen Merkmale der Objekte ( $O^1$ ) und ( $O^2$ ) sind.

Aus der Menge  $A$  sind alle Elemente zu eliminieren, die den Merkmalen entsprechen, die die untersuchten Objekte im Sinne der Übereinstimmung diskriminieren. Der Unterschied  $h_i$  ist dann signifikant (im Sinne des angenommenen Kriteriums), wenn sie wertmäßig dem Globalmaximum der Funktion  $F(x)$  an der Menge bestimmt entspricht. Um das Globalmaximum der Funktion  $F(x)$  zu finden, ist zu bestimmen

$$\max \left\{ \left( n \times h_n - \sum_{i=1}^n h_i \right), \left( -n \times h_1 + \sum_{i=1}^n h_i \right) \right\} \quad (20)$$

Der Unterschiedswert von den geometrischen Merkmalen der entsprechenden Punkte ist dann unwesentlich, wenn die Bedingung

$$w_i \leq 1,4 m_0 \sqrt{n + n'} \quad (21)$$

erfüllt ist, wo  $w_j = |h_j - x|$  die Abweichung der „Anpassung“ des Objekts ( $O^2$ ) zum Objekt ( $O^1$ ) im Punkt  $h_j$  bedeutet. Die Bedingung (21) muss für alle sich gegenseitig entsprechenden Punkte beider Mengen mit Berücksichtigung des kürzesten Weges erfüllt sein.

Das Problem des kürzesten oder des „sparsamsten“ Weges im Sinne der Kosten seiner Zurücklegung kann mit den aus der Graphentheorie bekannten Begriffen und Algorithmen gelöst werden. Bei der Betrachtung des vertikalen Netzes als einen kohärenten und ungerichteten Graph bauen wir eine Berührungs- und Entfernungsmatrix auf. Weiter werden wir einen solchen Weg

$$g_{ij}^x \in G_{ij} \quad (22)$$

suchen, dass

$$g_{ij}^x = \min_{(g_{ij}^x \in G_{ij})} d_{ij}^g \quad (23)$$

wo:

$g_{ij}^x$  – der Verbindungsweg von zwei Punkten mit den Knoten  $h_i, h_j$

$G_{ij}^x = \{g_{ij}^\theta\}, \theta \in [1, 2, \dots, \Theta]$  – die Menge der Wege,

$d_{ij}^g$  – die Länge des Weges  $g_{ij}^\theta$ .

Auf diese Weise schaffen wir mit der Methode der nacheinander folgenden Iterationen neue Diskriminationsmengen mit der Übernahme der beschriebenen Vorgehensweise, bis die Etappe der Eliminierung aller Punkte, die das Konstanzkriterium nicht erfüllen, beendet wird. Im Endeffekt erhalten wir Ergebnisse der Voridentifizierung der Bezugspunkte, die eine Beurteilung des Grades der gegenseitigen Anpassung von Punktmengen ermöglicht und die entferntesten Punkte bei Erfüllung der Bedingung

$$||w|| = \min \quad (24)$$

anzeigt.

Die Beschreibung des vorgeschlagenen Algorithmus ist mit der Bemerkung zu ergänzen, dass im Falle einer geraden Zahl der Punkte, von denen die Hälfte parallel gegenüber der anderen Hälfte verlagert wurde, kann ein Dilemma bei der Identifikation der Bezugspunkte auftreten kann.

#### 4 Endgültige Identifikation der Bezugspunkte

Die Etappe der Voridentifizierung erlaubt eine Gruppe von vorqualifizierten Punkten zur weiteren Behandlung zwecks Definierung des Bezugssystems auszuwählen. Der Leitgedanke bei der Festlegung des Bezugssystems ist die Untersuchung von der Reaktion des Beobachtungssystems, die durch die Zunahme von Punkten, die die Konstanzbedingung im Ausgleichsprozess erfüllen, hervorgerufen wird. Es wird die folgende Vorgehensweise vorgeschlagen. Aufgrund der Voridentifizierung ordnen wir die Unterschiedswerte der Punktmengen  $\{S^1\}$  und  $\{S^2\}$  nach dem Prinzip

$$|w_1| \leq |w_2| \leq \dots \leq |w_n| \quad (25)$$

der Reihe nach.

Weiter, bei der Berücksichtigung nacheinander des Zuwachses der Punktzahl nach der Reihenfolge gemäß Formel (25), nehmen wir weitere Netzausgleichungen vor, wobei eine absolute Konstanz dieser Punkte angenommen wird, um den Zuwachs vom Normquadrat des Verbesserungsvektors zu bestimmen, welcher den kritischen Wert  $\Delta E_k$  nicht überschreiten darf (Formel 12). Nach den Berechnungen erhalten wir eine stationäre Bezugspunktmenge. Wenn wir infolge Realisation des Algorithmus zwei Punktmengen mit der gleichen Elementenzahl bekommen, dann sollte das endgültige Bezugssystem an Punkten dieser Menge bestimmt werden, der ein kleinerer Wert des Zuwachses vom Normquadrat des Verbesserungsvektors entspricht.

#### 5 Beispiel

Um die Berechnungen zu verkürzen, zeigen wir die oben beschriebene Prozedur zur Definierung des Bezugssystems am Beispiel eines vereinfachten Nivelliernetzes (Abb. 4).

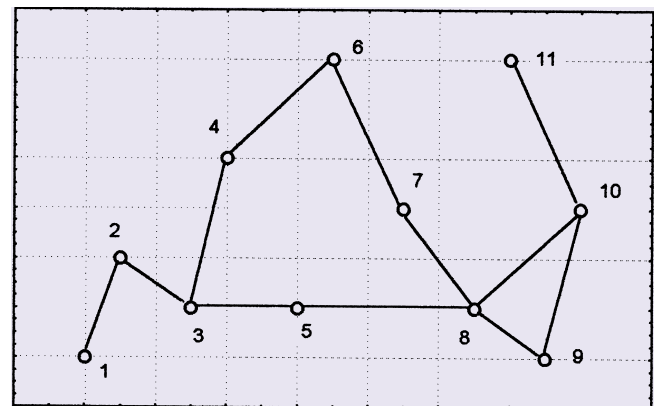


Abb. 4: Skizze des Testnetzes

Die gemessenen Höhenunterschiede bei Berücksichtigung der Standortzahl des Nivellierers sowie berechnete Änderungen der Höhenunterschiede enthält die Tab. 1. Aufgrund der Netzausgleichung bei minimalen Beschränkungen der Freiheitsgrade (in beiden Fällen wurde die Konstanz des Punktes 1 vorausgesetzt) wurden Knoten der Punkte und anschließend Wertunterschiede von den geometrischen Merkmalen der inneren Punktmengen  $\{S^1\}$  und  $\{S^2\}$  als Unterschiede der geometrischen Merkmale von Objekten ( $O^1$ ) i ( $O^2$ ) (Tab. 2) ermittelt. Infolge dieser numerischen Durchführung wurde die Punktreihenfolge zum weiteren Vorgehen bestimmt, wobei 4 Punkte ermittelt wurden, die zur endgültigen Definierung des Bezugssystems qualifiziert wurden. Nach Realisierung der Ausgleichsaufgaben bei Berücksichtigung der wachsenden Punktzahl, die die Voraussetzung der absoluten Konstanz erfüllen, und dem Vergleich des Normquadratwertes vom Verbesserungsvektor  $\Delta E$  mit dem kritischen Wert  $\Delta E_k$  wurde das endgültige Bezugssystem an den Punkten 10, 9 und 11 bestimmt.

Nach der Festlegung des Bezugssystems als Grundlage zur Formulierung des Verschiebungsmodells wurden

**Tabelle 1**

Pos.	Beobach- tungscode	Höhen- unterschiede (primäre Messung) $h$ (mm)	Standorte- zahl des Nivellie- rers $n$	Höhen- unterschiede (aktuelle Messung) $h$ (mm)	Standorte- zahl des- Nivellie- rers $n'$	Änderungen der Höhen- unterschiede $h_i$
1	1-2	+ 299,62	2	+ 299,71	2	+ 0,09
2	2-3	- 3195,27	4	- 3195,77	4	- 0,50
3	3-6	+ 546,02	5	+ 545,94	5	- 0,08
4	6-8	+ 1387,14	5	+ 1387,35	5	+ 0,21
5	3-4	+ 133,72	1	+ 133,90	1	+ 0,18
6	4-5	- 3243,47	3	- 3244,17	3	- 0,70
7	5-7	- 4,16	2	- 4,32	2	- 0,16
8	7-8	+ 5047,22	3	+ 5047,92	2	+ 0,70
9	8-10	- 98,45	3	- 97,88	2	+ 0,57
10	9-10	- 206,87	1	- 206,89	1	- 0,02
11	10-11	- 192,60	2	- 192,52	2	+ 0,08
12	11-8	+ 291,16	3	+ 290,58	2	- 0,58

die wahrscheinlichsten Verschiebungen und ihre mittleren Fehler nach dem angenommenen Modell bestimmt. Die endgültigen Verschiebungsdichten der kontrollierten Punkte wurden aufgrund der Ausgleichung bei der Annahme einer absoluten Konstanz der Punkte (Eliminierung einer äußeren Netzverzerrung), die zu dem definierten Bezugssystem gehören, ermittelt. An dieser Stelle erhebt sich die Bemerkung, dass im Berechnungsprozess der Verschiebungen als Finalprodukt der unternehmen Arbeit Restverschiebungen der Bezugspunkte berücksichtigt werden können, welche sich aus dem Prozess der Voridentifikation ergeben. Es entsteht hier jedoch das Problem der Wahl des Gewichtsfaktors von Restverschiebungen [7]. Der Verfasser ist der Meinung, dass diese Gewichtsfaktoren als Folgendes bestimmt sein könnten:

- umgekehrt proportionale Zahlen zu den absoluten Verschiebungswerten,
- umgekehrt proportionale Zahlen zu den Quadraten der mittleren Fehler von Restverschiebungen.

Die erste Methode ist eine Entscheidung mit deterministischen Charakter, die zweite dagegen ist eine Wahrscheinlichkeitsrechnerische Entscheidung, weil sie die Eigenschaften des stochastischen Messprozesses berücksichtigt. Die Charakteristik der Genauigkeit von den Restverschiebungen kann z. B. aufgrund der freien Ausgleichung ermittelt werden.

In der synthetischen Erfassung besteht der vorgeschlagene Algorithmus aus vier grundsätzlichen Teilen:

- eine Ausgleichung bei minimalen Beschränkungen der Freiheitsgrade,
- eine Voridentifizierung der Bezugspunkte aufgrund der Minimierung der Summe von absoluten Abweichungen (die Idee der Objektberührung) [1],

- die Definierung des Bezugssystems nach der Formel (12),
- die Berechnung der wahrscheinlichsten Punktverschiebungswerte.

## 6 Schlussbemerkungen

Bei der Aufnahme der Untersuchungen über die Identifikation der Bezugspunkte wurde gesorgt, dass das Verfahren nicht mit einer These a priori betreffend der Konstanz gewählter Punkte des Netzes belastet und dass es frei von subjektiven Faktoren wird. Es ist auch hinzuzufügen, dass der vorgeschlagene Algorithmus sehr

einfach ist, weil er aufgrund festgestellter Messgenauigkeit im Netz sowie des Zuwachses vom Normquadrat des Verbesserungsvektors, ermittelt aus der Ausgleichung bei Annahme der Konstanz von gewählten Punkten, realisiert werden kann. Das definierte Bezugssystem ist ein nicht signifikant elastisches System [9], weil jeder Punkt dieses Systems sich im Bereich der Fehlerellipse mit der Wahrscheinlichkeit  $W=0,95$  befindet (in unserem Fall bedienen wir uns einer degenerierten Fehlerellipse). Die vorgestellte Methode zur Definierung des Bezugssystems kann für statistische und kinematische Netze mit einem gleichförmigen Bewegungsmodell und einer beliebigen Dimension Anwendung finden (1, 2, 3 D).

## Literaturnachweis

- [1] ADAMCZEWSKI Z., Algorytm numerycznej kontroli przylegania obiektów, Geodezja i Kartografia, t. XXVII, z. 3, Warszawa 1979.

**Tabelle 2**

Punkt- Nr.	Ergebnisse der Voridentifikation	$\Delta E$ aufgrund der Ausgleichung bei Voraussetzung der Konstanz von nacheinander folgenden Punkten	Kritischer Wert vom Normqua- drat des Verbes- serungsvektors  $\Delta E_k$	Werte der Punkt- verschiebungen  $\Delta h$ (mm)	Mittlere Verschiebungs- fehler  $m_{\Delta h}$ (mm)
10	0 *	0,0036	0,0137 **	0	-----
9	+ 0,02 *	0,0040	0,0156 **	0	-----
11	+ 0,05 *	0,0089	0,0167 **	0	-----
-----					
2	- 0,14 *	0,0189	0,0175	- 0,17	0,08
1	- 0,23	0,0270	0,0181	- 0,26	0,09
4	- 0,44	0,1473	0,0186	- 0,47	0,07
8	- 0,55	0,7536	0,0191	- 0,58	0,03
3	- 0,64	0,9756	0,0194	- 0,67	0,06
6	- 0,74	1,0176	0,0198	- 0,77	0,05
5	- 1,12	1,6449	0,0201	- 1,15	0,06
7	- 1,26	2,0147	0,0204	- 1,29	0,05
	* Fix- punkte nach Kriterium (13)	** Das Bezugssystem wurde endgültig an den Punkten <b>9, 10 und 11</b> definiert			

- [2] GIL J., Elementy programowania liniowego w zagadnieniu wyznaczania przemieszczeń pionowych, Przeglad Geodezyjny nr 10, Warszawa 1988.
- [3] GIL J., Pewien sposób ustalania układu odniesienia przy wyznaczaniu przemieszczeń poziomych, Geodezja i Kartografia, t. XXXIX, z. 1, Warszawa 1991.
- [4] HAUSBRANDT S., Teoria błędów pomiarów inżynierskich, Warszawa 1963.
- [5] NIEMEIER W., Hypothesentests in geodätischen Netzen. In: Pelzer H., Geodätische Netze in Landes-Ingenieurvermessung, Wittwer Verlag, Stuttgart 1980.
- [6] NIWELACJA precyzyjna, Praca zbiorowa, PPWK, Warszawa 1971.
- [7] NOWAK E., Teoretyczne i praktyczne aspekty geodezyjnego rachunku wyrównawczego, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1991.
- [8] PELZER H., Nachweis von Staumauerdeformationen unter Anwendung statistischer Verfahren, Berichte DVW Arbeitsgruppe B, Deutscher Geodätentag, Braunschweig 1972.
- [9] PRÓSZYŃSKI W., Problem układu odniesienia w metodach obliczania przemieszczeń, Cz.I, Geodezja i Kartografia, t. XXXV, Warszawa 1986.

Anschrift des Verfassers:

JÓZEF GIL, Politechnika Zielonogórska (TU) ul. Podgórna 50  
65-246 Zielona Góra, POLEN



### Zusammenfassung

**In der Arbeit ist ein Vorschlag zur Definierungsmethode eines Bezugssystems bei der Untersuchung von Verschiebungspunkten kontrollierter statischer Netze enthalten. Das Definieren des Bezugssystems wird in zwei Phasen geteilt. In der ersten Phase wurde die Idee der Punktberührung zur Voridentifizierung aufgrund der Summenminimierung von Modulen der absoluten Abweichungen genutzt. Letztlich wird das Bezugssystem aufgrund von Untersuchung**

**des Beobachtungssystems, in der Form des Zuwachses vom Normquadrat des Verbesserungsvektors, hervorgerufen durch Zuwachs der Zahl von Punkten, die die Konstanzbedingung im Ausgleichsprozess erfüllen, definiert. Die Methode ist nicht mit der These a priori bezüglich Konstanz von gewählten Netzpunkten belastet und ist von Faktoren subjektiver Natur frei.**

## Tele-Atlas-Karten für Wanderer und Radfahrer

Digitale Straßenkarten von Tele Atlas können in Zukunft auch von Wanderern oder Radfahrern genutzt werden. Die FUGAWI-Software der Gesellschaft für professionelle Satellitennavigation (GPS) installiert das Kartenmaterial auf dem PC und überträgt es dann auf ein tragbares GPS-Gerät. Touren werden damit am heimischen Computer geplant. Unterwegs kann der Outdoor-Freund dann auf dem Display jederzeit feststellen, wo er sich gerade

befindet. Die Preise für die GPS-Handgeräte variieren zwischen 440 DM und 1700 DM; die FUGAWI-Software ist für 299 DM erhältlich. Telefonnummern für Beratung und Bestellung sowie Bezugs- und Kontaktadressen finden Interessenten auf der Homepage [www.garmin.de](http://www.garmin.de).

Die FUGAWI-Software ist eines der ersten Beispiele für die Verwendung digitaler Karten in tragbaren Geräten. Insbesondere im

Zusammenhang mit der neuen UMTS-Mobilfunktechnik erwartet Tele Atlas ein rasantes Wachstum dieser sogenannten Location Based Services. Sie werden neben der Fahrzeugnavigation in den nächsten Jahren zu einem der wichtigsten Anwendungsgebiete der Datenbasis von Tele Atlas werden. Zugute kommen Tele Atlas bei diesen Anwendungen die hohen Qualitätsmaßstäbe bei der Kartenproduktion. Für die Erfassung wird stets Material

aus zwei überprüfbareren, voneinander unabhängigen Quellen benutzt. Dabei greift das Unternehmen unter anderem auf die Informationen von Katasterämtern oder Partnerunternehmen wie der Deutschen Post zurück. Der Inhalt der kartographischen Datenbank wird laufend auf seine Genauigkeit überprüft und auf dem neuesten Stand gehalten. Dafür sorgen regionale Erfassungsteams, die vor Ort die Kartendaten überprüfen.