

Orientierungsberechnung mit Smartphone-Sensoren¹

Orientation Determination with Smartphone Sensors

Andreas Ettliger, Hans Neuner, Thomas Burgess

Bei der Positionierung und Navigation von Fußgängern in Gebäuden, welche sich auf Beobachtungen von Smartphone-Sensoren stützt, kann es zu beträchtlichen Abweichungen in den berechneten Trajektorien im Vergleich zur tatsächlich zurückgelegten Strecke kommen. Die Berechnung der Bewegungsrichtung des Nutzers ist der kritische Teil bei Positionierungsverfahren wie PDR („Pedestrian Dead Reckoning“), da vor allem die Form der resultierenden Trajektorien stark vom Soll abweicht. Bei der Analyse der Ergebnisse des in diesem Beitrag verwendeten Kalman-Filters zeigt sich, dass die aufgetretenen Abweichungen nicht von den 95%-Konfidenzellipsen abgedeckt werden. Ursache hierfür können systematische Abweichungen bzw. grobe Fehler sein oder nicht-normalverteilte Beobachtungen der Smartphone-Sensoren. Aufgrund ausgeprägter Systematiken im Filterergebnis wird von sensorbedingten Abweichungen ausgegangen. Die Detektion dieser systematischen Abweichungen ist Teil der Zuverlässigkeitsanalyse, welche sich in zwei Bereiche gliedert: Einerseits die Beurteilung der inneren Zuverlässigkeit, welche anzeigt, wie groß systematische Abweichungen bzw. grobe Fehler sein müssen, damit sie – bei entsprechender Wahl des Signifikanzniveaus α und der Testgüte β – auch detektiert werden können. Und andererseits die Beurteilung der äußeren Zuverlässigkeit. Diese gibt an, wie sich nicht detektierte Abweichungen auf die geschätzten Parameter auswirken. Gegenstand der Untersuchungen in diesem Beitrag ist die innere Zuverlässigkeit und hier im speziellen die Redundanzanteile der an der Schätzung beteiligten Beobachtungen. Problematisch im hier verwendeten Kalman-Filter ist, dass die Beobachtungen der Smartphone-Sensoren nicht direkt verwendet werden können, da die Beobachtungsgleichungen nicht dem Gauß-Markov-Modell entsprechen. Um Redundanzanteile für die originären Beobachtungen berechnen zu können, werden die Aufdatierungsgleichungen des Kalman-Filters sowie die Redundanzmatrix im Gauß-Helmert-Modell hergeleitet. Die Analyse der Redundanzanteile zeigt, dass selbst nach Anpassung der Sensor-Varianzen einzelne Beobachtungen unkontrolliert sind, was bedeutet, dass sich grobe Fehler in diesen Beobachtungen unerkannt auf die geschätzten Parameter niederschlagen.

Schlüsselwörter: Orientierungsberechnung, Kalman-Filter, Gauß-Helmert-Modell, Zuverlässigkeit

The topic of indoor positioning and indoor navigation by using observations from smartphone sensors is a very challenging one as the determined trajectories can be subject to significant deviations compared to the true travelled route. Especially the calculation of the movement direction is the critical part of pedestrian positioning approaches such as PDR (“Pedestrian Dead Reckoning”) because mainly the shape of the resulting trajectories differs from the reference. In the analysis of the results of the Kalman Filter used in this article, it can be seen, that the deviations are not captured by the 95 % confidence ellipses. Reasons for this can be systematic deviations respectively gross errors or non-normal distribution of the observations from smartphone sensors. Due to distinct systematic effects in the filter result, it can be emanated that there are systematic deviation respectively gross errors present in the observations

¹ Überarbeiteter und erweiterter Beitrag des Internationalen Ingenieurvermessungskurses 2017

from smartphone sensors. Detecting such systematic deviations is the aim of reliability analysis which can be divided into two areas: First there is the fact that the internal reliability determines the minimum detectable bias. The other one is the external reliability. It shows the impact of not-detected gross errors on the estimated quantities. The focus of this article is on analysis of the internal reliability. Especially the redundancy contributions of the observations used in the Kalman filter are examined. Problematical is that the observations can't be directly used in the Kalman filter as the observation equations are not conform to the Gauß-Markov model. To calculate redundancy contributions for the original observations, the update equations of a Kalman filter as well as the redundancy matrix are derived in a Gauß-Helmert model. The analysis of the redundancy contributions show that even when adapting the sensor variances, there are still single observations which are not controlled by others. This means that gross errors in such observations highly affect the estimated quantities but can't be detected.

Keywords: Orientation determination, Kalman filter, Gauß-Helmert model, reliability

1 EINLEITUNG

Die Orientierungsberechnung ist bei der Positionierung und Navigation von Fußgängern mit geometriebasierten Verfahren ein essenzieller Schritt zur Bestimmung der Position. Die Orientierung kann mithilfe von Beschleunigungsmessern und Magnetometer bzw. Gyroskop direkt berechnet werden. Diese Sensoren sind in den meisten aktuell erhältlichen Smartphones verbaut. Da es sich hier allerdings um Low-Cost-Sensorik handelt, kann es zu beträchtlichen systematischen Abweichungen in der berechneten Orientierung kommen. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die Orientierung mathematisch zu beschreiben. /Titterton & Weston 2004/ führen drei Möglichkeiten an: die Richtungs-Kosinus-Matrix, die Eulerwinkel und die Quaternionen. Vor- und Nachteile der einzelnen Varianten findet man z.B. in /Särkkä et al. 2015/. In diesem Beitrag werden die Eulerwinkel – Roll, Pitch und Yaw – verwendet. Bei der Fußgängernavigation mit Smartphones spielt vor allem der Yaw-Winkel bzw. die Bewegungsrichtung eine wichtige Rolle. Der Yaw-Winkel ist in Pedestrian-Dead-Reckoning-(PDR-)Algorithmen – welche üblicherweise Teil eines Positionierungssystems am Smartphone sind – zur Berechnung der 2D-Position notwendig. Diese wird bei PDR auf zurückgelegter Distanz und der Bewegungsrichtung berechnet. Bei der Indoor-Positionierung und Navigation, auf die sich dieser Beitrag bezieht, ist die Bestimmung der Orientierung äußerst wichtig, aber auch kritisch. Es gibt bereits viele Ansätze, um die Orientierungsberechnung mit Smartphone-Sensoren zu verbessern. In /Kang et al. 2012/ werden Linearkombinationen benutzt, um den Yaw-Winkel aus den Einzelergebnissen des Magnetometers bzw. des Gyroskops zu berechnen. Der verbreitetere Ansatz ist allerdings die Nutzung eines Kalman-Filters zur Sensorfusion von Beschleunigungsmesser, Gyroskop und Magnetometer. /Renaudin & Combettes 2014/ verwenden ein Kalman-Filter, in dem die gemessenen Beschleunigungen und magnetischen Flussdichten sowie das aktuelle Orientierungs-Quaternion mithilfe des Gyroskops fortgeschrieben werden. Durch die Detektion von statischer Gravitation bzw. statischem Magnetfeld können systematische Sensorfehler bestimmt werden. /Zhu et al. 2013/ oder /Borenstein et al. 2009/ nutzen das Gyroskop, um Drehungen des Nutzers zu detektieren. In Phasen, in denen der Nutzer geradeaus geht, werden ebenfalls systematische sensorbedingte

Abweichungen bestimmt. /Jiménez et al. 2010/ detektiert ebenfalls Drehungen des Nutzers, nutzt diese Information aber zur Glättung der resultierenden Trajektorie. Ein Ansatz, der die Messungen von mehreren Nutzern in Kombination mit statistischen Lernverfahren verwendet, wird in /Abadi et al. 2014/ vorgestellt. Da PDR auf Smartphone-Sensoren beruht, welche lediglich relative Positionsinformation liefern, werden Abweichungen bei der Orientierungsberechnung aufsummiert und es kommt zu Drifterscheinungen in der berechneten Position. Um die Orientierungsberechnung zu stützen, sind zusätzliche Beobachtungen und somit zusätzliche Positionierungsmethoden von Vorteil. Da jedes Smartphone eine integrierte Kamera hat, besteht eine Möglichkeit in der Nutzung von Bildern, um zusätzliche Positionsinformation zu erhalten /Blankenbach et al. 2015/. /Sternberg & Willemsen 2017/ verwenden hingegen Gebäudepläne, um die Orientierungsberechnung zu stützen. /Dong & Burgess 2016/ wiederum kombinieren Positionen aus Signalstärkenbeobachtungen mit PDR in einem adaptiven Kalman-Filter, um die Positionsgenauigkeit zu erhöhen. Signalstärkenbeobachtungen bzw. RSS (Received Signal Strength) können einerseits in geometriebasierten Verfahren oder andererseits in merkmalsbasierten Verfahren verwendet werden /Gikas et al. 2016/. Unter geometriebasierte Indoor-Positionierungsverfahren fällt z.B. die WLAN-Lateration, welche in /Retscher & Tatschl 2016/ verwendet wird. Hier werden aus gemessenen WLAN-Signalstärken mithilfe von Signalausbreitungsmodellen Distanzen und anschließend Positionen abgeleitet. /Hellmers et al. 2016/ nutzen z.B. aus künstlichen Magnetfeldern abgeleitete Distanzen in Kombination mit Trägheitsnavigation zur Positionierung von fahrbaren Plattformen. Merkmalsbasierte Verfahren auf Basis von WLAN sind detailliert in /Kaemarungsi 2005/ beschrieben. /Niedermayr 2015/ kombiniert merkmalsbasierte mit geometrischen Verfahren und bestimmt Maße zur Quantifizierung der Genauigkeit unabhängig von den Verteilungen der Messdaten.

Dieser Beitrag beschränkt sich auf die Orientierungsberechnung mit Beschleunigungsmesser, Magnetometer und Gyroskop in einem Kalman-Filter. Es wird jedoch der Schwerpunkt auf die Analyse der Zuverlässigkeit gelegt, was eine Neuformulierung des Kalman-Filters notwendig macht. In Abschnitt 2 wird der bestehende Ansatz

erläutert sowie auf Probleme bezüglich der Zuverlässigkeit hingewiesen. In Abschnitt 3 werden die Aufdatierungsgleichungen sowie die notwendigen Größen für die Zuverlässigkeitsanalyse hergeleitet. Abschnitt 4 beschäftigt sich mit der Analyse der Ergebnisse.

2 BESTEHENDER ANSATZ UND PROBLEMSTELLUNG

Das in diesem Beitrag verwendete Kalman-Filter zur Berechnung der Orientierung ist nahezu identisch zu jenem aus /Ettliger et al. 2017/. Sie unterscheiden sich lediglich in der Detektion von Drehungen des Nutzers. Die Zustandsparameter sind die Eulerwinkel Roll φ , Pitch θ und Yaw ψ . Wegen der Annahme, dass Roll und Pitch während der Bewegung des Nutzers annähernd konstant sind, werden diese in der Systemgleichung mit dem Random-Walk-Modell zur aktuellen Epoche k prädiert (Gln. (1) und (2)). Für den Yaw-Winkel gibt es zwei Systemgleichungen, wobei Gl. (3) verwendet wird, wenn der Nutzer geradeaus geht, und Gl. (4) bei detektierten Drehungen zum Einsatz kommt. In letzterem Fall fließen dann die gemessenen Winkelgeschwindigkeiten des Gyroskops $g_{y,k}$ und $g_{z,k}$ als Stellgrößen in die Systemgleichung ein. Die Idee hierbei ist, dass die Prädiktion damit sofort der Drehung des Nutzers folgt. Die $w_{k-1,i}$ entsprechen den Störgrößen der Zustandsparameter und Δt ist das Zeitintervall. Die Detektion der Drehungen erfolgt durch einen statistischen Test (Gl. (5)), welcher prüft, ob die Filterinnovationen $d_{\psi,i}$ aus n Epochen für den Yaw-Winkel signifikant verschieden vom Nullvektor sind /Wang 1997/ und /Heunecke et al. 2013/. Ist die Testgröße größer als das entsprechende Quantil der Chi-Quadrat-Verteilung (Gl. (6)), wird Gl. (4) für die Prädiktion des Yaw-Winkels in der Systemgleichung verwendet. D_{ψ} ist die Kovarianzmatrix des Vektors d_{ψ} und enthält nur Werte auf der Hauptdiagonalen, welche den Varianzen der jeweiligen Filterinnovation $d_{\psi,i}$ entspricht. Hierbei handelt es sich um eine Vereinfachung, da Autokovarianzen zwischen den Filterinnovationen verschiedener Epochen vorhanden sein können. Der Einsatz eines Random-Walk-Modells beim Geradeausgehen führt zu einer Glättung der resultierenden Trajektorie in diesen Bereichen. Außerdem wird durch das Vernachlässigen der Gyroskop-Messungen im Random-Walk-Modell der Einfluss von systematischen Sensorfehlern (Kreiseldrift) auf das Filterergebnis minimiert.

$$f_1: \varphi_k = \varphi_{k-1} + w_{k-1,\varphi}, \quad (1)$$

$$f_2: \theta_k = \theta_{k-1} + w_{k-1,\theta}, \quad (2)$$

$$f_3: \psi_k = \psi_{k-1} + w_{k-1,\psi}. \quad (3)$$

$$f_3: \dot{\psi}_k = \dot{\psi}_{k-1} + \frac{\Delta t}{\cos \theta_{k-1}} (g_{y,k} \sin \varphi_{k-1} + g_{z,k} \cos \varphi_{k-1}) + w_{k-1,\dot{\psi}}. \quad (4)$$

$$H_0: E(d_{\psi}) = E([d_{\psi,1} \ d_{\psi,2} \ \dots \ d_{\psi,n}]^T) = \mathbf{0},$$

$$H_A: E(d_{\psi}) \neq \mathbf{0}. \quad (5)$$

$$P \{ \mathbf{d}_{\psi}^T \mathbf{D}_{\psi}^{-1} \mathbf{d}_{\psi} \leq \chi_{n,1-\alpha}^2 | H_0 \} = 1 - \alpha. \quad (6)$$

Als Beobachtungen gehen direkt beobachtete Eulerwinkel in die Messgleichung ein. Diese werden außerhalb des Filters aus den gemessenen Beschleunigungen a_x, a_y, a_z und magnetischen Flussdichten m_x, m_y, m_z berechnet (Gln. (7), (8) und (9)) /Ozyagilar 2012/. Durch Kovarianzfortpflanzung wird die den direkt beobachteten Winkeln entsprechende Kovarianzmatrix berechnet. Dabei werden die Beschleunigungen in einem separaten Kalman-Filter gefiltert, um hochfrequente Anteile aufgrund der Bewegung des Nutzers zu entfernen /Särkkä et al. 2015/.

$$\varphi_k = \tan^{-1} \left(\frac{a_{y,k}}{a_{z,k}} \right), \quad (7)$$

$$\theta_k = \tan^{-1} \left(\frac{-a_{x,k}}{a_{y,k} \sin(\varphi_k) + a_{z,k} \cos(\varphi_k)} \right), \quad (8)$$

$$\psi_k = \tan^{-1} \left(\frac{m_{z,k} \sin(\varphi_k) - m_{y,k} \cos(\varphi_k)}{m_{x,k} \cos(\theta_k) + m_{y,k} \sin(\theta_k) \sin(\varphi_k) + m_{z,k} \sin(\theta_k) \cos(\varphi_k)} \right). \quad (9)$$

Zur Bestimmung der Nutzerposition wird die Schrittlänge geschätzt und mit fixer Standardabweichung im PDR-Ansatz verwendet. Abb. 1 zeigt eine mit PDR berechnete Trajektorie, deren Orientierung mit obigem Kalman-Filter geschätzt wurde. Details zum Messaufbau können Abschnitt 4.1 entnommen werden. Zusätzlich zeigt Abb. 1 die entsprechenden 95%-Konfidenzellipsen und die Soll-Trajektorie. Bei der Positionsbestimmung mit PDR ist die Orientierung bzw. der Yaw-Winkel für die Form der resultierenden Trajektorie verantwortlich und die Schrittlänge für den Maßstab.

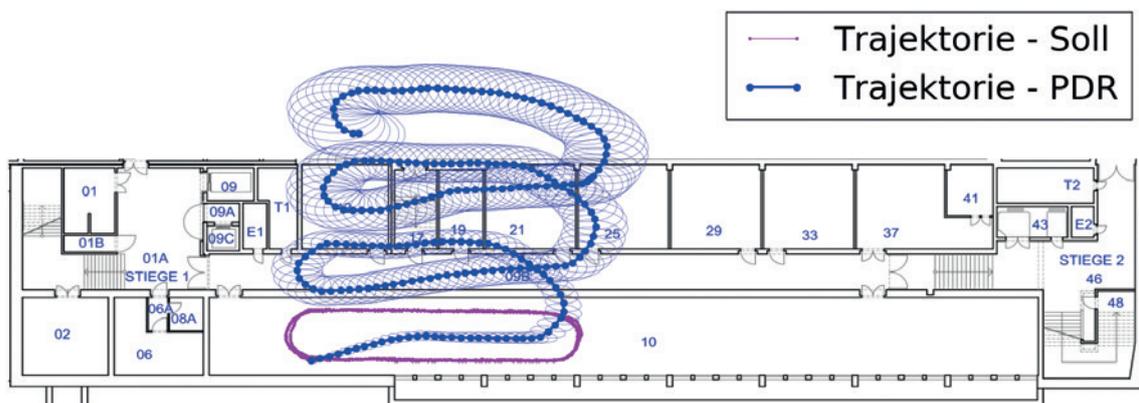


Abb. 1 | PDR-Trajektorie mit 95%-Konfidenzellipsen und Soll-Trajektorie

Die großen Abweichungen zur Soll-Trajektorie sind hier somit der Orientierungsberechnung zuzuschreiben. Diese Abweichungen zur Soll-Trajektorie werden nicht durch die Konfidenzellipsen abgedeckt. Da die Konfidenzellipse nach /Niemeier 2008/ ein Maß für die Präzision ist, können einerseits systematische Abweichungen in den Messdaten oder andererseits nicht normalverteilte Messdaten für die Abweichungen zwischen berechneter und Soll-Trajektorie verantwortlich sein. Da ausgeprägte Systematiken in der berechneten Trajektorie sichtbar sind, wird von systematischen Abweichungen in den Messdaten ausgegangen.

Die Zuverlässigkeitstheorie beschäftigt sich mit der Aufdeckung von systematischen Abweichungen (innere Zuverlässigkeit) und deren Auswirkung auf das Schätzergebnis (äußere Zuverlässigkeit) /Wieser et al. 2004/. Um die Ursachen für diese Abweichungen von der Soll-Trajektorie zu bestimmen, wird zunächst die innere Zuverlässigkeit herangezogen. Dabei spielen die Redundanzanteile eine wichtige Rolle. Nach /Wang 2009/ können im Kalman-Filter alle Größen mit stochastischer Information als Beobachtungen angesehen werden, also die geschätzten Zustandsparameter aus der Vorepoche \mathbf{x}_{k-1} , die Stellgrößen \mathbf{u} , die Störgrößen \mathbf{w}_s und die Beobachtungen \mathbf{l}_m in der Messgleichung. Der Index s kennzeichnet Größen der Systemgleichung und m steht für Größen der Messgleichung. Nach /Heunecke et al. 2013/ können die Redundanzanteile $r_{i,k,j}$ für diese Größen mit den Gln. (10) bis (13) berechnet werden. Darin sind – mit $i = x_{k-1}$, u , w_s , l_m – $\sum_{ii,k}$ die Kovarianzmatrizen der einzelnen Beobachtungsgruppen und n_i die entsprechende Anzahl der Beobachtungen, \mathbf{D}_k die Kovarianzmatrix der Filterinnovation, $\mathbf{T}_{k,k-1}$ die Transitionsmatrix, $\mathbf{B}_{s,k,k-1}$ die Stellgrößenmatrix, $\mathbf{C}_{k,k-1}$ die Störgrößenmatrix und $\mathbf{A}_{m,k}$ die Konfigurationsmatrix der Messgleichung. \mathbf{e}_j ist ein Einheitsvektor zur Selektion des jeweiligen r_i bzw. Hauptdiagonalelements. Für das oben beschriebene Orientierungsfilter lassen sich nach Gl. (13) die r_i nur für die direkt beobachteten Winkel in der Messgleichung berechnen, nicht aber für die ursprünglichen Beobachtungen (gefilterte Beschleunigungen und Magnetometermessungen). Von Interesse ist jedoch, welche beobachteten Größen für die systematischen Abweichungen in Abb. 1 verantwortlich sind. Durch die Formulierung des klassischen Kalman-Filters im Gauß-Markov-Modell können die ursprünglichen Beobachtungen nicht direkt eingeführt werden, da die Beobachtungsgleichungen (7) bis (9) nicht die entsprechende Struktur haben. Der Lösungsansatz für dieses Problem wird im folgenden Abschnitt dargelegt.

$$\sum_{j=1}^{n_x} r_{x_{k-1},k,j} = \sum_{j=1}^{n_x} \mathbf{e}_j^T \sum_{xx,k-1} \mathbf{T}_{k,k-1}^T \mathbf{A}_{m,k}^T \mathbf{D}_k^{-1} \mathbf{A}_{m,k} \mathbf{T}_{k,k-1} \mathbf{e}_j, \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^{n_u} r_{u,k,j} = \sum_{j=1}^{n_u} \mathbf{e}_j^T \sum_{uu,k} \mathbf{B}_{s,k,k-1}^T \mathbf{A}_{m,k}^T \mathbf{D}_k^{-1} \mathbf{A}_{m,k} \mathbf{B}_{s,k,k-1} \mathbf{e}_j, \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^{n_w} r_{w_s,k,j} = \sum_{j=1}^{n_w} \mathbf{e}_j^T \sum_{ww,s,k} \mathbf{C}_{k,k-1}^T \mathbf{A}_{m,k}^T \mathbf{D}_k^{-1} \mathbf{A}_{m,k} \mathbf{C}_{k,k-1} \mathbf{e}_j, \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^{n_l} r_{l_m,k,j} = \sum_{j=1}^{n_l} \mathbf{e}_j^T \sum_{ll,m,k} \mathbf{D}_k^{-1} \mathbf{e}_j. \quad (13)$$

3 HERLEITUNG DER AUFDATIERUNGSGLEICHUNGEN UND REDUNDANZMATRIX IM GAUSS-HELMERT-MODELL

In der ursprünglichen Form ist das Kalman-Filter im Gauß-Markov-Modell formuliert. Das heißt, die wahren Beobachtungen $\tilde{\mathbf{l}}$ können als Funktion der gesuchten Parameter $\tilde{\mathbf{x}}$ dargestellt werden, was auch für deren Schätzwerte $\hat{\mathbf{l}}$ und $\hat{\mathbf{x}}$ gilt (Gl. (14)). Wie in Abschnitt 2 gezeigt, besitzen die Beobachtungsgleichungen (7) bis (9) im hier verwendeten Kalman-Filter jedoch eine andere Struktur (Gl. (15)), welche dem Gauß-Helmert-Modell entspricht /Koch 2014a/. Um direkt die Messwerte der Smartphone-Sensoren für die Zustandsschätzung verwenden zu können, müssen die Aufdatierungsgleichungen im Gauß-Helmert-Modell hergeleitet werden. Nur so können auch die Redundanzanteile r_i für die originären Beobachtungen berechnet werden. /Petersen & Koch 2010/ nutzen ebenfalls das Gauß-Helmert-Modell, jedoch um Varianzkomponenten für das Systemrauschen im Kalman-Filter zu schätzen. Hier wird allerdings weiterhin von einem Gauß-Markov-Modell in der Messgleichung ausgegangen, wodurch diese Ergebnisse nicht genutzt werden können.

$$\tilde{\mathbf{l}} - \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}) = \hat{\mathbf{l}} - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{0}, \quad (14)$$

$$\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{l}}, \tilde{\mathbf{x}}) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{0}. \quad (15)$$

Zur Herleitung der Aufdatierungsgleichungen im Gauß-Helmert-Modell müssen die funktionalen Beziehungen (Gl. (15)) linearisiert werden, da diese im Allgemeinen – und speziell in diesem Beitrag – nichtlinear sind. Weder die wahren Beobachtungen und Parameter noch deren Schätzwerte sind im Vorhinein bekannt. Deshalb müssen Näherungswerte \mathbf{l}_0 und \mathbf{x}_0 für die Linearisierung nach Taylor verwendet werden, welche ebenfalls die nichtlinearen Beziehungen \mathbf{f} erfüllen /Niemeier 2008/. Nach /Koch 2014b/ kann nach der Linearisierung \mathbf{l}_0 gleich \mathbf{l} gesetzt werden und man erhält das linearisierte, funktionale Modell (Gl. (16)). Hier entspricht der erste Term dem Widerspruchsvektor \mathbf{w} , der Klammerausdruck im zweiten Term den zu schätzenden Zuschlägen $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ zur Näherungslösung \mathbf{x}_0 und der Klammerausdruck im dritten Term entspricht dem Verbesserungsvektor \mathbf{v} . Gl. (16) gilt nur für eine Erstaugleichung, da die Linearisierung des funktionalen Modells einen iterativen Ausgleich notwendig macht. Bei den folgenden Iterationen wird das funktionale Modell stets an der Stelle der zuvor geschätzten Beobachtungen und Parameter linearisiert /Koch 2014b/.

$$\mathbf{f}(\mathbf{l}, \mathbf{x}_0) + \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_0) + \mathbf{B}(\hat{\mathbf{l}} - \mathbf{l}) = \mathbf{0}. \quad (16)$$

Die Gln. (17) bis (20) zeigen, wie die gesuchten Größen mit den entsprechenden Kovarianzmatrizen im Kontext der Ausgleichsrechnung berechnet werden können /Jäger et al. 2005/. Hier ist \mathbf{B} die Beobachtungsmatrix und die \sum_{ii} entsprechen den Kovarianzmatrizen der ausgeglichenen Parameter, der Beobachtungen bzw. der Verbesserungen. Es muss beachtet werden, dass \mathbf{A} eine spalten-reguläre Matrix bzw. \mathbf{B} ein zeilen-reguläre Matrix ist, da ansonsten die inverse Matrix nicht bestimmt werden kann. Um das zu vermeiden, müssen die funktionalen Beziehungen so gewählt werden, dass keine linearen Abhängigkeiten entstehen.

$$\Sigma_{\Delta\hat{x}\Delta\hat{x}} = \left(\mathbf{A}^T (\mathbf{B} \Sigma_{ll} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{A} \right)^{-1}, \quad (17)$$

$$\Delta\hat{x} = -\Sigma_{\Delta\hat{x}\Delta\hat{x}} \mathbf{A}^T (\mathbf{B} \Sigma_{ll} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{w}, \quad (18)$$

$$\mathbf{v} = -\Sigma_{ll} \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \Sigma_{ll} \mathbf{B}^T)^{-1} \left(\mathbf{E} - \mathbf{A} \Sigma_{\Delta\hat{x}\Delta\hat{x}} \mathbf{A}^T (\mathbf{B} \Sigma_{ll} \mathbf{B}^T)^{-1} \right) \mathbf{w}, \quad (19)$$

$$\Sigma_{vv} = \Sigma_{ll} \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \Sigma_{ll} \mathbf{B}^T)^{-1} \left(\mathbf{E} - \mathbf{A} \Sigma_{\Delta\hat{x}\Delta\hat{x}} \mathbf{A}^T (\mathbf{B} \Sigma_{ll} \mathbf{B}^T)^{-1} \right) \mathbf{B} \Sigma_{ll}. \quad (20)$$

Der Index k , welcher die Messepoche kennzeichnet, wird bei den folgenden Herleitungen der Lesbarkeit halber weggelassen. Lediglich die geschätzten Größen der Vorepoche werden mit dem Index $k-1$ gekennzeichnet, zur besseren Unterscheidung vom aktuell zu schätzenden Zustandsvektor. Um die Aufdatierungsgleichungen zu bestimmen, muss die Systemgleichung mit der Messgleichung zusammengeführt werden. Vor der Zusammenführung wird die Systemgleichung – analog zu /Heunecke et al. 2013, S. 302/ – im Gauß-Helmert-Modell formuliert (Gl. (21)), sodass die Verbesserungen der geschätzten Parameter der Vorepoche, der Stellgrößen und des Systemrauschens im funktionalen Modell vorliegen. Das funktionale Modell der Messgleichung entspricht jenem in Gl. (16)).

$$\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{v}_x = -\mathbf{E} \Delta\hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{B}_s & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{x,k-1} \\ \mathbf{v}_u \\ \mathbf{v}_{w,s} \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{w}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{E} \\ \mathbf{A}_m \end{bmatrix} \Delta\hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{B}_s & \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_m \end{bmatrix} \mathbf{v} = \mathbf{0}. \quad (22)$$

Gl. (22) zeigt das funktionale Modell eines Kalman-Filters formuliert im Gauß-Helmert-Modell. Somit liegen die Designmatrix \mathbf{A} und die Beobachtungsmatrix \mathbf{B} für ein Kalman-Filter im Gauß-Helmert-Modell vor. Gl. (23) gibt die Kovarianzmatrix der ausgeglichenen Parameter an, welche man nach Einsetzen von \mathbf{A} und \mathbf{B} in Gl. (17) und nach Anwendung der Woodbury-Formel für die Matrixinversion /Voigt & Adamy 2007/ erhält. Gl. (24) zeigt die analog hergeleiteten Zuschläge zum prädierten Parametervektor. Vergleicht man Gl. (23) und (24) mit den Aufdatierungsgleichungen im Gauß-Markov-Modell (siehe /Gelb 1974/ oder /Heunecke et al. 2013/), stellt

	Gauß-Markov	Gauß-Helmert
\mathbf{d}	$\mathbf{I}_m - \mathbf{f}_m(\bar{\mathbf{x}})$	$-\mathbf{w}_m = -\mathbf{f}_m(\mathbf{I}_m, \bar{\mathbf{x}})$
\mathbf{D}	$\mathbf{A}_m \Sigma_{xx}^{-1} \mathbf{A}_m^T + \Sigma_{ll}$	$\mathbf{B}_m \Sigma_{ll,m} \mathbf{B}_m^T + \mathbf{A}_m \Sigma_{xx}^{-1} \mathbf{A}_m^T$
\mathbf{K}		$\Sigma_{xx}^{-1} \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1}$
$\hat{\mathbf{x}}$		$\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{K} \mathbf{d}$
$\Sigma_{\hat{x}\hat{x}}$		$(\mathbf{E} - \mathbf{K} \mathbf{A}_m) \Sigma_{xx}^{-1}$

Tab. 1 | Vergleich der Aufdatierungsgleichungen

man fest, dass die negativen Widersprüche der Messgleichung $-\mathbf{w}_m$ der Filterinnovation \mathbf{d} entsprechen und jener Term, der in beiden Formeln invertiert wird, der Kovarianzmatrix der Filterinnovation \mathbf{D} . Bei gleichbleibender Verstärkungsmatrix \mathbf{K} erhalten Gl. (23) und (24) die gleiche Gestalt wie in der Lösung des Kalman-Filters im Gauß-Markov-Modell. Tab. 1 zeigt die Aufdatierungsgleichungen sowohl im Gauß-Markov- als auch im Gauß-Helmert-Modell. Sie unterscheiden sich nur in der Berechnung der Filterinnovation und der zugehörigen Kovarianzmatrix. Eine detaillierte Herleitung dieser Ergebnisse befindet sich in Anhang A.

$$\Sigma_{\hat{x}\hat{x}} = \left(\mathbf{E} - \Sigma_{xx}^{-1} \mathbf{A}_m^T (\mathbf{B}_m \Sigma_{ll,m} \mathbf{B}_m^T + \mathbf{A}_m \Sigma_{xx}^{-1} \mathbf{A}_m^T)^{-1} \mathbf{A}_m \right) \Sigma_{xx}^{-1}, \quad (23)$$

$$\Delta\hat{\mathbf{x}} = -\Sigma_{xx}^{-1} \mathbf{A}_m^T (\mathbf{B}_m \Sigma_{ll,m} \mathbf{B}_m^T + \mathbf{A}_m \Sigma_{xx}^{-1} \mathbf{A}_m^T)^{-1} \mathbf{w}_m. \quad (24)$$

Für die Berechnung der r_i , muss die Redundanzmatrix im Gauß-Helmert-Modell hergeleitet werden. Die Redundanzmatrix ist eine idempotente Matrix, deren Spur der Gesamtredundanz entspricht /Niemeier 2008/. Die Hauptdiagonalelemente geben den Anteil der jeweiligen Beobachtung an der Gesamtredundanz an bzw. legen fest, wie sich Beobachtungsabweichungen auf die entsprechende Verbesserung auswirken. Die Redundanzmatrix sollte daher die Beobachtungen mit den Verbesserungen verknüpfen. Basis für die Herleitung ist daher Gl. (19), worin die Beobachtungen allerdings noch nicht enthalten sind. Durch Umformung des funktionalen Modells (Gl. (25)) ergibt sich ein neuer Widerspruchsvektor, wobei man für den prädierten Zustandsvektor und für den Widerspruchsvektor der Beobachtungsgleichungen deren linearisierte Formen einsetzt (Gl. (26)). Durch Einsetzen von $\mathbf{B} \mathbf{I}$ anstatt von \mathbf{w} in Gl. (19) besteht ein direkter Zusammenhang zwischen Beobachtungen und Verbesserungen und die Redundanzmatrix kann berechnet werden (Gl. (27)). Nutzt man Gl. (20), dann entspricht Gl. (27) dem Matrizenprodukt $\Sigma_{vv} \Sigma_{ll}^{-1}$, wodurch sich wieder die Analogie zum Gauß-Markov-Modell ergibt /Niemeier 2008/. Die r_i entsprechen den Hauptdiagonalelementen der so berechneten Redundanzmatrix, wobei die r_i für die Beobachtungen der Systemgleichung identisch sind mit jenen des Gauß-Markov-Modells (Gl. (10) bis (12)). Die r_i der Beobachtungen der Messgleichung können nach Gl. (28) berechnet werden. Die ausführliche Berechnung der Redundanzmatrix befindet sich in Anhang A und der Beweis, dass die Spur der Gesamtredundanz entspricht, in Anhang B.

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{w}_m - \mathbf{A}_m \bar{\mathbf{x}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{E} \\ \mathbf{A}_m \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{B}_s & \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_m \end{bmatrix} \mathbf{v} = \mathbf{0}, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{w}_m - \mathbf{A}_m \bar{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_s \mathbf{u} + \mathbf{C} \mathbf{w}_s \\ \mathbf{B}_m \mathbf{I}_m + \mathbf{A}_m \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{A}_m \bar{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{B}_s & \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_m \end{bmatrix} \mathbf{I} = \mathbf{B} \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\mathbf{R} = \Sigma_{ll} \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \Sigma_{ll} \mathbf{B}^T)^{-1} \left(\mathbf{E} - \mathbf{A} \Sigma_{\hat{x}\hat{x}} \mathbf{A}^T (\mathbf{B} \Sigma_{ll} \mathbf{B}^T)^{-1} \right) \mathbf{B}, \quad (27)$$



Abb. 2 | Verwendete Sensorik und Messaufbau

$$\sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{r}_m = \sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{e}_j^T \sum_{l,m} \mathbf{B}_m^T (\mathbf{B}_m \sum_{l,m} \mathbf{B}_m^T)^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{A}_m \sum_{\hat{x}\hat{x}} \mathbf{A}_m^T (\mathbf{B}_m \sum_{l,m} \mathbf{B}_m^T)^{-1}) \mathbf{B}_m \mathbf{e}_j. \quad (28)$$

4 ANALYSE DER ERGEBNISSE

4.1 Messaufbau

Zur Analyse der Redundanzanteile wurden im Messlabor der TU Wien mehrere Trajektorien gemessen. Die Sensor-Messwerte wurden mit der App „indoo.rs Mobile Toolkit“¹ aufgezeichnet, welche auf einem Samsung Galaxy S7 installiert ist. Während der Messungen hielt der Nutzer das Smartphone im Portrait-Modus (siehe *Abb. 2, links*, inklusive Smartphone-Koordinatensystem). Um Referenzwerte für die Trajektorie und den Yaw-Winkel zu erhalten, wurde der Nutzer über ein 360°-Miniprisma von einer Totalstation Leica TS16 getrackt (*Abb. 2, rechts*). Die aus den Koordinaten berechneten Yaw-Winkel werden anschließend noch gefiltert, da diese aufgrund der Bewegung des Nutzers verrauscht sind. Die Filterung erfolgt mit einem Tiefpass-Filter /Meyer 2014/, wobei Frequenzen größer 0,4 Hz entfernt werden. Die Position des Prismas entspricht nicht jener des Smartphones. In diesem Beitrag wird aus den Koordinaten eine Referenz für den Yaw-Winkel berechnet. Ein Offset zwischen Prismen-Position und Smartphone-Position spielt somit keine Rolle. Der aus PDR berechnete Yaw-Winkel bezieht sich auf die x -Achse des Smartphone-Koordinatensystems (*Abb. 2, links*). Während den Messungen musste darauf geachtet werden, dass die x -Achse der Bewegungsrichtung des Nutzers entspricht. Ansonsten entspricht der berechnete Yaw-Winkel nicht der Bewegungsrichtung des Nutzers und es kommt zu zusätzlichen Abweichungen. Gesteuert wurde die Totalstation von einem Note-

book über die Geocom-Schnittstelle. Zu beachten war die Zeitsynchronisation zwischen Smartphone und Notebook. Das Notebook bezieht seine Zeit automatisch von drei Zeitservern der TU Wien via NTP (Network Time Protocol). Auf dem Smartphone musste die Zeit manuell mit einem der drei Zeitserver synchronisiert werden. Das wurde mithilfe der App „ClockSync“² durchgeführt. Nach der Synchronisation zeigt die App den Offset zum Zeitserver an. Nach mehrmaligem manuellem synchronisieren zeigt sich, dass Offsets unter 0,2 s möglich sind. Wird das vor jeder Trajektorien-Messung durchgeführt, sollte die Zeitsynchronisation auf 0,2 s genau sein. Bei einer durchschnittlichen Geschwindigkeit des Nutzers von 1 m/s entspricht das einem Fehler von 20 cm, was im Vergleich zu den gezeigten Abweichungen aus Abschnitt 2 vernachlässigbar ist.

4.2 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der in Abschnitt 2 dargestellten Trajektorie betrachtet. Zuerst wird der Einfluss der einzelnen Beobachtungsgruppen – Beschleunigungsmesser a , Magnetometer m , geschätzte Parameter der Vorepoche x , Systemrauschen w und Gyroskop g – auf die geschätzte Orientierung anhand der Redundanzanteile r_i beurteilt. *Abb. 3* zeigt einen repräsentativen Ausschnitt der berechneten Gruppenredundanzen aus der Trajektorie für zwei verschiedene Festlegungen der Standardabweichungen von Sensoren und Störgrößen. Durch Analyse der Variation der Messwerte in Trajektorienteilen, wo der Nutzer geradeaus geht, wurden die ursprünglichen Standardabweichungen

¹ Indoo.rs: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.customlbs.android.mmt>

² Amip: <https://play.google.com/store/apps/details?id=ru.org.amip.ClockSync&hl=de>

Standardabweichungen	Gyroskop	Störgrößen	Beschleunigungsmesser	Magnetometer
Ursprünglich	30 °/s	10 °/s	1 m/s ²	5 µT
Adaptiert	60 °/s	20 °/s	0,5 m/s ²	2,5 µT

Tab. 2 | Verwendete Standardabweichungen für Sensor-Messwerte und Störgrößen

für die Beobachtungsgruppen aus Tab. 2 festgelegt. Die Standardabweichung der Störgrößen wurde abgeschätzt. Bei Verwendung dieser Standardabweichungen zeigt sich, dass die Beobachtungsgruppen der Systemgleichung (x, w, g) im Vergleich zu jenen der Messgleichung (a, m) sehr kleine Redundanzanteile haben. Gleichbedeutend damit ist, dass sich die Bestimmung der Orientierung mit dem Orientierungsfilter fast ausschließlich auf die Systemgleichung stützt. Der Grund für das hohe Gewicht der Systemgleichung ist, dass die resultierende Trajektorie dadurch geglättet wird /Ettliger et al. 2017/. Entspricht das Modell der Systemgleichung nicht der Realität, schlagen sich die resultierenden Abweichungen sofort in der geschätzten Orientierung nieder. Um die Gruppenredundanzen der Beobachtungsgruppen anzugleichen, werden die Standardabweichungen der Sensoren und Störgrößen so lange verändert, bis sich eine Verbesserung zeigt. Für die Ergebnisse aus Abb. 3 rechts wurden die adaptierten Standardabweichungen aus Tab. 2 verwendet. Die Gewichtung der Systemgleichung im Vergleich zur Messgleichung ist nun deutlich geringer, während die r_i von Gyroskop und Störgrößen deutlich größer sind. Die r_i des Magnetometers nähern sich jetzt jenen des Gyroskops an, wenn dieses in Drehungen verwendet wird, was gut für die gegenseitige Kontrolle ist.

Abb. 4 zeigt die Auswirkung der Adaptierung der Standardabweichungen auf das Filterergebnis des Yaw-Winkels. Durch die Erhöhung der Standardabweichung der Beobachtungen in der Systemgleichung ist das Filterergebnis (Yaw 2) nicht mehr so glatt wie zuvor (Yaw 1). Unabhängig von den Standardabweichungen zeigen sich bei beiden Filterergebnissen Abweichungen zum Soll von bis zu 30°, was sich auch in der resultierenden Trajektorie nieder-

schlägt (siehe Abschnitt 2). Um die kritischen Beobachtungen zu identifizieren, werden die r_i der einzelnen Beobachtungen näher untersucht. Abb. 5 zeigt, dass die r_i der Beobachtungen des Beschleunigungsmessers durchgehend größer als 0,2 sind, was auf ausreichende bis gute Kontrollierbarkeit hinweist. Berechnet man die Grenzwerte, ab welchem Abweichungen – statistisch begründet – aufgedeckt werden können (nach /Heunecke et al. 2013/), ergibt sich für die y -Komponente ca. 1,4 m/s² und für die x - und die z -Komponente ca. 2 m/s². Aufgrund der Bewegung des Nutzers entstehen systematische Abweichungen, die diese Grenzwerte übersteigen. Beschleunigungsmessungen, welche nicht zur Berechnung von Roll und Pitch verwendet werden sollten, könnten somit detektiert werden.

Bei den r_i des Magnetometers fällt das alternierende Verhalten auf. In Bereichen, wo der Nutzer geradeaus geht, sind die r_i der y -Komponente nahe null. Wohingegen bei Drehungen des Nutzers die x - und die z -Komponente schlecht kontrolliert sind. Beinhaltet diese Beobachtungen grobe Fehler oder systematische Abweichungen, können diese nicht detektiert werden und wirken sich stark auf die zu schätzenden Parameter aus. Die r_i der geschätzten Roll- und Pitch-Winkel der Vorepoche sind wieder durchgehend größer als 0,2 und somit ausreichend kontrolliert. Das gleiche gilt auch für die r_i des Systemrauschens von Roll und Pitch. Die r_i des Systemrauschens von Yaw sind hingegen durchgehend null und daher völlig unkontrolliert. Gleiches gilt für die y -Komponente des Gyroskops. Die z -Komponente des Gyroskops weist wiederum r_i größer 0,2 auf. Interessant verhalten sich die r_i des geschätzten Yaw-Winkels der Vorepoche. Werden die Gyroskopmessungen in der Systemgleichung verwendet, pendeln sich die r_i bei ca. 0,25 ein. Wird bei den folgenden Epochen auf die Gyroskopmessungen verzichtet, bewegen sich die r_i gegen null.

Aus der Analyse von Abb. 5 wird klar, dass völlig unkontrollierte Beobachtungen im bestehenden Ansatz trotz der adaptierten Standardabweichungen vorhanden sind. Für ein besseres Verständnis für

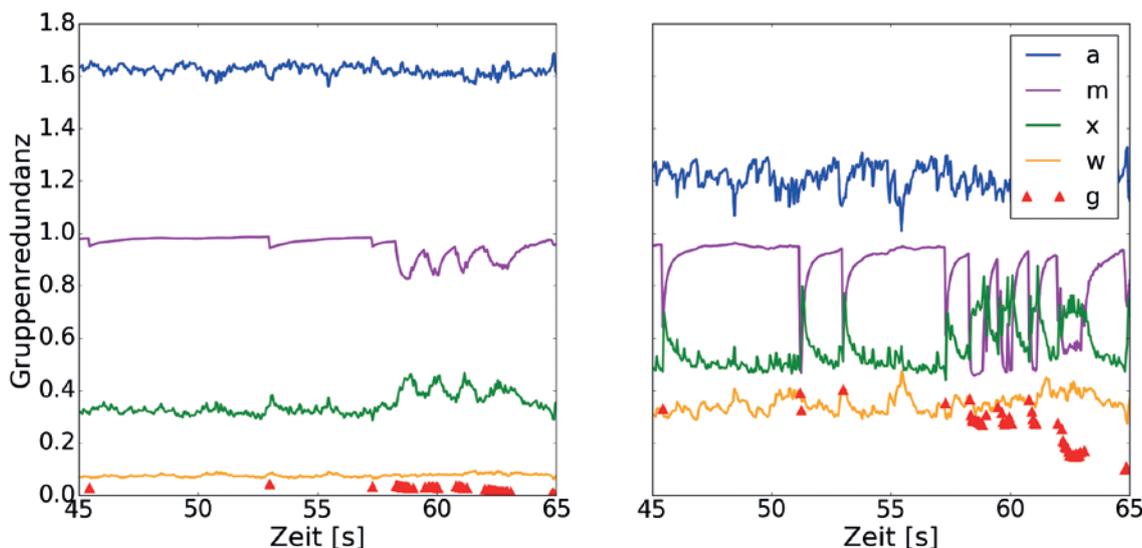


Abb. 3 | Redundanzen der am Kalman-Filter beteiligten Beobachtungsgruppen; links: Berechnung mit ursprünglichen Standardabweichungen; rechts: Berechnung mit adaptierten Standardabweichungen

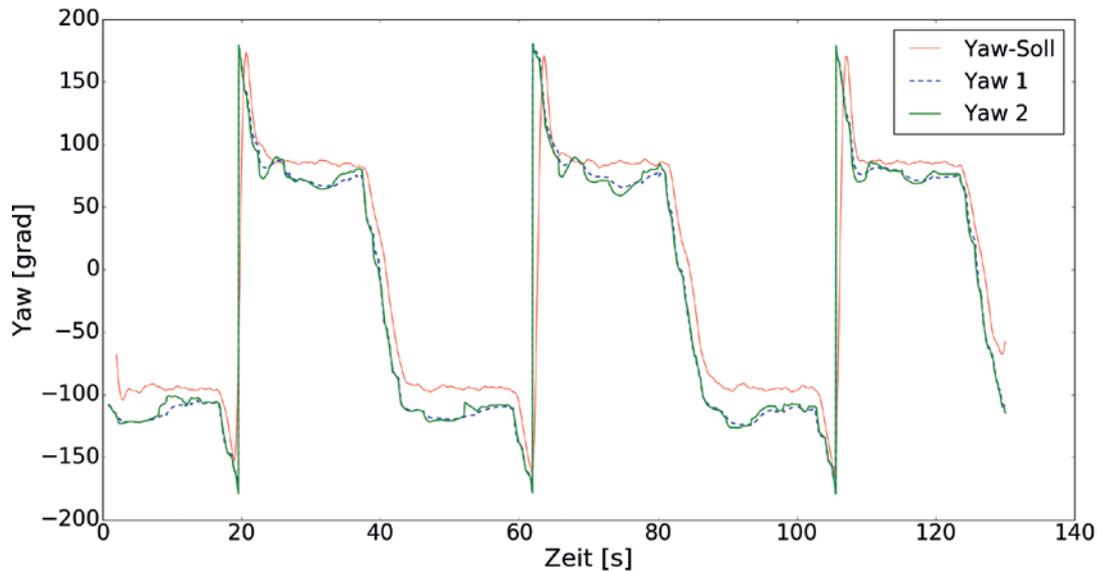


Abb. 4 | Vergleich der Filterergebnisse mit Soll-Werten aus Tachymeter-Daten; Yaw 1: Berechnung mit ursprünglichen Standardabweichungen; Yaw 2: Berechnung mit adaptierten Standardabweichungen

das Verhalten der r_i wird der Einfluss der Änderung der Standardabweichung σ_i einer Beobachtung auf die r_i der übrigen Beobachtungen untersucht. Diese Analyse soll anschließend eine gezielte Änderung der Standardabweichungen zum Zweck der Verbesserung der r_i unterstützen. Tab. 3 zeigt wie sich die r_i ändern, wenn die Standardabweichung einer Beobachtung mit dem Faktor 10 bzw. 0,1 multipliziert wird. Die Standardabweichung wurde bei allen Beobachtungen variiert, außer bei den geschätzten Parametern der Vorepoche, da diese ein direktes Ergebnis des Filters sind und nicht von außerhalb beeinflusst werden. Die grau schattierten Zellen markieren den Einfluss der Änderung von σ_i einer Beobachtung auf r_i der selbigen. Bei einer Erhöhung von σ_i erhält die Beobachtung

geringeres Gewicht bei der Zustandsschätzung, was sich durch einen höheren r_i bemerkbar machen sollte. Umgekehrt sollte bei einer Reduktion von σ_i der korrespondierende r_i auch kleiner werden. Das ist für alle Beobachtungen der Fall, außer für die y -Komponente des Gyroskops und das Systemrauschen des Yaw-Winkels. Dadurch, dass die r_i dieser Beobachtungen ohnehin schon nahezu null sind, bewirkt eine Verringerung ihrer σ_i nichts mehr.

Grün schattierte Zellen zeigen einen direkten funktionalen Zusammenhang der entsprechenden Beobachtungen an (siehe Gln. (7) bis (9) und (22)). Die Änderung von σ_i einer Beobachtung wirkt sich auch auf die r_i anderer Beobachtungen aus. Eine Erhöhung der Standardabweichung sollte zu einer Reduktion anderer r_i führen,

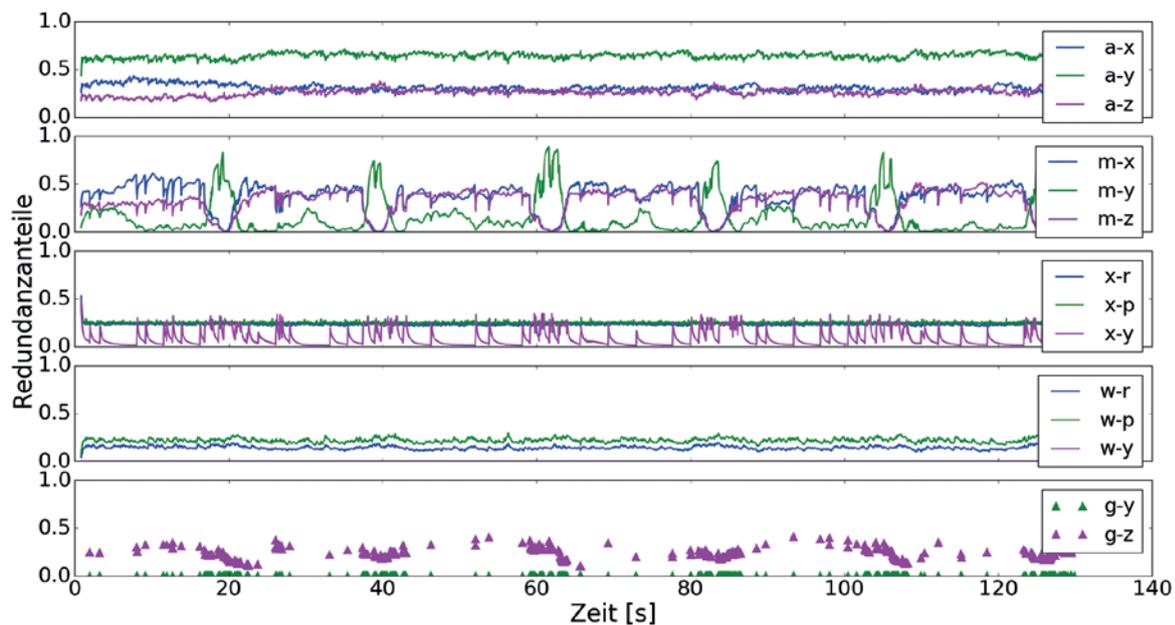


Abb. 5 | Redundanzanteile der Beschleunigungsmessungen, der Magnetometermessungen, der geschätzten Parameter der Vorepoche, der Systemrauschkomponenten und der Gyroskopmessungen (von oben nach unten)

	σ_{g-y}	σ_{g-z}	σ_{w-r}	σ_{w-p}	σ_{w-y}	σ_{a-x}	σ_{a-y}	σ_{a-z}	σ_{m-x}	σ_{m-y}	σ_{m-z}
r_{x-r}			- -				- +				
r_{x-p}				- -		- +		- +			
r_{x-y}		+ -			+				- +	- +	- +
r_{g-y}	+										
r_{g-z}		+ -							- +	- +	- +
r_{w-r}			+ -				- +			+	
r_{w-p}				+ -		- +		- +		+	
r_{w-y}					+						
r_{a-x}				- +		+ -		- +			
r_{a-y}			- +				+ -				
r_{a-z}				- +		- +		+ -		+	
r_{m-x}		- +							+ -	- +	- +
r_{m-y}		- +							- +	+ -	- +
r_{m-z}		- +							- +	- +	+ -

Tab. 3 | Einfluss der Änderung der Standardabweichung einer einzelnen Beobachtung (σ_i) auf die Redundanzanteile der anderen Beobachtungen (r_i); „+“ bedeutet eine sichtbare Erhöhung des Redundanzanteils und „-“ eine deutliche Verringerung; beim linken Symbol wurden die Standardabweichungen um den Faktor 10 erhöht und beim Rechten um den Faktor 0,1 verringert; graue Zellen zeigen die Änderung in der gleichen Beobachtung und grün heißt, dass die entsprechenden Beobachtungen funktional zusammenhängen

da diese in der Zustandsschätzung somit mehr Gewicht erhalten. Umgekehrt sollte es bei einer Reduktion von σ_i zu einer Erhöhung anderer r_i kommen. Bei einer Änderung von σ_i des Systemrauschens von Roll und Pitch kommt es jedoch zu einem anderen Verhalten. Sowohl bei einer Reduktion als auch einer Erhöhung von σ_i des Systemrauschens von Roll und Pitch verringern sich die r_i von geschätztem Roll und Pitch der Vorepoche. Eine Erhöhung von σ_i der z-Komponente des Gyroskops bzw. des Systemrauschens des Yaw-Winkels bewirkt auch eine Vergrößerung der r_i des geschätzten Yaw-Winkels der Vorepoche.

Ein Zusammenhang, der aus den Systemgleichungen (1) bis (4) bzw. den Beobachtungsgleichungen (7) bis (9) nicht direkt ersichtlich ist, zeigt sich in Tab. 3 bei den Beschleunigungsmessungen. Die y-Komponente hängt ausschließlich mit dem Roll-Winkel (geschätzter Parameter der Vorepoche und Systemrauschen) zusammen, wohingegen die x- und z-Komponente mit dem Pitch-Winkel zusammenhängen. Eine Änderung einzelner σ_i der Magnetometerkomponenten wirkt sich auf die r_i von geschätztem Yaw der Vorepoche, die z-Komponente von Gyroskop und der beiden anderen Magnetometerkomponenten aus. Die y-Komponente sticht jedoch hervor. Eine Reduktion der Standardabweichung wirkt sich zusätzlich positiv auf die r_i des Systemrauschens von Roll und Pitch und r_i der z-Komponente des Beschleunigungsmessers aus. Eine Reduktion von σ_i der y-Komponente des Magnetometers hätte den größten positiven Einfluss auf die r_i . Da diese Beobachtung ohnehin schon schlecht kontrolliert ist, ist eine Reduktion der Standardabweichung jedoch nicht ratsam.

Die y-Komponente des Gyroskops sowie das Systemrauschen des Yaw-Winkels bleiben problematische Beobachtungen, da sich die Kontrollierbarkeit nicht von anderen Beobachtungen verbessern lässt. Die Berechnung der r_i der Gyroskopmessungen soll abschlie-

ßend beispielhaft näher untersucht werden, da sich die z-Komponente durch andere Beobachtungen kontrollieren lässt, die y-Komponente hingegen nicht. Gl. (29) und (30) zeigen die Formeln für die Berechnung der r_i im hier verwendeten Kalman-Filter, welche aus Gl. (11) hervorgehen. Eine Veränderung von σ_i z.B. einer Magnetometerbeobachtung wirkt sich nur in d_{33}^* aus, was dem dritten Hauptdiagonalelement der Inversen von D (Tab. 1) entspricht. Der Grund, warum sich diese Änderung nur auf die z-Komponente auswirkt, liegt in der Winkelfunktion von φ , welche die Gl. (29) und (30) unterscheidet. Da φ in der hier betrachteten Trajektorie in etwa null Grad ist, ist auch der Sinus nahezu null und Änderungen von σ_i wirken sich nicht auf die y-Komponente aus. Die r_i sind somit von der Orientierung des Smartphones abhängig. Wären Trajektorien mit unterschiedlichen Smartphone-Orientierungen desselben Pfads vorhanden, könnten sich diese Trajektorienmessungen gegenseitig kontrollieren und systematische Abweichungen in den Beobachtungen könnten besser detektiert werden.

$$r_{g-y} = \sin^2 \varphi \cdot \frac{\sigma_{g-y}^2 \cdot d_{33}^* \cdot \Delta t^2}{\cos^2 \theta}, \tag{29}$$

$$r_{g-z} = \cos^2 \varphi \cdot \frac{\sigma_{g-z}^2 \cdot d_{33}^* \cdot \Delta t^2}{\cos^2 \theta}. \tag{30}$$

5 ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Beitrag wurde die innere Zuverlässigkeit in einem Kalman-Filter zur Orientierungsbestimmung basierend auf den Redundanzanteilen analysiert. Damit in der Messgleichung des Kalman-Filters direkt die Sensor-Messwerte verwendet werden können, wurden die Aufdatierungsgleichungen des Kalman-Filters sowie die Redundanzmatrix im Gauß-Helmert-Modell formuliert. Bei der Analyse zeigt sich, dass im ursprünglichen Orientierungsfilter die Systemgleichung einen sehr hohen Beitrag zur Berechnung der Orientierung leistet. Das heißt aber auch, dass die „Beobachtungen“ in der Systemgleichung nahezu unkontrolliert sind. Durch die Adaptierung der Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen können die Gruppenredundanzen verbessert werden. Trotz der verbesserten Gruppenredundanzen sind im Filterergebnis immer noch Abweichungen von bis zu 30° vom Soll vorhanden. Bei der Analyse der einzelnen Redundanzanteile zeigt sich, dass Beobachtungen, die entscheidend die Orientierung festlegen, immer noch schlecht kontrolliert sind. Abweichungen in den entsprechenden Beobachtungen schlagen sich also weiterhin stark im Filterergebnis nieder. Durch Erhöhung bzw. Verminderung der Standardabweichungen der einzelnen Beobachtungen wurde deren Einfluss auf die Redundanzanteile analysiert. Es zeigt sich, dass durch Reduktion der Standardabweichung der y-Komponente vom Magnetometer die Redundanzanteile vieler anderer Beobachtungen verbessert werden könnten. Allerdings ist die y-Komponente des Magnetometers bereits schlecht kontrolliert. Zusätzlich können die y-Komponente des Gyroskops sowie das Systemrauschen des Yaw-Winkels nicht durch die hier vorliegenden Beobachtungen kontrolliert werden.

Es ist anzumerken, dass die Ergebnisse aus Tab. 3 einen ersten Einblick in die gegenseitige Abhängigkeit der an der Smartphone-Orientierungsberechnung beteiligten Beobachtungen liefert, diese Rückschlüsse aber nur für die hier betrachtete Trajektorie gelten. Der hier verwendete Ansatz stützt sich auf die Messung des Gravitationsvektors mit Beschleunigungsmesser, die Messung des Erdmagnetfelds mit dem Magnetometer und die Messung der Winkelgeschwindigkeit um die vertikale z-Achse mit dem Gyroskop. Eine Änderung der Smartphone-Orientierung führt dazu, dass andere Sensorachsen an der Messung dieser Größen beteiligt sind, was sich daher auch auf die Redundanzanteile bzw. die gegenseitige Kontrollierbarkeit auswirkt. Hier sind weitere Untersuchungen notwendig, um den Einfluss der Smartphone-Orientierung auf die Redundanzanteile zu eruieren. Um die Berechnung des Yaw-Winkels in PDR-Algorithmen weiter zu verbessern, sind zusätz-

liche Beobachtungsquellen notwendig, um jene Beobachtungen mit niedrigen Redundanzanteilen zu kontrollieren und die Berechnung des Yaw-Winkels zu stützen. Wie in Abschnitt 5 gezeigt, scheint die Integration von existierenden Trajektorien mit vorzugsweise unterschiedlichen Smartphone-Orientierungen besonders sinnvoll, da sich die Beobachtungen aus den verschiedenen Trajektorien dann gegenseitig kontrollieren würden.

DANKSAGUNG

Die Arbeiten und Schlussfolgerungen wurden im Zuge des FFG-Projekts „indoo.rs Crowd“ durchgeführt. Wir bedanken uns bei der FFG für die Förderung dieses Projekts.

ANHANG A: DETAILIERTE HERLEITUNG DER AUFDATIERUNGSGLEICHUNGEN UND DER REDUNDANZMATRIX IM GAUSS-HELMERT-MODELL

Designmatrix \mathbf{A} und Beobachtungsmatrix \mathbf{B} aus dem funktionalen Modell (Gl. (19) bzw. (22)):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mathbf{E} \\ \mathbf{A}_m \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{B}_s & \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_m \end{bmatrix}.$$

Berechnung der Matrix \mathbf{N}^{-1} :

$$\mathbf{N}^{-1} = (\mathbf{B} \Sigma_{ll} \mathbf{B}^T)^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{B}_s & \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{xx,k-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_{uu} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Sigma_{ww,s} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Sigma_{ll,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_s^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_m^T \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{T} \Sigma_{xx,k-1} \mathbf{T}^T + \mathbf{B}_s \Sigma_{uu} \mathbf{B}_s^T + \mathbf{C} \Sigma_{ww,s} \mathbf{C}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_m \Sigma_{ll,m} \mathbf{B}_m^T \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \Sigma_{xx}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (\mathbf{B}_m \Sigma_{ll,m} \mathbf{B}_m^T)^{-1} \end{bmatrix}.$$

Berechnung der Kovarianzmatrix der geschätzten Parameter:

$$\Sigma_{xx} = (\mathbf{A}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} -\mathbf{E} & \mathbf{A}_m^T \\ \mathbf{0} & (\mathbf{B}_m \Sigma_{ll,m} \mathbf{B}_m^T)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{xx}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (\mathbf{B}_m \Sigma_{ll,m} \mathbf{B}_m^T)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{E} \\ \mathbf{A}_m \end{bmatrix}^{-1} = (\Sigma_{xx}^{-1} + \mathbf{A}_m^T (\mathbf{B}_m \Sigma_{ll,m} \mathbf{B}_m^T)^{-1} \mathbf{A}_m)^{-1}$$

Anwendung der Woodbury-Formel (Matrixinversionslemma) /Voigt & Adamy 2007):

$$\left(\Sigma_{xx}^{-1} + \mathbf{A}_m^T (\mathbf{B}_m \Sigma_{ll,m} \mathbf{B}_m^T)^{-1} \mathbf{A}_m \right)^{-1} = \Sigma_{xx} - \Sigma_{xx} \mathbf{A}_m^T (\mathbf{B}_m \Sigma_{ll,m} \mathbf{B}_m^T + \mathbf{A}_m \Sigma_{xx} \mathbf{A}_m^T)^{-1} \mathbf{A}_m \Sigma_{xx}.$$

Mit der Kovarianzmatrix der Filterinnovation \mathbf{D} im Gauß-Helmert-Modell und der Verstärkungsmatrix \mathbf{K} aus Tab. 1 ergibt sich:

$$\Sigma_{\hat{x}\hat{x}} = \Sigma_{xx} - \Sigma_{xx} \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m \Sigma_{xx} = \Sigma_{xx} - \mathbf{K} \mathbf{A}_m \Sigma_{xx} = (\mathbf{E} - \mathbf{K} \mathbf{A}_m) \Sigma_{xx}.$$

Berechnung der Zuschläge zum prädierten Zustandsvektor mit dem Widerspruchsvektor \mathbf{w} des funktionalen Modells (Gl. (19)) und der Matrix \mathbf{N}_m :

$$\mathbf{N}_m = \mathbf{B}_m \Sigma_{ll,m} \mathbf{B}_m^T,$$

$$\begin{aligned}
 \Delta \hat{\mathbf{x}} &= -\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{w} = -(\mathbf{E} - \mathbf{K} \mathbf{A}_m) \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \begin{bmatrix} -\mathbf{E} \mathbf{A}_m^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}_m^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{w}_m \end{bmatrix} = -(\mathbf{E} - \mathbf{K} \mathbf{A}_m) \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{w}_m \\
 &= \mathbf{K} \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{w}_m - \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{w}_m = \mathbf{K} \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{w}_m - \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{w}_m \\
 &= \mathbf{K} \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{w}_m - \mathbf{K} (\mathbf{N}_m + \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T) \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{w}_m = \mathbf{K} (\mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{w}_m - (\mathbf{N}_m + \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T) \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{w}_m) \\
 &= \mathbf{K} (\mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{w}_m - \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{w}_m - \mathbf{N}_m \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{w}_m) = -\mathbf{K} \mathbf{w}_m.
 \end{aligned}$$

Berechnung der Redundanzmatrix \mathbf{R} nach Umformung des Widerspruchsvektors \mathbf{w} (Gl. (23)):

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R} &= \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T (\mathbf{N}^{-1} - \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}^T \mathbf{N}^{-1}) \mathbf{B} = \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T \left(\mathbf{N}^{-1} - \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \begin{bmatrix} -\mathbf{E} \mathbf{A}_m^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}_m^{-1} \end{bmatrix} \right) \mathbf{B} \\
 &= \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T \left(\mathbf{N}^{-1} - \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}_m^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{E} \\ \mathbf{A}_m \end{bmatrix} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \begin{bmatrix} -\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right) \mathbf{B} = \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T \left(\begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}_m^{-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} & -\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \\ -\mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} & \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \end{bmatrix} \right) \mathbf{B} \\
 &= \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} - \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} & \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \\ \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} & \mathbf{N}_m^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} \mathbf{B}_s \mathbf{C} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \mathbf{0} \mathbf{0} \mathbf{B}_m \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Umformung des ersten Hauptdiagonalelements und anschließend Fortsetzung der Berechnung von \mathbf{R} :

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} - \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} = \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} - \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{K} \mathbf{A}_m) = \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{A}_m = \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m,$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R} &= \Sigma_{\parallel} \begin{bmatrix} \mathbf{T}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_s^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_m^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m \mathbf{T} & \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m \mathbf{B}_s & \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m \mathbf{C} & \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m \mathbf{B}_m \\ \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{T} & \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{B}_s & \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{C} & \mathbf{N}_m^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1}) \mathbf{B}_m \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \Sigma_{xx,k-1} \mathbf{T}^T \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m \mathbf{T} & \Sigma_{xx,k-1} \mathbf{T}^T \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m \mathbf{B}_s & \Sigma_{xx,k-1} \mathbf{T}^T \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m \mathbf{C} & \Sigma_{xx,k-1} \mathbf{T}^T \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m \mathbf{B}_m \\ \Sigma_{uu} \mathbf{B}_s^T \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m \mathbf{T} & \Sigma_{uu} \mathbf{B}_s^T \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m \mathbf{B}_s & \Sigma_{uu} \mathbf{B}_s^T \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m \mathbf{C} & \Sigma_{uu} \mathbf{B}_s^T \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m \mathbf{B}_m \\ \Sigma_{ww,s} \mathbf{C}^T \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m \mathbf{T} & \Sigma_{ww,s} \mathbf{C}^T \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m \mathbf{B}_s & \Sigma_{ww,s} \mathbf{C}^T \mathbf{A}_m^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_m \mathbf{C} & \Sigma_{ww,s} \mathbf{C}^T \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m \mathbf{B}_m \\ \Sigma_{\parallel,m} \mathbf{B}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{T} & \Sigma_{\parallel,m} \mathbf{B}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{B}_s & \Sigma_{\parallel,m} \mathbf{B}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{C} & \Sigma_{\parallel,m} \mathbf{B}_m^T \mathbf{N}_m^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{A}_m \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}_m^T \mathbf{N}_m^{-1}) \mathbf{B}_m \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

ANHANG B: ÄQUIVALENZ VON GESAMTREDUNDANZ UND SPUR DER REDUNDANZMATRIX

Es werden folgende Rechenregeln für die Spur $sp(\dots)$ verwendet /Voigt & Adamy 2007/:

$$sp(\mathbf{A}\mathbf{B}) = sp(\mathbf{B}\mathbf{A}),$$

$$sp(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = sp(\mathbf{A}) + sp(\mathbf{B}).$$

Berechnung der Spur von \mathbf{R} :

$$\begin{aligned}
 sp(\mathbf{R}) &= sp \left(\Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T)^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{A} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}^T (\mathbf{B} \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T)^{-1}) \mathbf{B} \right) \\
 &= sp \left((\mathbf{B} \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T)^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{A} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}^T (\mathbf{B} \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T)^{-1}) \mathbf{B} \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T \right) \\
 &= sp \left((\mathbf{B} \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T)^{-1} (\mathbf{B} \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T - \mathbf{A} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}^T) \right) = sp(\mathbf{E}) - sp \left((\mathbf{B} \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{A} \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}^T \right).
 \end{aligned}$$

Die Einheitsmatrix geht aus dem Matrizenprodukt $\mathbf{B} \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T$ mit ihrer Inversen hervor. \mathbf{B} enthält die Ableitungen der Bedingungsgleichungen nach den Beobachtungen und hat dadurch die Dimension $b \times n$, wobei n für die Anzahl der Beobachtungen steht und b für die Anzahl an Bedingungsgleichungen. Somit hat die resultierende Einheitsmatrix die Dimension $b \times b$ und deren Spur entspricht der Anzahl an Bedingungsgleichungen:

$$\begin{aligned} sp(\mathbf{R}) &= b - sp\left(\left(\mathbf{B} \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T\right)^{-1} \mathbf{A} \Sigma_{\hat{x}\hat{x}} \mathbf{A}^T\right) = b - sp\left(\mathbf{A}^T \left(\mathbf{B} \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T\right)^{-1} \mathbf{A} \Sigma_{\hat{x}\hat{x}}\right) \\ &= b - sp\left(\mathbf{A}^T \left(\mathbf{B} \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T\right)^{-1} \mathbf{A} \left(\mathbf{A}^T \left(\mathbf{B} \Sigma_{\parallel} \mathbf{B}^T\right)^{-1} \mathbf{A}\right)^{-1}\right) = b - sp(\mathbf{E}). \end{aligned}$$

Da \mathbf{A} die Ableitungen der Bedingungsgleichungen nach den Parametern enthält, hat die Einheitsmatrix die Dimension $u \times u$, wobei u der Anzahl an Parametern entspricht. Die Spur von \mathbf{R} entspricht somit der Anzahl an Bedingungsgleichungen minus der Anzahl an Parametern, was gleich der Gesamtredundanz r im Gauß-Helmert-Modell ist /Niemeier 2008/:

$$sp(\mathbf{R}) = b - u = r.$$

Literatur

- Abadi, M. J.; Luceri, L.; Hassan, M.; Chou, C. T.; Nicoli, M. (2014): A collaborative approach to heading estimation for smartphone-based PDR indoor localisation. In: 2014 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 554–563.
- Blankenbach, J.; Sternberg, H.; Tilch, S. (2015): Indoor-Positionierung. In: Freeden, W.; Rummel, R. (Hrsg.): Handbuch der Geodäsie. Springer, Berlin/Heidelberg, 1–36.
- Borenstein, J.; Ojeda, L.; Kwanmuang, S. (2009): Heuristic reduction of gyro drift in IMU-based personnel tracking systems. In: SPIE Defense, Security, and Sensing, International Society for Optical Engineering.
- Dong, B.; Burgess, T. (2016): Adaptive Kalman Filter for Indoor Navigation. In: 2016 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN).
- Ettliger, A.; Neuner, H.; Burgess, T. (2017): Smartphone Sensor-Based Orientation Determination for Indoor-Navigation. In: Gartner, G.; Huang, H. (Hrsg.): Progress in Location-Based Services 2016. Springer, Cham, Schweiz, 49–68.
- Gelb, A. (1974): Applied optimal estimation. MIT press, Cambridge, Massachusetts, USA.
- Gikas, V.; Dimitratos, A.; Perakis, H.; Retscher, G.; Ettliger, A. (2016): Full-scale testing and performance evaluation of an active RFID system for positioning and personal mobility. In: 2016 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN).
- Hellmers, H.; Eichhorn, A.; Norrdine, A.; Blankenbach, J. (2016): IMU/magnetometer based 3D indoor positioning for wheeled platforms in NLoS scenarios. In: 2016 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN).
- Heunecke, O.; Kuhlmann, H.; Welsch, W.; Eichhorn, A.; Neuner, H. (2013): Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen. 2. Auflage, Wichmann, Berlin/Offenbach.
- Jäger, R.; Müller, T.; Saler, H.; Schwäble, R. (2005): Klassische und robuste Ausgleichungsverfahren. Wichmann, Heidelberg.
- Jiménez, A. R.; Seco, F.; Prieto, J. C.; Guevara, J. (2010): Indoor pedestrian navigation using an INS/EKF framework for yaw drift reduction and a foot-mounted IMU. In: 2010 7th Workshop on Positioning Navigation and Communication (WPNC), 135–143.
- Kaemarungsi, K. (2005): Design of indoor positioning systems based on location fingerprinting technique. Dissertation, School of Information Science, University of Pittsburgh.
- Kang, W.; Nam, S.; Han, Y.; Lee, S. (2012): Improved heading estimation for smartphone-based indoor positioning systems. In: 2012 IEEE 23rd International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC), 2449–2453.
- Koch, K. R. (2014a): Outlier detection for the nonlinear Gauss Helmert model with variance components by the expectation maximization algorithm. In: Journal of Applied Geodesy 8(2014)3, 185–194.
- Koch, K.-R. (2014b): Robust estimations for the nonlinear Gauss Helmert model by the expectation maximization algorithm. In: Journal of Geodesy 88(2014)3, 263–271.
- Meyer, M. (2014): Signalverarbeitung. 7. Auflage, Springer Vieweg, Wiesbaden.
- Niedermayr, S. (2015): Positionsbestimmung durch Kombination geometrie- und merkmalsbasierter Verfahren unter Einbeziehung der Qualität. Dissertation, Fakultät für Mathematik und Geoinformation, TU Wien.
- Niemeier, W. (2008): Ausgleichsrechnung: Statistische Auswertemethoden. 2. Auflage, Walter de Gruyter, Berlin.
- Ozyagcilar, T. (2012): Implementing a tilt-compensated eCompass using accelerometer and magnetometer sensors. Application Note No. AN4248. Freescale Semiconductor, Austin, Texas, USA.
- Petersen, A.; Koch, R. (2010): Statistical Analysis of Kalman Filters by Conversion to Gauss-Helmert Models with Applications to Process Noise Estimation. In: 2010 20th International Conference on Pattern Recognition, 2386–2389.
- Renaudin, V.; Combettes, C. (2014): Magnetic, Acceleration Fields and Gyroscope Quaternion (MAGYQ) Based Attitude Estimation with Smartphone Sensors for Indoor Pedestrian Navigation. In: Sensors 14(2014)12, 22864–22890.
- Retscher, G.; Tatschl, T. (2016): Indoor positioning using Wi-Fi lateration; Comparison of two common range conversion models with two novel differential approaches. In: 2016 Fourth International Conference on Ubiquitous Positioning, Indoor Navigation and Location Based Services (UPINLBS).
- Särkkä, S.; Tolvanen, V.; Kannala, J.; Rahtu, E. (2015): Adaptive Kalman filtering and smoothing for gravitation tracking in mobile systems. In: 2015 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 1–7.
- Sternberg, H.; Willemsen, T. (2017): Ein topologischer Ansatz zur Innenraumnavigation mit MEMS in Smartphones basierend auf dem Routing-Graph. In: Hanke, K.; Weinbold, T. (Hrsg.): 19. Internationale Geodätische Woche Obergurgl 2017. Wichmann, Berlin/Offenbach, 51–60.
- Titterton, D.; Weston, J. (2004): Strapdown inertial navigation technology. 2. Auflage. Institution of Engineering and Technology, Stevenage, Großbritannien.

Voigt, C.; Adamy, J. (2007): Formelsammlung der Matrizenrechnung. 1. Auflage, Oldenbourg, München.

Wang, J. G. (1997): Filtermethoden zur fehlertoleranten kinematischen Positionsbestimmung. Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München. Schriftenreihe des Studiengangs Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München, 52. München.

Wang, J. G. (2009): Reliability analysis in Kalman filtering. In: Journal of Global Positioning Systems 8(2009)1, 101 – 111.

Wieser, A.; Petovello, M. G., Lachapelle, G. (2004): Failure scenarios to be considered with kinematic high precision relative GNSS positioning. In: Proceedings of the 17th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2004), 1 448–1 459.

Zhu, X.; Li, Q.; Chen, G. (2013): APT: Accurate outdoor pedestrian tracking with smartphones. In: 2013 Proceedings IEEE INFOCOM, 2 508–2 516.

Dipl.-Ing. Andreas Franz Ettlinger

TU WIEN
DEPARTMENT OF GEODESY
AND GEOINFORMATION

Gusshausstrasse 27 – 29 | A-1040 Wien
andreas.ettlinger@geo.tuwien.ac.at



Prof. Dr.-Ing. Hans Neuner

TU WIEN
DEPARTMENT OF GEODESY
AND GEOINFORMATION

Gusshausstrasse 27 – 29 | A-1040 Wien
hans.neuner@geo.tuwien.ac.at



Dr. Thomas Burgess

INDOO.RS GMBH

VIE Office Park 3 | Object 682, 3rd floor | A-1300 Vienna
thomas@indoo.rs



Manuskript eingereicht: 17.07.2017 | Im Peer-Review-Verfahren begutachtet

Anzeige

Digitale großformatige Luftbildkameras

Vexcel Imaging ist einer der führenden Anbieter von digitalen großformatigen Luftbildkameras. Die Familie der UltraCam-Systeme umfasst heute die digitalen photogrammetrischen Luftbildkamerasysteme UltraCam Falcon, UltraCam Eagle sowie die UltraCam Osprey, eine Kombination aus einer leistungsstarken photogrammetrischen Nadirkamera mit zusätzlicher gleichzeitiger Aufnahme von Schrägsichtbildern. Die UltraCam Condor ermöglicht als ein Wide-Area-Mapping-System die Aufnahme ganzer Kontinente in großer Höhe und in atemberaubender Geschwindigkeit und Effizienz mit photogrammetrischer Genauigkeit. Das jüngste Familienmitglied, die UltraCam Eagle Mark 3, wurde im Herbst 2017 vorgestellt und überzeugt als weltweit einzige digitale großformatige Luftbildkamera mit austauschbaren Linsensystemen.

Aufseiten der mobilen Systeme präsentieren sich die UltraCam Mustang als eine fahrzeugbasierte sowie die UltraCam Panther als eine tragbare Sensorplattform. In beiden Fällen erlauben die Systeme die Erfassung georeferenzierter Bilder und 3D-Punktwolken der Umgebung.



Abgerundet wird das Produktportfolio der Vexcel Imaging GmbH durch die voll integrierte photogrammetrische UltraMap Workflow Software Suite zur Prozessierung der UltraCam-Daten. Sie bietet – neben einem automatischen projekt-basierten Farbausgleich – Instrumente zur Qualitätskontrolle, automatische Punktwolkenberechnungen, DSM und Orthobilderzeugung sowie die automatische Generierung von 3D-Daten.

Vexcel Imaging GmbH
Anzengrubergasse 8
8010 Graz, Austria

Tel.: +43-316-849066
E-Mail: info@vexcel-imaging.com
www.vexcel-imaging.com

