

Messunsicherheit bei elektrooptisch bestimmten Strecken

Measurement Uncertainty for Electro-Optical Determined Distances

Ingo Neumann

Dieser Beitrag behandelt die aktuellen Normen sowie die weitestgehend anerkannten Regeln und Vorgehensweisen zur Ableitung von Messunsicherheiten (MU) bei elektrooptisch bestimmten Strecken. Es wird der vollständige Weg von der Identifikation und Quantifizierung der Eingangsgrößen auf die MU bis hin zur MU der Strecke (Messergebnis) erläutert. Dabei wird Wert auf die Einordnung des Begriffes MU in die DIN- und ISO-Normen im Bereich der (Ingenieur-) Geodäsie gelegt. Es wird gezeigt, welche Charakteristiken (z.B. zufällig und systematisch) und Auswirkungen die einzelnen Eingangsgrößen auf das Messergebnis haben können. Anhand einer praktischen Messung auf der Kalibrierbasis der Universität der Bundeswehr München wird die theoretische Vorgehensweise verdeutlicht. Es kann gesagt werden, dass die Ableitung von MU eine umfassende Betrachtung des gesamten Aufbereitungsprozesses der Distanzmessung notwendig macht. Dies schließt insbesondere auch Seiteninformationen (z.B. Temperatur, Luftdruck etc.) mit ein, die zum Teil einen größeren Beitrag als der eigentliche Distanzmesser auf die MU der Strecke haben können.

Schlüsselwörter: Messunsicherheit, elektrooptische Distanzmessung, Strecke, GUM

This contribution deals with the actual standards and best practice rules and approaches for the determination of measurement uncertainties (MU) for electro-optical distance measurements. The full analysis process from the identification and quantification of the influence factors of the MU to the MU of the final distance measurement result is presented. The concept of MU is discussed with respect to the actual DIN- and ISO-standards in (engineering) surveying. It is shown, which characteristics (e.g. random and systematic) and effects the influence factors cause on the measurement result. A practical example of a baseline measurement at the University of the Federal Armed Forces Munich explains the theoretical concept. The determination of the MU requires the consideration and inspection of the full analysis process of the distance measurements. This includes in particular additional information, e.g. temperature, air pressure, etc. which has sometimes a larger impact on the combined MU than the electronic distance sensor itself.

Keywords: Measurement uncertainty, electro-optic distance measurements, GUM

1 EINLEITUNG

Im Rahmen des durch die Gesellschaft zur Kalibrierung geodätischer Messmittel e.V. (GKGM) organisierten Ringversuches auf der Kalibrierbasis der Universität der Bundeswehr München (UniBw M) wurden zahlreiche Messkampagnen durchgeführt /Heuncke 2012/. Dieser Beitrag stellt die erforderlichen methodischen Vorgehenswei-

sen zur Abschätzung der Messunsicherheit (MU) dieser Messkampagnen zur Verfügung. Darüber hinaus wird eine Zusammenfassung der aktuell zur Verfügung stehenden Normen und Richtlinien sowie weitestgehenden akzeptierten Vorgehensweisen zur Beurteilung der Messunsicherheit bei der Distanzmessung bereitgestellt. An einzel-

nen Stellen wird zu detaillierteren und weiterführenden Betrachtungen einzelner Aspekte auf aktuelle Forschungsarbeiten bzw. Publikationen verwiesen. Eine umfassende Zusammenstellung dieser Arbeiten ist jedoch nicht Teil dieses Beitrages.

Im Falle der elektrooptischen Distanzmessung bedeutet dies, dass für eine zuverlässige und realistische Abschätzung der MU der gesamte Prozess von den rohen Distanzmessungen hin zur „vollständig korrigierte und reduzierte Distanz“ (gemäß DIN 18709-1 im Folgenden als Strecke bezeichnet) betrachtet werden muss. Die MU ist dabei ein Maß, das dem Messergebnis *Strecke* zugeordnet ist und der Streuung der Messgröße sinnvoller Weise zugeordnet werden kann /DIN V ENV 13005/. Im Konzept zur Abschätzung der MU wird versucht alle (signifikant) wirkenden Eingangsgrößen auf den Messprozess zu identifizieren, deren Größenordnung quantitativ abzuschätzen und auf das Messergebnis fortzupflanzen. Dabei sollen sowohl zufällige, systematische als auch nicht modellierbare Effekte und Abweichungen im Messprozess berücksichtigt werden.

Gewöhnlich werden interessierende Zielgrößen (Parameter) aus Beobachtungen abgeleitet, die durch geeignete Beobachtungseinrichtungen in einem Messprozess gewonnen werden. In fast allen Fällen können die interessierenden Zielgrößen nicht direkt beobachtet werden, sondern sie stehen in einem allgemeinen funktionalen Zusammenhang zu den Beobachtungen. Selbst die an einem Instrument angezeigte Distanz entsteht in einem komplexen Messprozess in einem Zusammenspiel verschiedener elektronischer und optischer Bauteile, die jedoch dem Nutzer nicht unmittelbar zugänglich sind (Black-Box-System). Zur Bestimmung der Zielgröße Strecke muss die am Instrument angezeigte Distanz einem Aufbereitungsprozess durchlaufen, der mit zahlreichen Einflussfaktoren und modelltheoretischen Überlegungen verbunden ist.

Des Weiteren ist die Charakteristik heutiger Messsysteme und -prozesse immer mehr auch von systematischen Abweichungen während des Messprozesses geprägt. Dies gilt insbesondere für Distanzmessungen mit polaren Messsystemen wie terrestrischen Laserscannern (TLS), Tachymetern und Lasertrackern. Eine Variation des Beobachtungsrahmens ist bei diesen Sensorsystemen zumeist nicht möglich und aus wirtschaftlicher Sicht auch nicht gewünscht. Um trotzdem die Unsicherheit der Daten und damit deren Verwendungsmöglichkeiten hinreichend gut beurteilen zu können, ist eine adäquate Modellierung systematischer Abweichungen notwendig. Eine verfeinerte Sichtweise ist daher bei der Datenanalyse, insbesondere bei deren Unsicherheitsmodellierung und bei Signifikanzuntersuchungen, bei der Distanzmessung notwendig.

2 GRUNDLEGENDE BEGRIFFE UND CHARAKTERISTIKEN VON MESSUNSIKERHEITEN

Um die Konsistenz der im Rahmen dieses Beitrages verwendeten Begriffe zu gewährleisten, werden zu Beginn dieses Unterkapitels kurz die wesentlichen allgemein anerkannten Begriffe definiert. Die folgende Zusammenstellung basiert im Wesentlichen auf zwei Normen /DIN 18709/, /DIN 18710/, die speziell auf die Geodäsie hin ausgelegt sind und drei Normen, die aus einer interdisziplinären und/oder internationaler Zusammenarbeit entstanden sind /DIN 1319/, /DIN 13005/ und /DIN 55350/. Die DIN 1319 ist als Grundlagenwerk zu verstehen und führt alle allgemeingültigen Begriffe ein. Darauf

aufbauend werden in der DIN 18709 umfassend alle notwendigen Rahmenbegriffe und Messgrößen aus der Geodäsie erläutert (vgl. auch /Schwieger, Heunecke 2011/). Die DIN 18710 spannt den Bogen hin zu Anwendungen, Anforderungen und konkreten Aufgabstellungen in der Ingenieurgeodäsie. Die DIN 18710 wurde aktuell überarbeitet /Klein et al. 2012/. Das interdisziplinäre und internationale Gegenstück zur DIN 18709 ist der „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM, /JCGM 100/)“. Der GUM wurde ursprünglich als ISO/BIPM veröffentlicht und erschien unter dem deutschen Titel „Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen“ (DIN V ENV 13005). Inzwischen ist auch eine Erweiterung des GUM erschienen, der eine Fortpflanzung der MU mit Monte-Carlo-Verfahren empfiehlt /JCGM 101/. Eine wichtige Ergänzung für die Geodäsie stellt die DIN 55350 dar, die Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik erläutert.

2.1 Grundlegende Begriffe

Die klassischen Grundbegriffe in der (geodätischen) Datenanalyse sind Genauigkeit, Präzision und Auflösung (vgl. DIN 1319 und DIN 55350, Teil 13). Internationale Werke auf diesem Gebiet sind die /DIN ISO 3534-1/ und /DIN ISO 5725/. Unter der **Genauigkeit** (engl.: accuracy) versteht man die Annäherung eines (originären) Wertes x_i an seinen wahren Wert oder richtigen Wert. Der **wahre Wert** \bar{x} (engl.: true value) ist der tatsächliche Merkmalswert. Da es sich nur um einen ideellen Wert handelt, ist zumeist der **richtige Wert** (engl.: conventional true value) von größerer Bedeutung, dessen Abweichung vom wahren Wert für Vergleichszwecke vernachlässigbar ist. Der Erwartungswert $E[x] = \bar{x}$ (engl.: expected value / expectation) ist das mittlere Ermittlungsergebnis, das „aus unablässig wiederholten Anwendungen des unter vorgegebenen Bedingungen angewendeten Ermittlungsverfahren gewonnen werden konnte.“ /DIN 55350, Teil 13, Abs. 1.5/. Ein Ermittlungsverfahren kann je nach Anwendung eine Beobachtungs-, Mess-, Berechnungs- oder Schätzverfahren sein. Die **Präzision** (engl.: precision) ist ein Maß für die gegenseitige Annäherung von unabhängigen Ermittlungsergebnissen bei mehrfacher Anwendung ein und desselben Ermittlungsverfahrens. Detailliertere Erläuterungen zu den Begriffen finden sich in /Hennes 2007/ und /Schwarz 2004/.

Im Allgemeinen setzt sich die Genauigkeit eines Ermittlungsergebnisses aus zwei Arten von auftretenden Unsicherheiten zusammen, den **zufälligen** ε und **systematischen** δ **Abweichungen/Fehlern** (engl.: random and systematic deviations/errors). Zufällige Abweichungen sind als Abweichungen zwischen dem Erwartungswert \bar{x} und dem Ermittlungsergebnis x_i zu verstehen:

$$\varepsilon_i = x_i - \bar{x}, \quad (1)$$

mit Erwartungswert $E[\varepsilon_i] = E[x_i - \bar{x}] = 0$. Weder ihre Größenordnung noch ihr Vorzeichen können vorhergesagt werden. Alle theoretisch möglichen zufälligen Abweichungen eines Ermittlungsergebnisses werden über **Zufallsvariablen** x (engl.: random variables) mit Erwartungswert $E[x] = \bar{x}$ und einer zugehörigen **Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion** ρ_0 (engl.: probability density function) definiert.

Eine systematische Abweichung ist über den Unterschied zwischen Erwartungswert \bar{x} und wahren Wert definiert:

$$\delta = \bar{x} - \hat{x} \tag{2}$$

Die **Unsicherheit** (engl.: uncertainty) eines Wertes x_i setzt sich aus der Summe ihrer mittleren zufälligen und systematischen Abweichung zusammen:

$$x_i = \bar{x} + \delta + \varepsilon_i \tag{3}$$

Bei der Unsicherheit kann es sich je nach Ermittlungsverfahren um eine Beobachtungs-, Mess-, Berechnungs- oder Schätzunsicherheit handeln. Die systematische Abweichung setzt sich aus einem bekannten δ_b und einem unbekanntem δ_u Anteil zusammen:

$$\delta = \delta_b + \delta_u \tag{4}$$

Wie beispielsweise in der /DIN 18710, Teil 1, Abschnitt A/ gefordert, sind sämtliche Ermittlungsergebnisse um alle bekannten systematischen Abweichungen im Rahmen von Korrekturen und Reduktionen bestmöglich zu korrigieren. Dieser Schritt wird auch als Aufbereitungsprozess der Messungen bezeichnet. Nach erfolgtem Aufbereitungsprozess ist der vollständig korrigierte und reduzierte Wert x_i^* nur noch von den unbekanntem systematischen Abweichungen und den zufälligen Abweichungen verfälscht:

$$x_i^* = \bar{x} + \delta_u + \varepsilon_i \tag{5}$$

Der geometrische Zusammenhang der eingeführten Begriffe ist für eine eindimensionale Messgröße in der *Abb. 1* zusammengefasst.

Im Rahmen dieses Beitrages soll dabei der Fokus auf der MU der Strecke liegen. Die MU ist somit ein quantitativer Parameter, der der Streuung der Messgröße von den rohen Messwerten bis hin zum Messergebnis sinnvoller Weise zugeordnet werden kann (DIN V ENV 13005). Dabei sollen sowohl zufällige, systematische als auch nicht modellierbare Effekte und Abweichungen im Messprozess berücksichtigt werden. Für grundlegende Betrachtungen in diesem Zusammenhang sei auch auf /Heister 2005/ und /Heister 2010/ verwiesen. Damit wird klar, dass im Gegensatz zum Varianz-Kovarianz-Fortpflanzungsgesetz (VKFG) bei der Abschätzung der MU auch systematische Messabweichungen berücksichtigt werden.

2.2 Charakteristik der Messunsicherheiten

Beobachtungen stellen in jedem Falle ein physikalisches Experiment dar, dessen Ausgang in einem gewissen Rahmen als unsicher einzustufen ist, siehe z. B. /Rabinovich 2010/ und /Koch 2004/. Ein Irrtum bei der Validierung bzw. Beurteilung der Messgröße kann daher nie ausgeschlossen werden; man kann lediglich eine für die Praxis erträgliche Häufigkeit der Irrtümer durch genügend genaue (sofern dies möglich ist) Beobachtungen ermöglichen. Ob die theoretisch zu erwartende Häufigkeit der Irrtümer dabei in der Realität zutrifft, kann nur durch eine hinreichend gute Beschreibung der mit der Beobachtung und ihren Einflussfaktoren verbundenen MU ermöglicht werden. Die folgende Zusammenstellung stellt in größeren Teilen einen Auszug von /Neumann 2009, 16 ff./ dar.

Die Charakteristiken der im vorangegangenen Unterkapitel eingeführten zentralen Genauigkeits- und Unsicherheitsbegriffe sollen im vorliegenden Unterkapitel anhand von drei aufeinander aufbauenden Beispielen für die Distanzmessung erläutert werden. Das Augenmerk liegt dabei auf den Definitionen und der praktischen Interpretation

von zufälligen und systematischen Abweichungen. Weitere Eingangsgrößen auf den Prozess der Distanzmessung, wie z. B. meteorologische Effekte sollen für ein besseres Verständnis zunächst unberücksichtigt bleiben. Man stelle sich folgenden Ausgangspunkt vor:

Beispiel 1: Für eine hochgenaue Distanzmessung einer ca. 1 km langen Strecke s_{ges} steht ein Absolutdistanzmessers eines Lasertrackers zur Verfügung, der jedoch nur einen Messbereich von ca. 40 m hat. Für die Bestimmung einer ca. 1 km langen Strecke sind insgesamt 25 Einzelstreckenmessungen s_i erforderlich. Der funktionale Zusammenhang f_1 für die Gesamtstrecke s_{ges} ergibt sich mit dieser Vorgabe zu:

$$f_1(\mathbf{x}_1) = s_{ges} = s_1 + s_2 + \dots + s_{25} = \sum_{i=1}^{25} s_i \tag{6}$$

Die Genauigkeit des Absolutdistanzmessers ist vom Hersteller aus langen Versuchsreihen mit einer Standardabweichung von $\sigma_{s_i} = 5 \mu\text{m} + 1 \text{ ppm}$ bekannt. Dies entspricht bei einer Teilstreckenlänge von 40 m einer Standardabweichung von $\sigma_s(40 \text{ m}) = 45 \mu\text{m}$.

Für eine einfache Darstellung des Beispiels kann von unkorrelierten Messungen und von einer Normalverteilung für die Einzelstrecken $s_i \sim N(\bar{s}_i = 40 \text{ m}, \sigma_s^2)$ ausgegangen werden. Nach dem VKFG nach

DIN 18709 (Teil 4, 2.9.9) ergibt sich mit der Ableitung $\mathbf{F}_1 = \left(\frac{\partial f_1(\mathbf{x}_1)}{\partial \mathbf{x}_1} \right)$

der Gesamtstrecke nach den Einzelstrecken die Varianz $\sigma_{s_{ges}}^2$ für die Gesamtstrecke zu:

$$\Sigma_{f_{f_1}} = \mathbf{F}_1 \Sigma_{\mathbf{x}_1} \mathbf{F}_1^T \quad \text{mit} \quad \mathbf{F}_1 = \left(\frac{\partial f_1(\mathbf{x}_1)}{\partial \mathbf{x}_1} \right)_{\mathbf{x}_1 = \bar{\mathbf{x}}_1} = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1] \tag{7}$$

und

$$\Sigma_{\mathbf{x}_1} = \begin{bmatrix} \sigma_{s_1}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sigma_{s_{25}}^2 \end{bmatrix} \quad \text{zu} \quad \Sigma_{f_{f_1}} = \sigma_{s_{ges}}^2 = (225 \mu\text{m})^2.$$

Beispiel 2: Leider konnte bei der Distanzmessung nicht sichergestellt werden, dass alle Anfangs- und Endpunkte sich genügend exakt auf einer Geraden befinden. Dies bewirkt, dass nicht die kürzeste Verbindung (Kathete) zwischen zwei Punkten erfasst wird, sondern lediglich

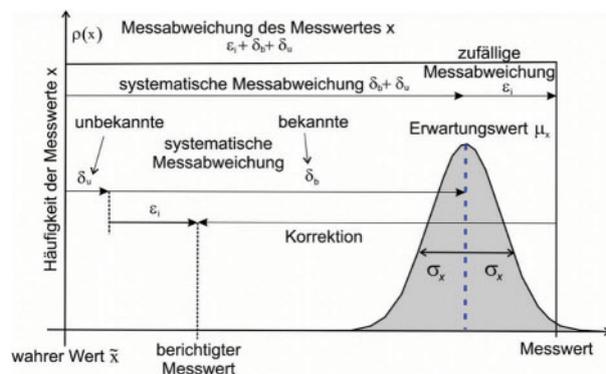


Abb. 1 | Geometrische Interpretation der wesentlichen Unsicherheitskomponenten nach /DIN 1319-1/

die Hypotenuse gemessen werden kann. Eine geometrische Darstellung der Situation ist in *Abb. 2* zu sehen. Der funktionale Zusammenhang für die Gesamtstrecke ergibt sich mit dieser Vorgabe zu:

$$f_2(\mathbf{x}_2) = s_{ges} = \sqrt{s_1^{*2} - \Delta q_1^2} + \sqrt{s_2^{*2} - \Delta q_2^2} + \dots + \sqrt{s_{25}^{*2} - \Delta q_{25}^2} = \sum_{i=1}^{25} \sqrt{s_i^{*2} - \Delta q_i^2} \quad (8)$$

wobei die s_i^* den gemessenen Hypotenusen entsprechen und Δq_i die Querabweichungen aus der Geraden sind. Bei Δq_i handelt es sich um eine zufällige Abweichung mit dem Erwartungswert $E[\Delta q_i] = \Delta \bar{q}_i = 0$ und der Varianz $E[(\Delta q_i)^2] = \sigma_{\Delta q}^2 = 0.0025 \text{ m}^2$. Die Größe Δq_i ist nicht unmittelbar realisierbar, stellt jedoch eine Unsicherheitsquelle im Messprozess dar. Um eine einfache Darstellung zu gewährleisten, wird für Δq_i eine Normalverteilung unterstellt (*Abb. 2*).

doch gemein, dass sie das Beobachtungsergebnis einseitig mit gleicher aber unbekannter Größenordnung verfälschen. Ein wichtiger zweiter Punkt zu dem Verständnis von systematischen und zufälligen Abweichungen liegt in der Überlegung zur Wiederholbarkeit für deren Realisierungen. Bei gleichen vorherrschenden äußeren Bedingungen und Einflussfaktoren wären das Vorzeichen und die Größenordnung des systematischen Fehlers bzw. Abweichung auch bei mehreren Realisierungen identisch (die Wiederholbarkeit ist gewährleistet), während die Größenordnung der zufälligen Abweichung zum Erwartungswert für jede Realisierung verschieden ist und das Vorzeichen zufällig wechselt. Ein Vorschlag für die Identifikation aller Eingangsgrößen auf den Messprozess wird in Kapitel 3 erläutert.

In dem hier vorliegenden Beispiel ist die zweite Charakteristik einer systematischen Abweichung (die Wiederholbarkeit) nicht gegeben; es handelt sich bei der Abweichung aus der Geraden demnach um eine zufällige Abweichung, die das Ermittlungsergebnis lediglich

$$\Sigma_{f_2, f_2} = \mathbf{F}_2 \Sigma_{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2} \mathbf{F}_2^T \text{ mit } \mathbf{F}_2 = \left(\frac{\partial f_2(\mathbf{x}_2)}{\partial \mathbf{x}_2} \right)_{\mathbf{x}_2 = \bar{\mathbf{x}}_2}$$

$$\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} \frac{E[s_1^*]}{\sqrt{E[s_1^*]^2 - E[\Delta q_1]^2}} & \frac{-E[\Delta q_1]}{\sqrt{E[s_1^*]^2 - E[\Delta q_1]^2}} & \dots & \frac{E[s_{25}^*]}{\sqrt{E[s_{25}^*]^2 - E[\Delta q_{25}]^2}} & \frac{-E[\Delta q_{25}]}{\sqrt{E[s_{25}^*]^2 - E[\Delta q_{25}]^2}} \\ 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{und } \Sigma_{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2} = \begin{bmatrix} \sigma_{s_1}^2 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{\Delta q_1}^2 & & & & \\ 0 & & \dots & & & \\ \dots & & & & & 0 \\ \dots & & & & \sigma_{s_{25}}^2 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & \sigma_{\Delta q_{25}}^2 \end{bmatrix} \text{ zu } \Sigma_{f_2, f_2} = \sigma_{s_{ges}}^2 = (225 \mu\text{m})^2 \quad (9)$$

Da bei Vorliegen einer Abweichung aus der Geraden die gesuchte Strecke immer zu lang gemessen wird, handelt es sich in diesem Fall um eine einseitige aber zufällige Abweichung. Die Größenordnung der Abweichung der gesuchten Strecke ist nicht reproduzierbar. Dies darf auf keinen Fall mit einem systematischen Fehler oder Abweichung verwechselt werden, der eine reproduzierbare Größe darstellt.

Denn während die zufälligen Abweichungen sich als nicht vorhersehbare Abweichung zu ihrem „mittleren Wert“ (Erwartungswert) bemerkbar machen, wirken systematische Abweichungen einseitig und sind als Unterschied zwischen Erwartungswert und wahren Wert zu verstehen. Systematische Fehler und Abweichungen können verschiedenster Ausprägung sein /Schön 2003, 13 ff./, haben je-

einseitig verfälscht. Unter Anwendung des VKFG erhält man die Varianz für die Gesamtstrecke für das zweite Beispiel:

Bei der Berechnung der Varianz für die Gesamtstrecke s_{ges} fallen zwei Defizite in der Modellierung auf:

- Es bleibt unberücksichtigt, dass die gesuchte Gesamtstrecke immer zu lang gemessen wird.
- Die Varianz für die Gesamtstrecke durch die Abweichung aus der Flucht muss zunehmen, da es sich um eine zweite Unsicherheitsquelle (neben der Streckenmessung selber) handelt.

Beide Ursachen begründen sich durch eine unzureichende Berücksichtigung der Nicht-Linearitäten bei der Berechnung der Erwartungswert

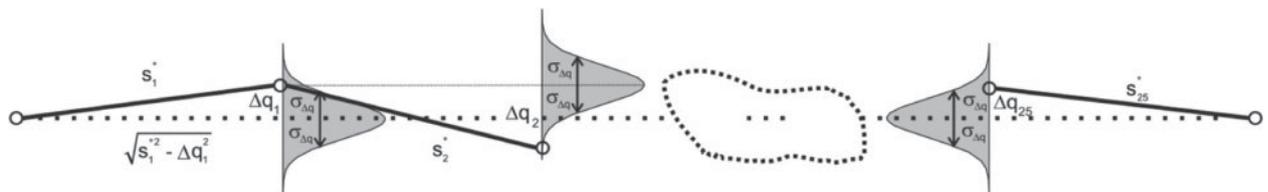


Abb. 2 | Teilstreckenbestimmung mit einem Laserinterferometer

tungswerte für die Gesamtstrecke $E[s_{ges}] = \bar{s}_{ges}$ und ihrer Varianz $E[(s_{ges} - \bar{s}_{ges})^2] = \sigma_{s_{ges}}^2$. Eine Tatsache, auf die auch schon /Hennes, Heister 2007/ aufmerksam machen. Diese Defizite können durch eine adäquate Berücksichtigung der Nicht-Linearitäten, z. B. durch Monte-Carlo-Verfahren behoben werden, wie es auch in /JCGM 101/ vorgeschlagen wird. Diese Thematik soll im Rahmen des Beitrages jedoch nicht behandelt werden. Das Beispiel soll lediglich für eine anschauliche Darstellung der Unterschiede zwischen zufälligen und systematischen Abweichungen dienen. Eine mathematisch strenge Lösung erhält man durch die integrale Berechnung des Erwartungswertes und der Varianz von s_{ges} .

Beispiel 3: Bei nachträglichen Untersuchungen hat sich herausgestellt, dass der Absolutdistanzmesser einen konstanten Anteil der Additionskorrektur k_0 aufweist, der durch Messanordnung zu $k_0 = 15 \mu\text{m}$ bestimmt wurde. Leider kann nicht sichergestellt werden, dass sich die Additionskorrektur seit der durchgeführten Streckenmessung nicht verändert hat. Aus diesem Grund soll lediglich die durch den konstanten Anteil der Additionskorrektur verursachte Unsicherheit bei der Streckenmessung berücksichtigt werden. Es kann davon ausgegangen werden, dass eine während der Messung vorhandene Additionskorrektur ihre Größenordnung nicht verändert und jede gemessene Teilstrecke immer um denselben Betrag verfälscht; eine Reproduzierbarkeit ist gewährleistet. In diesem Fall handelt es sich um eine systematische Abweichung und der funktionale Zusammenhang für die Gesamtstrecke ergibt sich zu:

$$f_3(\mathbf{x}_3) = s_{ges} = \sqrt{(s_1^* + k_0)^2 - \Delta q_1^2} + \sqrt{(s_2^* + k_0)^2 - \Delta q_2^2} + \dots + \sqrt{(s_{25}^* + k_0)^2 - \Delta q_{25}^2} = \sum_{i=1}^{25} \sqrt{(s_i^* + k_0)^2 - \Delta q_i^2} \quad (10)$$

An dieser Stelle soll nur eine genäherte Abschätzung der durch die Additionskorrektur verursachten Unsicherheit erfolgen. Jede Teilstrecke wird um $15 \mu\text{m}$ zu lang oder zu kurz gemessen und die Gesamtabweichung δ_{k_0} summiert sich zu

$$\delta_{k_0} = \sum_{i=1}^{25} k_0 = 25 \cdot 15 \mu\text{m} = 375 \mu\text{m} \quad (11)$$

Streng genommen bewirkt die Berücksichtigung der Additionskorrektur in der Modellierung der Streckenmessung eine stärkere bzw. geringere Abweichung des Endpunktes der Strecke aus der Flucht (Abb. 3). Man kann diesen Effekt in einen zufälligen Anteil durch Δq und einen systematischen Anteil durch k_0 aufspalten. Da dieser Effekt jedoch sehr gering ist und nicht zu einem besseren Verständnis der Thematik beiträgt, soll nicht genauer darauf eingegangen werden.

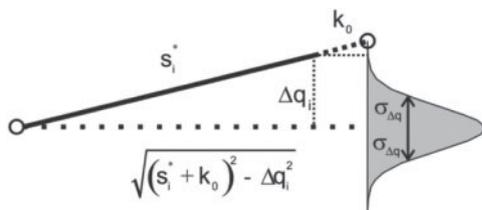


Abb. 3 | Auswirkung einer Additionskonstanten auf eine der Teilstreckenmessungen

Häufig wird versucht, die systematisch wirkenden Abweichungen durch mehrere Realisierungen unter Vergleichsbedingungen zu zufälligen. Als Beispiel sei ein Zentrierfehler bei der Horizontalrichtungsmessung in mehreren Sätzen genannt, der bei einer Aufstellung das Ergebnis systematisch verfälscht. Wird jedoch zwischen den zu messenden Sätzen das Instrument neu zentriert, so wechseln im Rahmen des Zufalls Vorzeichen und Größenordnung der Abweichung; er ist jetzt als zufällig zu betrachten. An dieser Stelle sei angemerkt, dass diese Vorgehensweise u. U. trotzdem zu einer einseitigen Verfälschung des Ergebnisses führen kann. Dafür soll ein weiteres Beispiel betrachtet werden:

Beispiel 4: Bei der Basislattenmessung bewirkt eine nicht senkrechte Ausrichtung dieser zum Instrument eine zu lange Streckenmessung. Durch eine häufige Ausrichtung kann der Fehler zufällig werden, beeinflusst das Ergebnis jedoch weiterhin einseitig, da die Strecke immer zu lang gemessen wird.

Es bleibt festzuhalten, dass eine Aneinanderreihung von systematischen Fehlern bzw. systematischen Messabweichungen zur Verzufälligung dieser führen kann, jedoch muss von Fall zu Fall geprüft werden, ob das wahre Ergebnis weiterhin einseitig aber zufällig verfälscht wird. Es existiert eine Vielzahl an Beispielen, bei denen eine Verzufälligung von Effekten nicht möglich ist, bzw. bei denen die Komplexität der Modelle (Modellannahmen) eine umfassende Wiederholbarkeit nicht zulässt. Des Weiteren sind durch den logistischen und finanziellen Rahmen bei der Verzufälligung in der Praxis Grenzen gesetzt, vgl. dazu /Kutterer 2002, 24/. Insbesondere bei der laser-gestützten reflektorlosen Distanzmessung wirken zahlreiche Einflüsse, die zu einer systematischen Abweichung der Messergebnisse führen können /Schäfer 2011/. Weitere Beispiele im Kontext der Streckenmessung finden sich auch in /Lang 2001/.

3 IDENTIFIKATION UND FUNKTIONALE BESCHREIBUNG DES PROZESSES DER DISTANZMESSUNG

Die realistische Bestimmung der MU für das Messergebnis der elektrooptischen Distanzmessung setzt sich aus drei wesentlichen Teilschritten zusammen. Erstens muss die Identifikation aller oder zumindest aller signifikant wirkenden Eingangsgrößen auf den Messprozess der Strecke erfolgen und diese Eingangsgrößen müssen in einem funktionalen Zusammenhang mit dem Messergebnis gebracht werden. Zweitens sind die Charakteristik und die Größenordnung der Unsicherheiten für die Eingangsgrößen bestmöglich abzuschätzen. In einem dritten Schritt sind dann die Unsicherheiten der Eingangsgrößen mit geeigneten mathematisch-statistischen Methoden auf das Messergebnis fortzupflanzen. Im Folgenden soll der erste Schritt detaillierter erläutert werden. In Abschnitt 4 dieses Beitrages werden dann die Schritte zwei und drei erläutert.

3.1 Identifikation der Eingangsgrößen für den Messprozess

Für die Identifikation der Eingangsgrößen X auf den Messprozess existieren verschiedene Ansätze. Deren Identifikation ist entscheidend für die spätere Beurteilung der MU des Streckemessergebnisses.

Ein Ishikawa-Diagramm (Fischgrät-Diagramm, Ursache-Wirkungs-Diagramm) stellt dafür eine Möglichkeit dar, indem es alle Unsicherheiten und Ihre Wirkung auf das Messergebnis identifizieren soll. Dafür wird der gesamte Messprozess in verschiedene Teilbereiche unterteilt und grafisch dargestellt. Ein auf /Hennes 2007/ und /Neumann 2009/ basierender Vorschlag für ein Ishikawa-Diagramm für den Messprozess einer Strecke ist in *Abb. 4* dargestellt. Die wesentlichen Teilbereiche können in Sensor, Objekt, Seiteninformation, Beobachter, Messvorgang, Messprinzip und Referenzsystem unterschieden werden. Diese werden je nach Komplexität weiter unterteilt (Hauptursachen), wobei die letzte Ebene die einzelnen Eingangsgrößen (Nebenursachen) auf den Messprozess widerspiegelt. Aufgabe des jeweiligen Projektverantwortlichen ist es zu beurteilen, welche dieser Eingangsgrößen (signifikant) zur Unsicherheit des Messergebnisses beitragen. Eingangsgrößen die zunächst nicht unmittelbar beurteilt werden können, sollten für die weitere Vorgehensweise dennoch berücksichtigt werden.

Das in *Abb. 4* dargestellte Ishikawa-Diagramm ist nur ein grundlegender Vorschlag, der für die jeweilige Fragestellung bzw. den jeweiligen Messprozess individuell hinterfragt und ggf. angepasst werden muss (vgl. /DIN 1319-4/ und /JCGM 100,101/). Dies stellt zumeist die alltägliche Praxis dar und ist entscheidend für die weitere Beurteilung der MU. Der Beitrag von /Schwarz 2012/ fasst umfangreich die Eingangsgrößen für den Messprozess zusammen. Andere detaillierte Betrachtungen finden sich in den Lehrbücher von /Joeckel et al. 2008/ und /Rüeger 1996/. Die reflektorlose Distanzmessung wird darüber hinaus in /Schäfer 2011/ behandelt. Auf eine weitere Betrachtung wird aufgrund der Komplexität der Fragestellung in diesem Beitrag jedoch verzichtet.

3.2 Mathematische Beschreibung des Messprozesses

Nachdem die Identifikation der n Eingangsgrößen \mathbf{X} für den Aufbereitungsprozess der Messgröße abgeschlossen ist, müssen diese in einem funktionalen Zusammenhang $f(\mathbf{X})$ zu dem Messergebnis Y gebracht werden

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) = f(\mathbf{X}) \quad (12)$$

Im Konzept der MU nach GUM /JCGM 100,101/ handelt es sich dabei um Zufallsvariablen mit einer bekannten bzw. empirisch ermittelten Wahrscheinlichkeitsverteilung ρ . Im Folgenden stellen kursiv geschriebene Symbole Zufallsvariablen dar. Jede Eingangsgröße X_i entspricht somit quasi der letzten Gliederungsebene des Ishikawa-Diagramms aus *Abb. 4*.

4 QUANTIFIZIERUNG UND FORTPFLANZUNG DER MESSUNSICHERHEITEN

Nach Identifikation aller Eingangsgrößen auf den Messprozess sind deren Unsicherheiten zu charakterisieren, quantitativ zu beurteilen und zu bestimmen (Abschnitt 4.1) sowie mit Hilfe des funktionalen Zusammenhanges aus (3.2) auf das Messergebnis fortzupflanzen (vgl. Abschnitt 4.2). Um ein grundlegendes Verständnis dafür zu erhalten, stellt die DIN 18710-1 einen guten Einstieg dar.

4.1 Quantifizierung der Unsicherheiten für die Eingangsgrößen

Die Unsicherheit der Eingangsgrößen kann verschiedene Ursachen haben und Charakteristiken aufweisen. Im Konzept der MU nach GUM /JCGM 100,101/ wird die Unsicherheit der Eingangsgrößen als Standardunsicherheit $u(x_i)$ bezeichnet. Jede Eingangsgröße ist individuell zu betrachten und deren Unsicherheit individuell zu quantifizieren. Zur Beurteilung der Unsicherheiten unterscheidet der GUM in Unsicherheiten nach Typ A und Typ B.

Unsicherheiten von Typ A sind die mittels statistischer Methoden ermittelte Unsicherheiten, die z. B. aus Mehrfachmessungen / Überbestimmung mittels der Ausgleichsrechnung abgeschätzt werden. Der Schätzwert sollte Erwartungswert und Verteilung der Zufallsvariable daher bestmöglich approximieren. Beispiele für die Bestimmung einer Standardunsicherheit von Typ A ist die 10-fache Messung des Luftdrucks. Ist bspw. die Verteilung einer Einzelmessung mittels der Normalverteilung hinreichend gut zu approximieren,

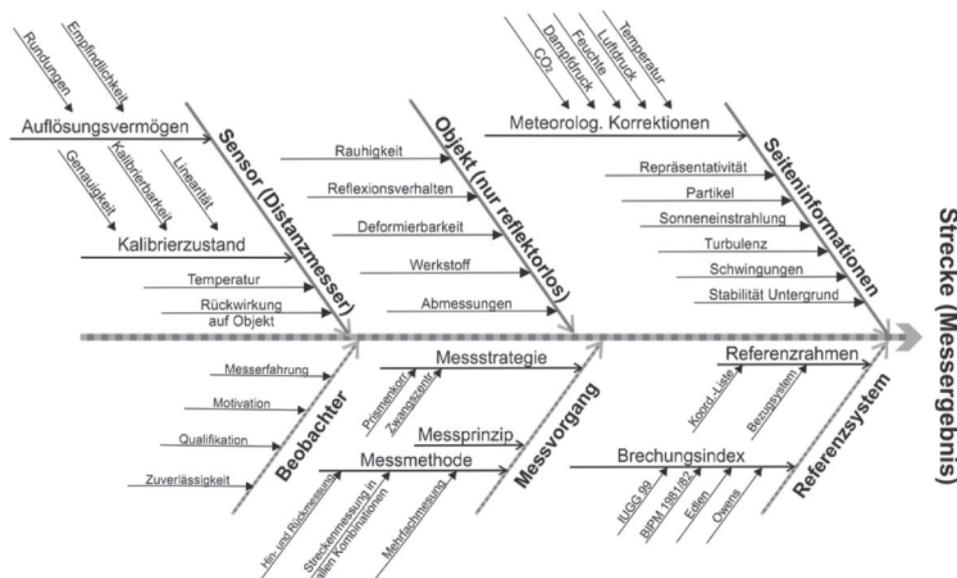


Abb. 4 | Individuelle Betrachtung des Messprozesses mittels Ishikawa-Diagramm nach /Hennes 2007/ und /Neumann 2009/ für die Distanzmessung

so sind Mittelwert und Varianz der Stichprobe beste Schätzwerte der Zufallsvariablen „Luftdruck“.

Typ B-Unsicherheiten werden mit anderen Methoden (als der statistischen Analyse) gewonnen. Beispiele dafür sind Unsicherheitsangaben aus vorherigen Messungen, Expertenwissen, Herstellerangaben, Kalibrierprotokollen, Büchern, etc. Diese Vorgehensweise erfordert (Grund-) Kenntnisse des jeweiligen Messprozesses. Die mittels Typ B gewonnenen Standardunsicherheiten können genauso zuverlässig sein wie Typ A-Unsicherheiten, insbesondere dann, wenn die Stichprobe zur Berechnung der Unsicherheiten nach Typ A klein ist. Beispiele für Typ B Unsicherheiten sind Herstellerangaben zur Unsicherheit von Temperatursensoren und die Unsicherheit einer Additionskorrektur aus einer EDM-Kalibrierung.

Die Ursachen für die Standardunsicherheiten von Typ A und B können sowohl zufälligen als auch systematischen Charakter aufweisen (vgl. auch Abschnitt 2.2). Beispiele für die Abschätzung systematisch wirkender Unsicherheiten bei der reflektorlosen Distanzmessung sind in /Schäfer 2011/ aufgezeigt. /Neumann 2009, 23 ff./ weist auf einige z.T. empirisch nachgewiesene, systemisch wirkende Unsicherheiten hin. Oftmals wird für zufällig wirkende Eingangsgrößen X_i eine Normalverteilung $X_i \sim N(\mu_{X_i}, \sigma_{X_i}^2)$ und für systematisch wirkende Eingangsgrößen eine Gleichverteilung $X_i \sim G(\mu_{X_i}, \sigma_{X_i}^2)$ oder Dreieckverteilung $X_i \sim T(\mu_{X_i}, \sigma_{X_i}^2)$ unterstellt. Das Konzept der MU ermöglicht jedoch die Berücksichtigung beliebiger Verteilungen für die Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen. Es bleibt somit festzuhalten, dass für jede Eingangsgröße in Formel (12) eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $X_i \sim \rho_{X_i}$ vorliegen muss.

4.2 Fortpflanzung der Unsicherheiten auf das Messergebnis

Die Bestimmung der geschätzten Strecke y und deren kombinierte MU $u_c^2(y)$ wird nach /JCGM 101/ und /DIN 13005/ auf Basis der eingeführten Schätzwerte x_i für die Eingangsgrößen und deren Standardunsicherheit $u(x_i)$ berechnet. Die Standardunsicherheiten $u(x_i)$ können sowohl Typ A als auch Typ B Unsicherheiten darstellen. Kleinbuchstaben und aufrecht stehende Symbole stehen dabei für die Realisierungen bzw. Schätzungen der Messgröße bzw. deren Unsicherheiten. Bei unkorrelierten Eingangsgrößen kann mit der Ableitung $\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)$ der Funktion f nach den jeweiligen Eingangsgrößen x_i die MU der Strecke mit Formel (13) berechnet werden:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{x_i}^2 u^2(x_i) \quad \text{mit} \quad y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x) \quad (13)$$

Wird mit korrelierten Eingangsgrößen gearbeitet, ergibt sich mit der Kovarianz $u(x_i, x_j)$ zwischen der i-ten und j-ten Eingangsgröße die MU $u_c^2(y)$ der Strecke mit Formel (14):

$$\begin{aligned} u_c^2(y) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{x_i} \left(\frac{\partial f}{\partial x_j} \right)_{x_j} u(x_i, x_j) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{x_i}^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{x_i} \left(\frac{\partial f}{\partial x_j} \right)_{x_j} u(x_i, x_j) \end{aligned} \quad (14)$$

Eine alternative Darstellung von Formel (14) erhält man mit Hilfe des Korrelationskoeffizienten $r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i) \cdot u(x_j)}$ in Formel (15):

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{x_i}^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{x_i} \left(\frac{\partial f}{\partial x_j} \right)_{x_j} u(x_i) \cdot u(x_j) \cdot r(x_i, x_j) \quad (15)$$

Die hier dargestellte Vorgehensweise zur Ableitung der kombinierten MU ähnelt der mathematischen Vorgehensweise beim VKFG. Durch die Einführung der Unsicherheiten vom Typ B unterscheiden sich beide Ansätze jedoch in ihrer theoretischen Herleitung und Motivation. Während beim VKFG die Herleitung vollständig über die Erwartungswerte erfolgt, werden im Konzept der MU auch systematische Messabweichungen berücksichtigt. Auf eine detaillierte mathematische Betrachtung der Unterschiede soll an dieser Stelle jedoch verzichtet werden.

Die Berechnung der MU der Strecke mit den Formeln (13) bis (15) setzt voraus, dass der mit Formel (12) gegebene funktionale Zusammenhang hinreichend linear ist. Bei signifikanten Nicht-Linearitäten müssen bei der Fortpflanzung der MU entweder Terme höherer Ordnung im Linearisierungsprozess berücksichtigt werden /DIN 13005, Abschnitt 5.1.2/ oder es müssen Monte Carlo Verfahren angewandt werden /JCGM 101/.

4.3 Erweiterte Messunsicherheit

Die erweiterte MU U dient dazu ein Intervall anzugeben, in dem der wahre Wert der Strecke Y mit einer hohen Wahrscheinlichkeit enthalten ist. Zur Bestimmung von U wird die in Abschnitt 4.2 berechnete MU mit einem Erweiterungsfaktor k multipliziert:

$$Y = y \pm U \quad \text{mit} \quad U = k \cdot u_c(y) \quad \text{oder} \quad y - U \leq Y \leq y + U \quad (16)$$

Formel (16) ist zugleich die vollständige Angabe des Messergebnisses, das sich aus dem Schätzwert y und der erweiterten MU U für die Strecke Y zusammensetzt. Die erweiterte MU stellt im Allgemeinen kein Konfidenzintervall dar, da aufgrund der verschiedenen Verteilungen der Eingangsgrößen und auch möglicher Nicht-Linearitäten kein direkter Bezug zu einem Vertrauensniveau hergestellt werden kann. Ist die Strecke in etwa normalverteilt, gelten die folgenden Näherungen:

- Bei $k = 2$ entspricht die erweiterte MU in etwa einem Konfidenzintervall mit 95 % Vertrauensniveau.
- Bei $k = 3$ entspricht die erweiterte MU in etwa einem Konfidenzintervall mit 99,7 % Vertrauensniveau.

5 BEISPIEL FÜR DIE BESTIMMUNG DER MESSUNSICHERHEIT EINER STRECKE

Um die Vorgehensweise aus den Kapiteln 2 bis 4 praktisch zu erläutern, soll eine Messkampagne mit dem Mekometer ME 5000 des Geodätischen Labors der UniBw M im Rahmen des Ringversuches auf der Kalibrierbasis der UniBw M näher betrachtet werden /Meyer, Ahrendt 2009/. Die Messkampagne war so organisiert, dass mit dem Instrument zunächst die alte Vergleichsstrecke der UniBw M gemessen wurde, um den konstanten Anteil der Additionskorrektur und insbesondere den Maßstab des Instrumentes zu bestimmen. Danach erfolgten die Messungen der zu bestimmenden Strecken auf der neuen

Kalibrierbasis. Das folgende Beispiel zur Bestimmung der Messunsicherheiten bezieht sich größtenteils auf die in /Meyer, Ahrendt 2009/ ermittelten und zusammengestellten Berechnungen und Ergebnisse.

Auf der alten Kalibrierbasis konnte für das Mekometer ME 5000 über den Ausgleichsalgorithmus nach unbekanntem Teilstrecken eine Standardabweichung $s_{s_{500}}$ für sämtliche Strecken ermittelt werden. Die detaillierte Vorgehensweise ist in /ISO 17123-4/ geschildert. Der konstante Anteil der Adtionskorrektur wurde zu $K = 0,17 \text{ mm}$ mit einer Standardabweichung $s_K = 0,14 \text{ mm}$ geschätzt. Dies war in der Ausgleichung nach bekannten Teilstrecken auch für den Maßstab möglich. Hierbei ergab sich ein Maßstabsfaktor $m = 0,99999759$ mit der zugehörigen Standardabweichung von $s_m = 0,50 \text{ ppm}$. Da die Standardabweichungen s_s , s_K und s_m aus Mehrfachmessungen bzw. mittels Ausgleichung gewonnen wurden, gehören sie zu den MU vom Typ A und sind für die weitere Vorgehensweise mit den entsprechenden Standardunsicherheiten gleichzusetzen ($u(s_s) = s_s$, $u(K) = s_K$ und $u(m) = s_m$).

Die Standardunsicherheit der meteorologischen Korrektur kann aus der Kalibrierung der Meteorologiesensoren berechnet werden. Bei der Kalibrierung der Sensoren wurden die zum Einsatz kommenden Sensoren in einer Klimakammer mit richtigen Werten verglichen. Nach durchgeführter Kalibrierung wurden, aus den Abweichungen zwischen richtigen Werten und eingesetzten Sensoren, die Standardabweichungen berechnet. Diese ergaben sich für die Temperatur T zu $s_T = 0,11 \text{ }^\circ\text{C}$, für den Luftdruck P zu $s_P = 0,11 \text{ hPa}$ und für die Feuchte F zu $s_F = 0,33 \text{ \%}$. Da die Standardabweichungen mittels Mehrfachmessungen während einer Kalibrierung gewonnen wurden, gehören sie zu den MU vom Typ A: $u(T) = s_T$, $u(P) = s_P$ und $u(F) = s_F$. Weitere Details zur Meteorologieerfassung während der Messung des Mekometers sind auch in /Herrmann et al. 2012/ nachzulesen. Die Kalibrierfunktion der Feuchtesensoren ist nur für einen eingeschränkten Feuchtebereich gültig. Aus diesem Grund wird Expertenwissen eingeführt, das die Standardunsicherheit der Feuchte auf $u(F) = 10 \text{ \%}$ abschätzt. Die MU $u(n_{ppm})$ der meteorologischen Korrektur kann zusammenfassend mit dem funktionalen Modell nach /Rüeger 1996, 53 ff./ berechnet werden:

$$u^2(n_{ppm}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{x_i}^2 u^2(x_i) = (-1,0)^2 u^2(T) + (0,28)^2 u^2(P) + (-0,009)^2 u^2(F) = (0,14 \text{ ppm})^2 \quad (17)$$

Auf Grund der wechselnden Wetterlage zwischen Sonne und Bewölkung an den Messtagen kann nicht immer gewährleistet werden, dass die Spezifikationen für $u(T)$, $u(P)$ und $u(F)$ eingehalten wurden. Durch die Trägheit der Sensoren ist es möglich, dass größere Diskrepanzen bei der Meteorologieermittlung auftreten können. Somit würde bei der Angabe der MU für die meteorologische Korrektur eine Komponente des Typs B zum Tragen kommen. Die Bandbreite der Meteorologieschwankungen lässt sich jedoch sehr schwer abschätzen. Es ist kaum nachvollziehbar, bei welcher Streckenmessung ein Sonnen-Schatten-Wechsel entscheidend zu einer unzureichenden Datenerfassung beigetragen hat. Um dieses Problem zu eliminieren, sind die Messtage so zu wählen, dass eine einheitliche Wetterlage vorherrscht. Die Betrachtung der Komponente des Typs B bei der Angabe der MU für die meteorologische Korrektur ist in diesem Aufsatz der Vollständigkeit halber aufgeführt. Wegen unzureichendem Kenntnisstand über die tatsächlich vorherrschenden Ein-

flüsse ist sie jedoch unberücksichtigt geblieben und es wurde versucht die Messungen bei stabilem Wetter durchzuführen.

Weitere Eingangsgrößen sind die Stand- und Zielpunktexzentrizitäten ZK der KERN-Pfeilerplatten. Eine numerische Angabe dieser Exzentrizität mit ZK = 0,03 mm wurde aus einem Datenblatt der Herstellerfirma entnommen /Kern & Co. AG 1988/. Es wird festgelegt, dass eine Rechteckverteilung vorliegt. Somit lässt sich die Standardunsicherheit mit $u(ZK) = 0,58 \cdot 0,03 \text{ mm} = 0,02 \text{ mm}$ nach /JCGM 100, Kap. 4.3.9/ angeben und gehört zu Typ B.

Das Auflösungsvermögen ΔA für das Mekometer wird mit 0,03 mm angegeben /Kern & Co. AG 1988/. Die Anwendung einer Rechteckverteilung lässt sich auf Grund der gesicherten Annahme über den Feinmaßstab begründen. Demzufolge führt dies zu einer Standardunsicherheit von $u(\Delta A) = 0,58 \cdot 0,03 \text{ mm} = 0,02 \text{ mm}$.

Das Datenblatt für die verwendeten KERN-Reflektoren /Kern & Co. AG 1988/ weist eine Empfindlichkeit der integrierten Libelle mit $\Delta\alpha = 40''/2 \text{ mm}$ aus. Bei der praktischen Messdurchführung muss davon ausgegangen werden, dass die Libellenblase um einen Teilstrich [Pars] inkorrekt eingestellt war. Bei einer Kippachshöhe des Reflektors von 310 mm ergibt dies eine systematische Abweichung in der Streckenangabe ΔD_H von 0,06 mm. Gleiches wird auch für die Horizontiergenauigkeit des Mekometer ME 5000 angenommen. Bei Annahme einer Rechteckverteilung kann die Standardunsicherheit $u(\Delta D_H) = 0,58 \cdot \Delta D_H = 0,03 \text{ mm}$ in die Angabe der MU eingehen. Da beide Aufstellungen von Mekometer und Reflektor berücksichtigt werden müssen, geht $u(\Delta DH)$ doppelt in die Berechnung ein.

Eine nicht exakte Ausrichtung des Reflektors auf das Messinstrument hat unweigerlich eine einseitig wirkende zufällige Streckenänderung ΔD zur Folge. Die Abhängigkeit des Ausrichtungswinkels α zur Streckenänderung ΔD lässt sich anhand einer Grafik, welche von der Firma KERN erstellt wurde /Kern & Co. AG 1988/ ablesen. Bei einem Ausrichtfehler $\alpha = 10^\circ$ ergibt sich eine Streckenänderung von $\Delta D = -0,005 \text{ mm}$. Wird eine Normalverteilung mit $p = 67\%$ zugrunde gelegt, ergibt sich $u(\Delta D) = 5 \text{ m}$. Liegt eine solche Grafik nicht vor, kann die Auswirkung eines Ausrichtfehlers α über die folgende empirische Formel abgeschätzt werden /Rüeger 1996, 155 ff./:

$$\Delta D = e \cdot (1 - \cos \alpha) - d \cdot (n - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}) \quad (18)$$

Bei einer Brechzahl von $n = 1,5$ und $e = 26 \text{ mm}$ sowie $d = 40 \text{ mm}$ für den Reflektor des Mekometers ergibt dies eine Streckenänderung ΔD von $-8 \text{ }\mu\text{m}$. Welche der beiden Abschätzungen in die folgende Messunsicherheitsbetrachtung einfließt, macht keinen signifikanten Unterschied.

Unsicherheiten in der Modulationsfrequenz wirken sich als Maßstabsfaktor aus. Sie sind bei der Angabe der MU für den Maßstabsfaktor enthalten. Ähnlich verhält es sich bei der Reflektor konstanten KR. Sie geht unmittelbar in die Additionskorrektur ein. Ihre Unsicherheitskomponente findet bei der Angabe der Standardunsicherheit für die Additionskorrektur Berücksichtigung. Weiterhin waren zyklische Phasenfehler nicht signifikant und wirken sich daher auch nicht signifikant auf die MU der Strecke aus. Des Weiteren sind der Vollständigkeit halber noch die Unsicherheiten durch die Vernachlässigung des CO_2 -Gehaltes der Luft sowie durch die mechanische Zentrierung der Passbohrungen in den Pfeilerplatten zu nennen. Diese haben jedoch beide keinen signifikanten Einfluss auf die MU der Strecke.

Auf etwaige Korrelationen zwischen den Eingangsgrößen wird aufgrund der begrenzten Länge des Beitrages nicht eingegangen. Eine Übersicht über alle MU ist in Tab. 1 zusammengefasst.

Tab. 1 zeigt auf, dass gewisse Einflussgrößen einen unerheblichen Anteil zur MU beitragen. Es soll hier aber trotzdem der numerische Nachweis geführt werden. Außerdem werden Verbesserungsmöglichkeiten hinsichtlich des Messaufbaus sichtbar und es können Vereinfachungen in der Messdurchführung identifiziert werden, die nur zu einer unwesentlichen Erhöhung der MU führen würden. Mit den in Tab. 1 gegebenen Eingangsgrößen und ihren Standardunsicherheiten ergibt sich die kombinierte Standardunsicherheit für die gemessene Strecke in Abhängigkeit der Streckenlänge aus (13) zu:

$$u_{c,i} = \sqrt{u^2(S_i) + u^2(K) + u^2(m) + u^2(n_{ppm}) + u^2(Z_K) + u^2(Z_K) + u^2(\Delta A) + u^2(\Delta D_H) + u^2(\Delta D_H) + u^2(\Delta D)} \quad (19)$$

Für jede Strecke lässt sich damit die kombinierte Standardunsicherheit angeben (Tab. 2). Des Weiteren befinden sich in der Tab. 2

Eingangsgröße X_i	Schätzwert x_i	Typ	Verteilung	Standardunsicherheit u_i	Quelle
Additionskorrektur K (konstanter Anteil)	0,17 mm	Typ A	normal	0,14 mm	Ausgleichung
Maßstab m	0,99999759	Typ A	normal	0,5 ppm	Ausgleichung
meteorologische Korrektur n_{ppm}	verschiedene	Typ A Typ B	normal	0,14 ppm	aus Kalibrierung (eingeschränkte Gültigkeit der Kalibrierung)
Ziel- und Standpunktexzentrizitäten ZK	0,0 mm	Typ B	Rechteck	0,02 mm	Herstellerangabe
Auflösevermögen ΔA des Mekometers	0,0 mm	Typ B	Rechteck	0,02 mm	Herstellerangabe
Horizontierung ΔD_H	0,0 mm	Typ A	Rechteck	0,03 mm	Herstellerangabe
Streckenänderung wg. Reflektorausrichtung ΔD	0,0 mm	Typ B	normal	0,008 mm	Hersteller- bzw. Literaturangabe
CO_2 -Gehalt der Luft			Nicht signifikant ($u \leq 0,01 \text{ mm}$)		
Passbohrung der Pfeilerplatten			Nicht signifikant ($u \leq 0,01 \text{ mm}$)		
zyklischer Phasenfehler ME 5000			Nicht signifikant		

Tab. 1 | Zusammenstellung der Eingangsgrößen bei der Bestimmung der MU des Mekometers 5000

von	nach	Strecke [m]	kombinierte Standardunsicherheit u_c [mm]	erweiterte Messunsicherheit U ($k=2$) [mm]
1	2	18,7	0,29	0,59
6	7	50,6	0,29	0,59
2	3	82,4	0,30	0,59
5	6	114,2	0,30	0,60
3	4	146,1	0,30	0,60
4	5	177,9	0,31	0,61
7	8	509,6	0,43	0,86

Tab. 2 | Zusammenfassung der Standardunsicherheiten und (erweiterten) Messunsicherheiten der Strecken

die erweiterten MU, die nach Formel (16) berechnet wurden. Bei den angegebenen Teilstrecken handelt es sich um die Teilstrecken der Kalibrierbasis der UniBw M, die im Rahmen des Ringversuchs von allen beteiligten Institutionen beobachtet wurden.

Im Wesentlichen kann festgehalten werden, dass bei langen Strecken die meteorologische Korrektur und der Gerätemaßstab den größten Beitrag zur MU der Strecke haben. Für kurze Strecken ist insbesondere die Additionskorrektur von Bedeutung.

6 FAZIT UND AUSBLICK

Im Rahmen des vorliegenden Beitrages wurde gezeigt, dass die auftretenden Unsicherheiten in der Distanzmessung durch verschiedenste Ursachen begründet sind. Um diese Unsicherheiten realistisch quantitativ bewerten zu können, muss der vollständige Weg von der Identifikation der Einflussgrößen auf die Unsicherheit bis hin zur Strecke (Messergebnis) abgebildet werden.

Bei der Abschätzung der MU der Strecken auf der Kalibrierbasis der UniBw M /Heunecke 2012/ durch die beteiligten Institutionen ist deutlich geworden, dass nur eine umfassende Betrachtung aller Einflussgrößen auf das Messergebnis eine realistische Abschätzung der kombinierten bzw. erweiterten MU ermöglicht. Mit der gestiegenen Genauigkeit der elektrooptischen Distanzmesser werden die MU der Seiteninformationen bzw. des Referenzrahmens zunehmend bedeutender für die Abschätzung der MU des Messergebnisses. Des Weiteren bekommt zukünftig die Beschreibung systematischer Messabweichungen, die bspw. durch eine nicht repräsentative Erfassung der Meteorologie entstehen können, eine bedeutendere Rolle zu.

In dem Beitrag von /Heunecke 2012/ werden die MU der einzelnen Messkampagnen für die Auswertung des Ringversuchs zur Bestimmung der Sollstrecken der Kalibrierbasis an der UniBw M zusammengefasst. Ein weiteres Beispiel für die Ableitung von MU bei Distanzmessungen bzw. bei der Bestimmung der Strecken einer Kalibrierbasis findet sich in /Pollinger et al. 2012/.

Die im Beitrag vorgestellten Verfahren zur Fortpflanzung der MU basieren auf der Linearisierung des funktionalen Zusammenhanges zwischen den Eingangsgrößen und der Strecke. Hierdurch ergeben sich verschiedene Nachteile bei der Behandlung nichtlinearer Gleichungen und nicht normalverteilter MU /Alkhatib et al. 2009/. In Zukunft ist daher die Verwendung von Monte Carlo Verfahren anzustre-

ben, wie es auch in /JCGM 101/ beschrieben ist. Des Weiteren ist zu beachten, dass bei Distanzmessungen der Beobachtungsrahmen nicht oder nur sehr eingeschränkt variiert werden kann, sodass systematische MU sich nicht oder nur eingeschränkt verzufälligen lassen. Aus diesem Grund ist zu diskutieren, inwieweit dies durch geeignete Ansätze zur Ableitung der Unsicherheiten von systematisch wirkenden Eingangsgrößen adäquater beschrieben werden kann.

DANKSAGUNG

Die Angaben für das praktische Beispiel zur Abschätzung der MU einer elektrooptisch bestimmten Strecke sind im Wesentlichen bei der Diplomarbeit von André Meyer und Christopher Ahrend /Meyer, Ahrendt 2009/ entstanden. Für ihre ausgezeichnete Arbeit sei ihnen an dieser Stelle ausdrücklich gedankt. Des Weiteren gilt den Kollegen aus dem Geodätischen Labor der UniBw M ein herzlicher Dank für die Arbeiten im Rahmen der Messkampagne.

LITERATUR

Alkhatib, H.; Neumann, I.; Kutterer, H. (2009): Uncertainty modeling of random and systematic errors by means of Monte Carlo and fuzzy techniques. In: *Journal of Applied Geodesy*, 3(2009), 67-81.

DIN 1319: Grundlagen der Messtechnik. Ausgabe 01/1995, Beuth, Berlin, 1995.

DIN ISO 3534-1: Statistics – Vocabulary and symbols – Part 1: General statistical terms and terms used in probability. Version 10/2009, Berlin, Beuth, 2009.

DIN ISO 5725: Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results. Version 12/2010, Berlin, Beuth, 2010.

DIN V ENV 13005: Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen. Ausgabe 06/1999, Berlin, Beuth, 1999.

DIN 18709: Kurzzeichen und Formelzeichen im Vermessungswesen. Ausgabe 09/2010, Beuth, Berlin, 2010.

DIN 18710: Ingenieurvermessung. Ausgabe 09/2010, Beuth, Berlin, 2010.

DIN 18710-1 (2010): Ingenieurvermessung. DIN 18710 Teil 1 – inkl. Berichtigung 1. Ausgabe 09/2010, Beuth, Berlin, 2010.

DIN 55350: Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik. Ausgabe 07/1987, Beuth, Berlin, 1987.

Heister, H. (2005a): Zur Messunsicherheit im Vermessungswesen (I). In: *Géodésie / Mensuration, Geomatik Schweiz*, 103(2005)11, 604-607.

Heister, H. (2005b): Zur Messunsicherheit im Vermessungswesen (II). In: *Géodésie / Mensuration, Geomatik Schweiz*, 103(2005)12, 670-673.

Heister, H. (2010): Genauigkeitsmaße in der geodätischen Messtechnik. In: *Beiträge zum 93. DVW-Seminar „Qualitätsmanagement geodätischer Messprozesse“*, Band 61, 10./11. Juni 2010, Hannover, Augsburg, Wißner, 17-31.

Hennes, M. (2007): Konkurrierende Genauigkeitsmaße – Potential und Schwächen aus der Sicht des Anwenders. In: *allgemeine vermessungs-nachrichten (avn)*, 114(2007)4, 136-146.

Hennes, M.; Heister, H. (2007): Neuere Aspekte zur Definition und zum Gebrauch von Genauigkeitsmaßen in der Ingenieurgeodäsie. In: *allgemeine vermessungs-nachrichten (avn)*, 114(2007)11/12, 375-383.

Herrmann, C.; Liebl, W.; Neumann, I. (2012): Lasertrackermessungen des KIT Karlsruhe und der UniBw München. In: *allgemeine vermessungs-nachrichten (avn)*, 119(2012)8/9, 309-313.

Heunecke, O. (2012): Auswertung des Ringversuchs auf der neuen Kalibrierbasis der UniBw München zur Bestimmung der Sollstrecken. In: *allgemeine vermessungs-nachrichten (avn)*, 119(2012)11/12, 380-385.

ISO 17123-1: ISO Standard, Optics and optical instruments – Field procedures for testing geodetic and surveying instruments – Part 1: Theory, to appear.

ISO 17123-4: ISO Standard, Optics and optical instruments – Field procedures for testing geodetic and surveying instruments – Part 4: Electro-optical distance meters (EDM measurements to reflectors), to appear.

JCGM 100: Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM 1995 with minor corrections, ISO/IEC Guide 98-3). Version 2008, Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM/WG 1), 2008.

JCGM 101: Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Propagation of distributions using a Monte Carlo method (ISO/IEC Guide 98-3-1). Version 2008, Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM/WG 1), 2008.

Joeckel, R.; Stober, M.; Huep, W. (2008): Elektronische Entfernungsmessung und Richtungsbestimmung und ihre Integration in aktuelle Positionierungsverfahren. 5. Auflage, Heidelberg, Wichmann, ISBN 3-87907-443-7.

Kern & Co. AG (1988): Bedienungsanleitung Präzisionsdistanzmessgerät Meko-meter ME 5000. Druckschrift der Firma Kern & Co. AG, Aarau.

Klein, K.-H.; Heunecke, O.; Gottschalk, M.; Adam, M.; Badstübner, D.; Schiefelbein, N. (2012): Normenreihe DIN 18710 Ingenieurvermessung – Markteinführung und erste Bestandsaufnahme. In: VDVMagazin, 63(2012)1, 10-13.

Koch, K. R. (2004): Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen. 4. bearbeitete Auflage. URL: http://www.igg.uni-bonn.de/tg/fileadmin/publication/media/buch97_format_neu.pdf, Bonn: ehemals Ferd. Dümmler, letzter Zugriff: 05.04.2012.

Kutterer, H. (2002): Zum Umgang mit Ungewissheit in der Geodäsie – Bausteine für eine neue Fehlertheorie. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Nr. 553, München.

Lang, M. (2001): Die Bestimmung von Messunsicherheiten an praktischen Beispielen. In: Heister, H.; Staiger, R. (Hrsg.): Qualitätsmanagement in der geodätischen Messtechnik, Band 42, Stuttgart, Wittwer, 138-150.

Meyer, A.; Ahrendt, C. (2009): Die Bestimmung der „Soll“-Strecken der Kalibrierbasis der Universität der Bundeswehr München durch Anwendung verschiedener Präzisionsdistanzmessverfahren. Diplomarbeit am Institut für Geodäsie – Geodätisches Labor, Universität der Bundeswehr München (unveröffentlicht).

Neumann, I. (2009): Zur Modellierung eines erweiterten Unsicherheitshaushaltes in Parameterschätzung und Hypothesentests. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Nr. 634, München.

Pollinger, F.; Meyer, T.; Beyer, J.; Doloca, N.R.; Schellin, W.; Niemeier, W.; Jokela, J.; Häkli, P.; Abou-Zeid, A.; Meiners-Hagen, K. (2012): The upgraded PTB 600 m baseline: A high-accuracy reference for the calibration and the development of long distance measurement devices. In: Measurement Science and Technology, Special issue: Macroscale 2011, to appear.

Rabinovich, S. G. (2010): Measurement Errors and Uncertainties: Theory and Practice. New York, Springer, 2010, ISBN 1-44192-053-6.

Rüeger, J.-M. (1996): Electronic Distance Measurement – An Introduction. Berlin, Springer, 1996.

Schäfer, T. (2011): Simulation der Interaktion zwischen Laserstrahl und Objekt – Ein Beitrag zur Fehlerabschätzung der reflektorlosen Distanzmessung. In: allgemeine vermessungs-nachrichten (avn), 118(2011)11/12, 363-367.

Schön, S. (2003): Analyse und Optimierung geodätischer Messanordnungen unter besonderer Berücksichtigung des Intervallansatzes. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Nr. 567, München.

Schwarz W. (2004): Genauigkeitsmaße richtig interpretieren. In: Beiträge zum 61. DVW-Fortbildungsseminar „Interdisziplinäre Messaufgaben im Bauwesen“ am 27. und 28. September 2004 an der Bauhaus-Universität Weimar. Schriftenreihe des DVW, Band 46, Augsburg, Wißner, 77-96.

Schwarz, W. (2012): Einflussgrößen bei elektrooptischen Distanzmessungen und ihre Erfassung. In: allgemeine vermessungs-nachrichten (avn), 119(2012)10, 323-335.

Schwieger, V.; Heunecke, O. (2011): DIN 18709, Teile 4 und 5, zur Ausgleichsrechnung, Statistik und Auswertung kontinuierlicher Messreihen erschienen. In: allgemeine vermessungs-nachrichten (avn), 118(2011)8/9, 313-315.

Dr.-Ing. Ingo Neumann

**INSTITUT FÜR GEODÄSIE – GEODÄTISCHES
LABOR
UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN**

Werner-Heisenberg-Weg 39 | 85577 Neubiberg
ingo.neumann@unibw.de



Manuskript eingereicht: 03.06.2012 | Im Peer-Review-Verfahren begutachtet