



Gegendarstellung zur Kritik von K. R. Koch am Beitrag „Von der Zufallsvariablen zum Schätzwert“

Hubert Schmidt

In AVN 7/2005, S. 270 beginnt Koch die Kritik am Beitrag Schmidt: „Von der Zufallsvariablen zum Schätzwert“, AVN 3/2005, S. 104–109, mit den Worten: „Diese Veröffentlichung enthält einen schwerwiegenden Fehler, der auf einer falschen Interpretation statistischer Definitionen beruht. Man braucht aber mit der Statistik nicht vertraut zu sein, um diesen Fehler zu entdecken.“

Dass Koch es nicht für notwendig erachtet „mit der Statistik vertraut zu sein“ bedeutet hier für ihn, die Definitionen der mathematischen Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie nicht beachten zu müssen. Er zeigt nicht auf, welche statistischen Definitionen von Schmidt falsch interpretiert werden und geht auch nicht auf die in den Abschnitten 1 bis 3 vorgestellten statistischen Definitionen und deren Erläuterungen ein, obwohl sich daraus zwingend die Schlussfolgerungen der Beispiele in Abschnitt 4 ergeben. Das bedeutet insbesondere, dass, wie in Abschnitt 4.2 nachgewiesen, die Einstufung von Korrektionswerten als Zufallsvariable unkorrekt ist, denn ansonsten ließen sie sich nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung durch die Messanordnung und -auswertung prinzipiell nicht eliminieren.

Bekanntlich lässt sich aber gerade die Nullpunktabweichung einer Nivellierlatte durch die Berechnung „Rückblick minus Vorblick“ vollständig eliminieren und zwar unabhängig davon, ob zuvor an den Messwerten des Nivellements die Nullpunktkorrektur angebracht wurde oder nicht. Allein schon dieses Argument beweist, dass die Varianzen und Korrelationen des Nivellements durch eine Nullpunktkorrektur nicht beeinflusst werden können. Ansonsten würden sich unterschiedliche Genauigkeiten „mit Korrektur“ oder „ohne Korrektur“ ergeben, obwohl die berechneten Höhenwerte vollständig identisch sind. Koch geht auf dieses Argument erst gar nicht ein und er erklärt auch nicht die von Schmidt in Abschnitt 4.2 nachgewiesenen kuriosen Ergebnisse, die sich entsprechend seiner Argumentation ergeben würden.

Ohne die ausführlichen Begründungen des Beitrages „Von der Zufallsvariablen zum Schätzwert“ wiederholen zu wollen, seien die Schlussfolgerungen der Definitionen der induktiven Statistik hier kurz rekapituliert:

- Die Parameter einer Zufallsvariablen X sind der Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ . Die Standardabweichung ist ein Maß für das Streuverhalten *aller* theoretisch möglichen Werte der Zufallsvariablen um den Erwartungswert.
- Aus mehreren Zufallsvariablen X_i lässt sich durch eine Schätzfunktion die Schätzvariable $\bar{X}$ (im einfachsten

Fall der Mittelwert) mit ihrer Standardabweichung $\sigma_{\bar{X}}$ ableiten, wobei $\sigma_{\bar{X}}$ wiederum das Streuverhalten *aller* theoretisch möglichen Werte der Schätzvariablen um deren Erwartungswert $\mu_{\bar{X}}$ kennzeichnet.

- Setzt man in die Schätzfunktion anstelle der Zufallsvariablen X_i deren Realisierungen (Messwerte) x_i ein, ergibt sich der Schätz-wert $\bar{x}$ als Realisierung der Schätz-variablen $\bar{X}$. Der Schätzwert $\bar{x}$ ist eine feste, reelle Zahl und besitzt dementsprechend kein Streuverhalten (Wie sollte man sich das Streuverhalten einer Zahl auch vorstellen?).
- Die empirische Standardabweichung $s_{\bar{X}}$ ist der Schätzwert der Standardabweichung $\sigma_{\bar{X}}$ und kennzeichnet daher wie $\sigma_{\bar{X}}$ das zufallsbedingte Streuverhalten *aller* möglichen Ergebnisse der Schätzvariablen $\bar{X}$.
- Obwohl häufig missverständlich so bezeichnet, ist $s_{\bar{X}}$ *nicht* die Standardabweichung des Schätzwertes $\bar{x}$, da einer festen Zahl keine Standardabweichung zugeordnet werden kann. Es sei daran erinnert, dass die Gesetzmäßigkeiten der Wahrscheinlichkeitstheorie dazu dienen, *vor* der Beobachtung Aussagen über die möglichen Ausgänge von Zufallsexperimenten zu machen. *Nach* der Beobachtung ist die Realität (Realisierung) bekannt und somit Wahrscheinlichkeitsaussagen dann irrelevant.

Für das Beispiel in Abschnitt 4 folgt aus den statistischen Definitionen:

- Im Kalibrierverfahren werden für die Schätz-*variable* K (hier die Nullpunktabweichung der Nivellierlatte) Messwerte (Realisierungen) ermittelt, aus denen deren Schätz-wert k für den Erwartungswert μ_K sowie die empirische Standardabweichung s_K als Schätzwert für die Standardabweichung σ_K berechnet werden. Der Schätzwert k ist eine feste Zahl, folglich ist ihm keine Standardabweichung zugeordnet.
- Bei späteren, zu korrigierenden Messungen (Ablesungen an der Nivellierlatte beim Nivellement) tritt die Nullpunktabweichung nicht als Zufallsvariable auf, da im Verfahren des Nivellements für sie keine Messwerte ermittelt werden (können). Es wird lediglich der im Kalibrierverfahren bestimmte Wert k als Information benutzt, um die durch die Nullpunktabweichung verursachte systematische Nullpunktabweichung zu berichtigen. Da dieser konstanten Zahl k keine Standardabweichung zugeordnet ist, kann die Korrektur der Messwerte deren Varianzen, Kovarianzen und Korrelationen nicht beeinflussen.

In seiner Kritik begeht Koch den Fehler, dass er nur von „Korrektionsgrößen“ spricht und nicht zwischen Korrek-tions-*variablen* und Korrek-tions-*werten* unterscheidet, so-dass er deren unterschiedliche Eigenschaften nicht beach-tet. Daher fasst er bei der Berichtigung anderweitiger Messwerte die „Korrektionsgrößen“ fälschlicherweise als Zufallsvariable auf, obwohl für sie keine Messwerte ermittelt werden, d.h. es werden keine Zufallsexperimente durchgeführt.

Anmerkung:

In Kenntnis der von Koch vertretenen „herrschenden Lehrmeinung“ habe ich vor der Veröffentlichung meines Beitrages bewusst Herrn Univ.-Prof. H. H. Bock, Lehr-

und Forschungsgebiet Angewandte Statistik der Natur-wissenschaftlichen Fakultät der RWTH Aachen, als neu-tralen Gutachter um kritische Durchsicht gebeten. Er erklärte, dass ich

- in meinem Beitrag keine neuen Auffassungen vertrete, sondern allgemein anerkannte Grundregeln der Statis-tik darstelle und
- aus den Definitionen die korrekten Schlussfolgerungen ziehe.

Dr.-Ing. HUBERT SCHMIDT,
Geodätisches Institut der RWTH Aachen,
Templergraben 55, 52062 Aachen,
Email: hubert.schmidt@gia.rwth-aachen.de