



Registrierung von Punktwolken auf der Grundlage von Objektprimitiven

Maria Lichtenstein und
Wilhelm Benning



ALLGEMEINE VERMESSUNGS-NACHRICHTEN

Dieser Beitrag wurde nach Begutachtung als
PEER REVIEWED PAPER
angenommen.

Tag der Einreichung: 28. Februar 2010

Für die Planung, Montage, Instandhaltung und den Betrieb von Industrieanlagen ist das terrestrische Laserscanning in den letzten Jahren zu einem wichtigen Bestandteil geworden. Industrieanlagen können häufig durch einfache Objektprimitive, besonders durch Zylinder, modelliert werden. Um ein Gesamtmodell in einem einheitlichen Koordinatensystem zu erhalten, muss eine Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten durchgeführt werden. Hierzu können direkt die Ergebnisse der Zylindermodellierung benutzt werden, um eine Registrierung über die Zuordnung der Zylinderachsen durchzuführen. Im Unterschied zu standardmäßigen ICP-Algorithmen erfolgt die Zuordnung über abgeleitete Objektprimitive. Auf die Signalisierung vor Ort mit Passpunktmarken kann dabei verzichtet werden. Der geraden-gestützte Ansatz wird im Folgenden vorgestellt.

1 Einleitung

Das vielfach benutzte Verfahren zur Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten ist der Iterative Closest Point Algorithmus (ICP), der bereits von BESL & MCKAY 1992 beschrieben worden ist. Dieser geht von zwei Punktwolken von verschiedenen Standpunkten aus und schätzt durch Ausgleichung eine bestmögliche Überführung der einen in die andere Punktwolke. Das Verfahren bestimmt die räumliche Transformation zwischen den Punktwol-

ken, die durch Rotation und Translation beschrieben wird. Die Ausgleichung beruht auf der Minimierung der Abstände der Punkte zueinander. Dazu wird für jeden Punkt aus der einen Punktwolke der jeweils nächste Punkt (closest point) aus der anderen Punktwolke bestimmt. Die Quadratsumme der Abstände wird durch Anpassung der Transformationsparameter solange iterativ bestimmt, bis das Minimum gefunden ist.

Neben dem Standardverfahren gibt es eine Reihe von modifizierten und erweiterten ICP-Verfahren, die hier aufgrund ihrer Menge nicht näher wiedergegeben werden können. In der Mehrzahl beruhen die ICP-Verfahren auf der Zuordnung von Punkten oder Flächen. GIELSDORF & MILEV 2008 stellen beispielsweise ein Registrierungsverfahren über extrahierte Flächen aus der Punktwolke dar. NÜCHTER & ELSEBERG 2009 beschreiben eine linearisierte Lösung der ICP-Fehlerfunktion, um ein global konsistentes Scanmatching zu gewährleisten.

2 Registrierung mit Objektprimitiven

Der hier beschriebene Ansatz zur Registrierung von terrestrisch erfassten Laserscannerdaten basiert auf Objektprimitiven, wobei bislang ausschließlich Geraden benutzt werden. Dies können zum Beispiel räumliche Gebäudekanten, wie sie in Nahbereichsszenen häufig vorkommen, oder Achsen von zylindrisch geformten Rohrleitungen bei der Anlagenvermessung sein.

Es müssen für die Registrierung lediglich einige markante Geraden an ausgesuchten Stellen und in unterschiedlichen Raumrichtungen zur Verfügung stehen, damit das Verfahren sicher funktioniert. Die Bestimmung der Raumgeraden erfolgt überwiegend semi-automatisch durch Extraktion der Objektprimitive in der Punktwolke. Alternativ können sie auch manuell bestimmt werden. Gerade Linien werden typischerweise durch Verschneiden von ebenen Flächen gewonnen. Eine andere Möglichkeit basiert auf der Bestimmung von Zylindern, wie sie etwa bei Rohrleitungen häufig gegeben ist. Deren Achsen dienen dann als Geradenelemente. Die so bestimmten Linien gehen schließlich als Beobachtungsdaten in das Registrierungsverfahren ein.

Der Vorteil dieses Ansatzes gegenüber den punktbasierten Methoden liegt in der starken Reduzierung der Datenmenge auf wenige Elemente. Zudem kann die Signalisierung der Objekte mit Passpunktmarken weitestgehend entfallen.

2.1 Zylinder als Objektprimitiv

Bei der Anlagenvermessung können Zylinder in der Punktwolke durch eine Ausgleichung geschätzt werden. Die Zylinderachse, die die Lage des Zylinders beschreibt, wird bei dem hier vorgestellten Registrierungsansatz verwendet. Informationen vorhandener Objektprimitive können also mehrfach, bei der Registrierung der Punktwolken und Modellierung des Objektes, sinnvoll genutzt werden. Die Zylinderachse beschreibt die Lage des Zylinders außer in der Achsenrichtung eindeutig. Geraden werden in dem hier vorgestellten Registrierungsansatz als unendlich lange Elemente verstanden. Die Länge des vorgegebenen Kantensegments ist für die Registrierung also nicht von Bedeutung, so dass die Beschreibung der Lage des Zylinders durch die Zylinderachse ausreichend ist.

Meistens genügen wenige Zylinder, um den räumlichen Kontext der Industrieanlage eindeutig zu beschreiben. Es dürfen aber nicht nur parallele Zylinder vorliegen, da dann die Translation in Achsenrichtung nicht eindeutig bestimmt werden kann.

Eine Modellierung von Zylindern ist in vielen photogrammetrischen Auswertesystemen als Funktion bereits integriert. Ein Beispiel hierfür ist das System PHIDIAS, ein Softwaresystem auf der Basis der CAD-Software MicroStation von Bentley.

2.2 Geradengestützte Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten

Die Bestimmung der räumlichen Transformationsparameter wird in dem hier vorgestellten Ansatz durch eine Ausgleichung über Beziehungen der projektiven Geometrie gelöst. Hierzu wird zunächst eine Näherungswertbestimmung durch Kombinatorik und anschließend eine Ausgleichsrechnung zur Bestimmung der endgültigen Transformationsparameter durchgeführt (siehe auch LICHTENSTEIN & BENNING 2009).

2.2.1 Näherungslösung durch Kombinatorik

Eine Ausgleichungslösung benötigt gute Näherungswerte oder Startwerte für die Berechnung. Im ersten Schritt wird eine Näherungslösung durch kombinatorische Zuordnung der Geraden berechnet. Diese Näherungslösung beinhaltet die Transformationsparameter ω , φ , κ für die Rotation und t_x , t_y , t_z für die Translation der räumlichen Bewegung der Geraden und eine Zuordnung korrespondierender Geraden der einzelnen Laserscans zueinander.

Die Näherungslösung der Registrierung wird folgendermaßen bestimmt:

Es werden zur eindeutigen Berechnung der Rotation und Translation zunächst Geradenpaare betrachtet. Zwei räumliche Geraden können windschief, parallel oder identisch sein oder sich schneiden. Diese Lagebeziehungen werden für alle Geraden innerhalb eines Scans überprüft und durch die Berechnung des Abstandes bzw. des Winkels der Geraden zueinander charakterisiert. Durch Berechnung einer Korrespondenzmatrix können korrespondierende Geraden aus den beiden Laserscans einander zugeordnet werden.

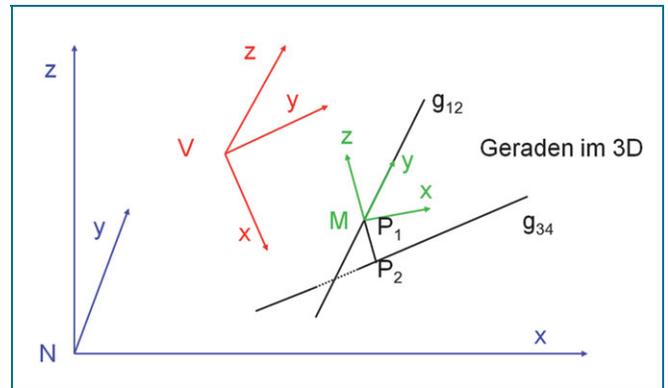


Abb. 1: Bestimmung der Rotationswinkel als Näherungslösung, Quelle: LICHTENSTEIN & BENNING (2009)

Im nächsten Schritt werden dann die Transformationsparameter, d.h. Rotationswinkel und Translationsbeträge für die räumlichen Geraden zwischen den beiden betrachteten Laserscans berechnet. Hierbei sind sechzehn Fallunterscheidungen zu treffen (LICHTENSTEIN & BENNING 2009, Kap. 2.1) in Abhängigkeit vom Richtungsvektor der Geraden und der Zuordnung der Geraden innerhalb eines Geradenpaares.

Die Rotationswinkel der Transformationsparameter können nach folgender Näherungswertbestimmung berechnet werden, wie sie bei SCHWERMANN 1995 beschrieben wird. Bei dieser Lösung (siehe Abbildung 1) liegt ein Geradenpaar, sowohl in den Koordinatensystemen V und N vor, wobei das eine Koordinatensystem den Laserscan 1 und das zweite Koordinatensystem den Laserscan 2 beschreibt. Es wird die Rotationsmatrix zwischen V und N ermittelt, die durch eine Rotation über das Koordinatensystem M realisiert wird. Das Koordinatensystem M ist durch die Lage eines Geradenpaares festgelegt. Es gilt

$$R_V^N = R_M^N \cdot R_V^M = R_M^N \cdot (R_M^V)^T. \quad (1)$$

Hierbei ist R_M^N definiert als 3×3 -Matrix, wobei die erste Spalte die x-Achse, die zweite Spalte die y-Achse und die dritte Spalte die z-Achse des Systems M im Koordinatensystem N beschreibt. Alle Achsen sind hierbei auf 1 normiert.

Die Rotationsmatrix R_V^M wird analog bzgl. des Systems V definiert.

Es ist möglich, ω , φ und κ aus der Rotationsmatrix R_V^N abzuleiten. Da der Arkustangens und der Arkussinus zur Bestimmung der Rotationswinkel zweideutig sind, gibt es zwei Lösungen für ω , φ und κ . Die richtige Kombination für das Ergebnis der Rotation wird durch Vergleich aller Winkelkombinationen mit der vorher berechneten Rotationsmatrix erreicht.

Zur Berechnung der Translation wird die Gerade im ersten Laserscan mithilfe der Rotationsmatrix, die aus den neuen Rotationswinkeln aufgestellt worden ist, in den zweiten Scan gedreht, so dass die korrespondierenden Geraden parallel zueinander liegen. Der Verschiebungsvektor kann aus der Differenz der Mittelpunkte der kürzesten Entfernungen der Geraden eines Geradenpaares berechnet werden. Dies ist in Abbildung 2 dargestellt, wobei die Geraden eines Geradenpaares aus den Punkten 1 und 2

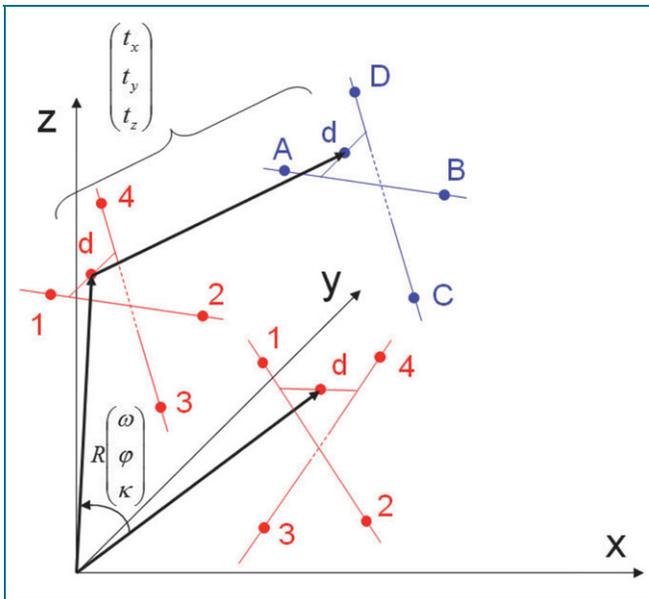


Abb. 2: Berechnung des Translationsvektors durch die Differenz der Mittelpunkte der kürzesten Entfernungen zweier Geraden eines Geradenpaares, Quelle: LICHTENSTEIN & BENNING (2009)

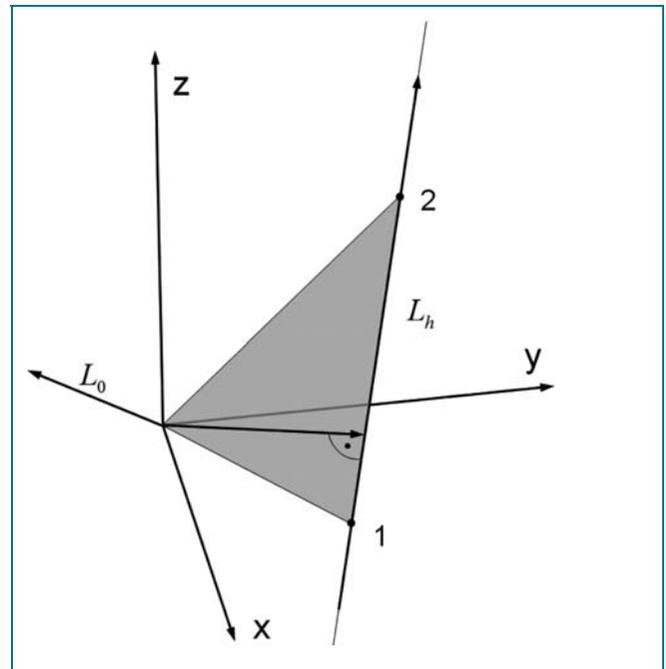


Abb. 3: Darstellung einer räumlichen Geraden durch die Punkte 1 und 2 durch Plückerkoordinaten - L_h gibt die Richtung der Geraden an, L_0 die Normale auf die Ebene, die durch die Vektoren 1 und 2 aufgespannt wird. Quelle: nach LICHTENSTEIN & BENNING (2009)

bzw. 3 und 4 aus dem ersten Scan in den zweiten Scan gedreht und mit den korrespondierenden Geraden AB bzw. CD zur Berechnung der Translation herangezogen werden.

Die endgültigen Transformationsparameter werden durch Maximumsuche, d.h. der Suche der am häufigsten vorkommenden gleichen Werte in den einzelnen sechzehn Fällen, bestimmt.

Die zugeordneten Geraden werden als korrespondierend gespeichert und als Vorinformation für die anschließende Ausgleichung verwendet.

2.2.2 Ausgleichung mittels projektiver Geometrie

Die Ausgleichungsrechnung zur Schätzung der exakten Transformationsparameter der Registrierung wird mithilfe der sogenannten Plückerkoordinaten durchgeführt (siehe Abbildung 3). Diese Idee wurde bereits von STOLFI 1991 beschrieben und von FÖRSTNER 2004 wieder aufgegriffen.

Man geht von einer räumlichen Bewegung H aus, d.h. einer Rotation R und Translation T

$$H = \begin{bmatrix} R & T \\ 0^T & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Jede dreidimensionale Gerade lässt sich mit Plückerkoordinaten präsentieren:

$$L = \begin{bmatrix} L_h \\ L_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_h Y_0 - Y_h X_0 \\ X_0 \times Y_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Es wird eine einfache räumliche Bewegung der Geraden durch Verknüpfung beider Schreibweisen (2) und (3) realisiert, die durch mehrere Umformungen (siehe FÖRSTNER 2004) auf das funktionale Modell der Ausgleichung führt:

$$L' = HL \quad X' = \begin{bmatrix} X'_0 \\ X'_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RX_0 + TX_h \\ X_h \end{bmatrix} \quad Y' = \begin{bmatrix} Y'_0 \\ Y'_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RY_0 + TY_h \\ Y_h \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} L'_h \\ L'_0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X'_h Y'_0 - Y'_h X'_0 \\ X'_0 \times Y'_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_h (RY_0 + TY_h) - Y_h (RX_0 + TX_h) \\ (RX_0 + TX_h) \times (RY_0 + TY_h) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R(X_h Y_0 - Y_h X_0) \\ T \times R(X_h Y_0 - Y_h X_0) + R(X_0 \times Y_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RL_h \\ T \times (RL_h) + RL_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

Das zugrundeliegende funktionale Modell lautet also

$$\begin{bmatrix} L'_h \\ L'_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RL_h \\ T \times (RL_h) + RL_0 \end{bmatrix} \quad (6)$$



mit

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \cos(\kappa) & -\cos(\varphi) \sin(\kappa) & \sin(\varphi) \\ \cos(\omega) \sin(\kappa) + \sin(\omega) \sin(\varphi) \cos(\kappa) & \cos(\omega) \cos(\kappa) - \sin(\omega) \sin(\varphi) \sin(\kappa) & -\sin(\omega) \cos(\varphi) \\ \sin(\omega) \sin(\kappa) - \cos(\omega) \sin(\varphi) \cos(\kappa) & \sin(\omega) \cos(\kappa) + \cos(\omega) \sin(\varphi) \sin(\kappa) & \cos(\omega) \cos(\varphi) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Dieses Modell kann man durch Ausmultiplikation in sechs Beobachtungsgleichungen umformen, die dem Ausgleichsmodell zugrunde liegen.

Die Ausgleichung wird nach dem Gauß-Markov-Modell

$$\hat{x} = (A^T P A)^{-1} A^T P l \quad (8)$$

gelöst, so dass eine bestmögliche Schätzung für die Transformationsparameter berechnet wird, die durch den Unbekanntenvektor \hat{x} beschrieben wird.

2.3 Anwendungsbeispiel einer Industrieanlage

Industrieanlagen bestehen häufig aus vielen Rohrleitungen, vgl. Abbildung 4. Um ein Gesamtmodell in einem einheitlichen Koordinatensystem zu erhalten, bietet sich zur Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten einer Industrieanlage eine Zuordnung und anschließende Transformation über die Zylinderachsen an (siehe Abbildung 5).



Abb. 4: Extraktion von Zylindern aus der Punktwolke. Zur besseren Veranschaulichung ist die photogrammetrische Aufnahme unterlegt.

Die Zylinder können durch eine Zylinderausgleichung in der Punktwolke bestimmt und ihre Zylinderachsen angezeigt werden. Die räumlichen Zylinderachsen werden durch den oben beschriebenen Registrierungsansatz einander zugeordnet. Ergebnis des Registrierungsansatzes sind die räumlichen Transformationsparameter zwischen Laserscan 1 und Laserscan 2, also die drei Drehwinkel ω, φ, κ und die Translationsbeträge t_x, t_y, t_z .

Die Daten des vorliegenden Beispiels wurden mit einem Riegl-Scanner LMS-Z420i mit aufgesetzter Kamera Nikon D100 aufgenommen.

Abbildung 6 enthält das Registrierungsergebnis des Beispiels aus Abbildung 5. Dargestellt sind die Geraden aus dem ersten Laserscan, die mit den geschätzten Transformationsparametern aus der Registrierung in den zweiten Laserscan transformiert worden sind. Das Endergebnis der geschätzten Transformationsparameter wird nach dem zweiten Iterationsschritt bei der Feinregistrierung mit einem Konvergenzkriterium von $|dx| \leq 10^{-3}$ [in rad bzw. m] erreicht. Die Standardabweichung der Residuen beträgt 9 mm. Die Standardabweichungen der geschätzten Rotationswinkel liegen unter 0,0008 rad, die der geschätzten Translationen unter 8 mm. Vergleicht man die ursprünglichen Geraden aus Laserscan 2 (Abbildung 5 rechts) mit den transformierten Geraden in Laserscan 2 (Abbildung 6), liegen alle minimalen Abstände der korrespondierenden Geraden unter 2 mm. Der maximale Winkel zwischen den Geraden beträgt 0,010 rad. Die einander zugeordneten Kantenstücke müssen sich nicht exakt entsprechen, sie können auch auf der Geraden gegeneinander verschoben sein. Die Abstände der Kantenstücke zugeordneter Geraden betragen im Mittel 9 mm. Der maximale



Abb. 5: Registrierung von Punktwolken über Raumgeraden, links: Laserscan vom Standpunkt 1 mit vorgegebenen Zylinderachsen (helle Geraden), rechts: Laserscan vom Standpunkt 2 mit vorgegebenen Zylinderachsen (helle Geraden)



Abb. 6: Ergebnis des geradengestützten Registrierungsansatzes. Die Geraden des ersten Laserscans sind mit den geschätzten Transformationsparametern in den zweiten Laserscan transformiert worden.

Abstand eines Kantenpunktes von dem korrespondierenden Kantenstück beträgt 1,9 cm.

2.4 Anwendungsbeispiel 2

Auch das zweite Projekt einer Industrieanlage wurde mit einem Riegl-Scanner LMS-Z420i mit aufgesetzter Kamera Nikon D100 aufgenommen. In diesem Beispiel werden neben Zylinderachsen auch andere Raumkanten als Beobachtungsdaten verwendet. Diese wurden manuell in der Punktwolke bestimmt, um das Genauigkeitspotenzial von nicht-automatischen Messungen zu untersuchen. Dies ist durch Superimposition von Bild- und Scannerdaten, wie es in PHIDIAS realisiert und in SCHWERMANN & EFFKEMANN 2002 beschrieben worden ist, einfach möglich. Wie in Abbildung 7 zu sehen ist, handelt es sich um

charakteristische Kanten von Gebäuden, die von beiden Scannerstandpunkten eindeutig zu identifizieren sind. Die räumlichen Transformationsparameter zwischen beiden Laserscannerstandpunkten wurden ebenfalls nach dem vorgestellten Registrierungsansatz bestimmt. Das Konvergenzkriterium von $|\Delta x| \leq 10^{-3}$ [in rad bzw. m] im Ausgleichungsansatz, dessen Ergebnis in Abbildung 8 dargestellt ist, wird im zweiten Iterationsschritt der Feinregistrierung erreicht. Die Standardabweichung der Residuen beträgt 3,4 cm. Diese ist deutlich größer als im ersten Beispiel. Dies kann damit erklärt werden, dass die manuelle Bestimmung der räumlichen Geraden in der Punktwolke deutlich unsicherer ist als beim automatisierten Verfahren. Die Standardabweichungen der geschätzten Rotationswinkel sind kleiner als 0,0003 rad, die der geschätzten Translationen kleiner als 4 mm. Vergleicht man auch hier die ursprünglichen Geraden aus Laserscan 2 (Abbildung 7 rechts) mit den transformierten Geraden in Laserscan 1 (Abbildung 8), sind alle minimalen Abstände der korrespondierenden Geraden kleiner als 1,8 cm. Der maximale Winkel zwischen den Geraden beträgt 0,012 rad. Die Abstände der Kantenstücke zugeordneter Geraden sind im Mittel 1,5 cm groß. Der größte Abstand eines Kantenpunktes zum korrespondierenden Kantensegment beträgt 4,1 cm.

3 Fazit

Der hier vorgestellte Registrierungsansatz ist vorteilhaft zur Registrierung von terrestrisch erfassten Laserscannerdaten bei Industrieanlagen einsetzbar, da auch Zylinderachsen als Geraden verwendet werden. Räumliche Geraden werden entweder manuell oder semi-automatisch durch Extraktion aus der Punktwolke bestimmt. Es dürfen für die Registrierung nicht nur parallele Zylinder vorliegen, da die Translation sonst in Zylinderachsenrichtung nicht eindeutig bestimmt werden kann. Es müssen gerade



Abb. 7: Registrierung von Punktwolken über Raumgeraden. Dargestellt sind räumliche Geraden im ersten (rote Geraden) und zweiten Laserscan (weiße Geraden), die einander zugeordnet werden sollen.



Abb. 8: Ergebnis der Registrierung: Geraden des ersten Laserscans, die in den zweiten Laserscan mit dem Ergebnis der Registrierung transformiert worden sind.

Kanten im Modell vorliegen, damit der hier vorgestellte Ansatz einsetzbar ist. Eine symmetrische Anordnung der Geraden im Modell könnte unter Umständen zu Problemen bei der Registrierung führen, da dann Geraden falsch zugeordnet werden. Exakte Angaben zur Effektivität des Ansatzes im Vergleich zu anderen Verfahren können zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht gemacht werden. Über mehrere Zylinderachsen oder Gebäudekanten in verschiedenen Raumrichtungen kann die räumliche Orientierung von Punktwolken eindeutig definiert werden. Durch die Verwendung von derartigen Objektmerkmalen reduziert sich der Aufwand für die Signalisierung mit klassischen Passpunktmarken erheblich. In dem hier vorgestellten Ansatz werden die Zylinder und Gebäudekanten, die für die spätere Erstellung eines 3D-Modells der Industrieanlage ohnehin benötigt werden, für die Registrierung verwendet. Es handelt sich wie bei flächengestützten Registrierungsansätzen um eine merkmalsbasierte Zuordnung. Geraden sind in vielen Anwendungen häufiger zu finden als Flächen, insbesondere wenn auch einfache Objektprimitive wie Zylinder benutzt werden. Der Speicheraufwand kann erheblich reduziert werden, da zur Registrierung nicht mehr die kompletten Punktwolken wie beim standardmäßigen ICP-Algorithmus, sondern nur noch einige Geraden benötigt werden. Zylindermodellierungen werden in vielen photogrammetrischen Softwareprogrammen benutzt, so dass der hier vorgestellte Registrierungsansatz als messtechnisch und rechentechnisch einfach zu implementierende Methode empfohlen wird.

4 Literatur

- [1] BESL, P.J. & N. D. MCKAY (1992): *A Method for Registration of 3D-Shapes* - IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 14 (2), pp: 239-256, 1992.
- [2] FÖRSTNER, W. (2004): *Projective Geometry for Photogrammetric Orientation Procedures I* - Tutorial notes from the tutorial held at the ISPRS Congress Istanbul, July 13th 2004. Part I.
- [3] GIELSDORF & MILEV (2008): *Ebenen detektion, Matching und verkettete Transformation von Laserscans* - DVW e.V. - Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement (2008) - Terrestrisches Laserscanning (TLS 2008) - Beiträge zum 79. DVW-Seminar am 6. und 7. November 2008 in Fulda, DVW-Schriftenreihe Band 54, 2008, Wißner Verlag, Augsburg, S. 163-172.
- [4] LICHTENSTEIN, M. & W. BENNING (2009): *Bestimmung räumlicher Transformationsparameter auf Grundlage von dreidimensionalen Geraden und projektiver Geometrie* - LUHMANN, MÜLLER (2009): *Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik*, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2009, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 66-73.
- [5] NÜCHTER A. & J. ELSEBERG (2009): *Linearisierte Lösung der ICP-Fehlerfunktion für global konsistentes Scanmatching* - LUHMANN, MÜLLER (2009): *Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik*, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2009, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 74-81.
- [6] SCHWERMANN, R. (1995): *Geradengestützte Bildorientierung in der Nahbereichsphotogrammetrie* - Veröffentlichung des Geodätischen Instituts der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Nr. 52, Aachen.
- [7] SCHWERMANN, R. & C. EFFKEMANN (2002): *Kombiniertes Monoplotting in Laserscanner- und Bilddaten mit PHIDIAS*. LUHMANN (Hrsg.): *Photogrammetrie und Laserscanning - Anwendung für As-Built-Dokumentation und Facility Management*, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 57-70.
- [8] STOLFI, J. (1991): *Oriented Projective Geometry: A Framework for Geometric Computations*. - Academic Press, Inc., San Diego.

Anschriften der Verfasser:

Dipl.-Ing. MARIA LICHTENSTEIN
 Univ.-Prof. Dr.-Ing. WILHELM BENNING
 Geodätisches Institut der RWTH Aachen
 Templergraben 55
 52062 Aachen
 E-Mail: Lichtenstein@gia.rwth-aachen.de