O.A. Mozžuchin

Zur Analyse von Nivellementergebnissen

1 Das Problem der Genauigkeitsschätzung eines Nivellementzuges

In [1] werden die Messergebnisse eines 18,96 km langen Nivellementzuges vorgestellt, der zur Verbindung der Höhennetze von Kroatien und Ungarn angelegt wurde. Der Zug besteht aus 30 Sektionen, die jeweils mit zwei Nivellierinstrumenten (ein modernes Digitalnivellier Leica NA 3003 und ein älteres Libellennivellier Wild N 3) unter verschiedenen atmosphärischen Bedingungen (vormittags bis 10.00 und nachmittags ab 17.00 Uhr) im Hin- und Rückgang gemessen wurden. Im Weiteren wird zur Verkürzung der Darlegung auf [1] und [2] verwiesen.

Die Analyse der Messungen in [1] hat zu unerwarteten Ergebnissen geführt. Etwa 80 % der Differenzen d weisen im ersten Zug (gemessen mit dem Digitalnivellier) ein negatives Vorzeichen auf, während im zweiten Zug (gemessen mit dem Libellennivellier) die Größen d mit positivem und negativem Vorzeichen ungefähr gleich verteilt sind. Die Summe der positiven und negativen d führt im ersten Zug zu - 12,86 mm und im zweiten zu - 0,32 mm. Die Höhendifferenz zwischen den Endpunkten des Zuges gemessen mit dem Leica NA 3003 beträgt 13 445,32 mm; mit dem Libellennivellier N 3 liegt diese Größe um einen Millimeter höher. Durch Verwendung der bekannten Kriterien zur Bewertung der erreichten Genauigkeit [1] ergeben sich Werte für den systematischen Fehler bezogen auf einen Kilometer von -0,32 mm für das Digitalnivellier und von - 0,04 mm für das Libellennivellier, was die zulässigen Grenzen im ersten Fall um das Sechs- bis Siebenfache übersteigt. Die zufälligen mittleren quadratischen Fehler sind in beiden Zügen nicht über die Grenzen der zulässigen Werte hinausgegangen.

Die nach den in [1] aufgeführten Messergebnissen erstellte graphische Darstellung (Abb. 1) zeigt die Differenzen $\Delta = H_1 - H_2$ zwischen den Höhenunterschieden für die Punkte des ersten und zweiten Zuges. Die Messergebnisse mit dem modernen Gerät erweisen sich als systematisch zu niedrig, aber nicht soviel, wie man aufgrund der Summe der negativen d erwartet hätte. Die Ursachen für die aufgetretenen Widersprüche lassen sich nicht im Rahmen der existierenden Vorstellungen über die Akkumulation von systematischen Fehlern in hochpräzisen Nivellementzügen erklären, weshalb diese im Folgenden unter dem Gesichtspunkt des Refraktionseinflusses betrachtet werden sollen.

2 Über den Einfluss der Refraktion in einem Nivellementzug

Zur Berechnung des systematischen Fehlers auf einem Standpunkt wird die folgende Formel [2, 3] angewandt:

$$\Delta' = 39.5pT^{-2}S^2J^{-0.7}\gamma_1^{0.2}(z_{m.2}^{-0.7} - z_{m.1}^{-0.7}) \cdot 10^{-9}.$$
 (1)

Als Beispiel wird die Höhendifferenz von 7280,61 mm gewählt, die in der Sektion des ersten Zuges (Tabelle 1: Pkte 19868/1015 in [1]) eine Länge von 0,75 km aufweist. Die Neigung der Linie beträgt i = 9,7 %. Multiplizieren wir diese mit 0,7 (Länge des Visierstrahles S = 35 m [1]), bekommen wir 6,8%. Mit der Instrumentenhöhe von J = 1,5 m finden wir für die Ablesungen auf den Messlatten $n_1 = 1,16$ m und $n_2 = 1,84$ m. Hieraus folgt, dass die Differenz der Zahlen in den Klammern der Formel (1)-0,1206 ist. Bei Standardwerten für die Parameter in (1) wird der Multiplikator vor den Klammen zu 0,32 mm. Dann ist $\Delta' = -0,0386$ mm. Nach Multiplikation mit der Anzahl der Standpunkte (750 m/70 m) finden wir $\delta'_1 = -0.41$ mm. Bei fallendem Nivellementweg werden die Zahlen in den Klammern der Formel (1) das Vorzeichen wechseln. Darum wird das Ergebnis der Messung $-h_2$ durch das Modell übertrieben. Eine ähnliche Situation tritt auch bei der gegenseitigen



Abb. 1: Differenzen der Höhenunterschiede $\Delta = H_1 - H_2$ für die Zwischenpunkte des ersten und zweiten Nivellementzuges

Tab.	1
------	---

Lfd. Nr.	$(\sum_{mm}h_m)_1,$	d mm	$(\sum_{mm} h_m)_2,$	d mm	Δ, mm	$(\sum_{mm} h_m) \iota_1,$	$(\sum_{mm} h_m) \prime_2,$	Δ, mm
1	50570,80	- 12,58	66,88	- 0,32	3,92	67,03	66,78	0,25
2	32008,06	- 10,05	06,60	- 3,86	1,46	05,05	05,44	- 0,39
3	- 18562,74	- 2,53	60,28	3,54	2,46	61,98	61,34	0,64
4	13445,32		46,32		- 1,00	43,07	44,10	- 1,03

trigonometrischen Höhenmessung auf [4]. Also. $d = -h_2 + h_1 = -(\delta_1 + \delta_2) = -0.82$ mm. Die durch Messung bestimmte Größe d ist im ersten Zug -0,79 mm und im zweiten -1,42 mm. Der bestimmende Faktor in der Bildung des systematischen Fehlers in der Formel (1) ist die Neigung. Bei i ~ 0 wird die Größe Δ unbedeutend. Doch in der Praxis geschieht dies nicht, wovon man sich durch Betrachten der Tabelle 1 in [1] überzeugen kann. Die Ursache liegt im System, das sich im Zustand des instabilen Gleichgewichts befindet. Der größte Teil der Sektionslinien weist eine geringere Neigung als 0,3% auf, wodurch die den Prozess bestimmenden Parameter durch andere Faktoren überlagert werden, die zur Beziehung (1) nicht gehören. In Analogie zur gegenseitigen trigonometrischen Höhenmessung [4] bestimmt die mittlere Differenz der Höhen $h_m = 0.5(h_1 + h_2)$ die Differenz der Zahlen $d = -(\delta_2 - \delta_1)$. Bei instabiler Stratifikation tritt die Ungleichung der Zahlen $\delta_2 > \delta_1$ auf, so dass sich die Korrektion nach Formel (1) ausrechnen lässt:

$$\Delta \sim 0.3 \cdot d \tag{2}$$

Die Korrektion entspricht dem durch Messung bestimmten Wert *d*. Der Koeffizient $C \sim 0,3$ (Multiplikator der analogen Umwandlung) wird in Analogie zu [4] verwendet. In den Stabilitätsbedingungen (Inversion der Lufttemperatur) nimmt der Gradient γ_1 in Formel (1) ein negatives Vorzeichen an, was zum Vorzeichenwechsel bei der Berechnung der Korrektionen führt. In der Tabelle 1 werden die aufsummierten Höhenunterschiede $\sum h_m$ und die diesen entsprechenden Werte *d* für die Züge 1 und 2 (entnommen aus [1]) sowie auch die Differenzen Δ zwischen diesen Höhenunterschiede, Nr. 2 positive Höhenunterschiede, Nr. 3 negative Höhenunterschiede, Nr. 4 Differenzen zwischen 2. u. 3.).

In den letzten drei Spalten werden dieselben Höhenunterschiede nach Einführung der Korrektionen gemäß Formel (2) unter Verwendung der in Tabelle 1 gezeigten Differenzen Δ und auch die neu gewonnenen Differenzen Δ' angegeben, die die gesetzmäßige Annäherung der Messergebnisse in beiden Zügen belegen.

Wie man aus der Tabelle ersieht, sind die Messergebnisse des ersten Zuges im Vergleich zu den korrigierten Werten überhöht, während im zweiten Zug die Messergebnisse von den korrigierten Werten verhältnismäßig gering abweichen. Höhen, denen überhöhte Höhenunterschiede h_m bezogen auf den Anfangspunkt des Nivellementzuges zugrunde liegen, hängen vom Vorzeichen des Höhenunterschiedes ab. Bei negativen h_m werden die Höhen geringer und bei positiven größer. Dies veranschaulicht die graphische Darstellung (siehe Abb. 1). Die Konfiguration des Linienprofils des Nivellementzuges spiegelt sich in der graphischen Darstellung wider [1]. Die Überhöhung der Ergebnisse des ersten Nivellementzuges im Verhältnis zum zweiten ist auf präzisere Messungen des Parameters d und auf ein modernes Gerät zurückzuführen.

Ähnliche Messungen werden in [5] vorgestellt. Es wurden ganzjährige Nivellements bezogen auf einen relativen Anfangspunkt auf einer Linie von 4,3 km mit einer mittleren Neigung von 9,3% durchgeführt. Die Höhenunterschiede, die in den Sommermonaten gemessen wurden, waren überhöht, während die in den Herbst- und Wintermonaten gemessenen Höhenunterschiede um 2–3 mm niedriger waren. Die Schwingungsamplitude betrug 11 mm. Die Autoren waren nicht in der Lage, diese Messfehler insbesondere mit dem Einfluss der Refraktion zu erklären. Bei Benutzung des vorgestellten Berechnungsschemas gelingt es, die Korrektion $\Delta = -2,10$ mm zu bestimmen, was mit den Messergebnissen übereinstimmt.

3 Zur Frage der Schätzung der Höhenpräzision in hochgenauen Nivellementzügen

Die existierende Methode der Präzisionsschätzung geht vom Vorhandensein einer zufälligen Komponente ε_i und einer systematischen Komponente δ_i in den Differenzen d_i aus. Unter dieser Voraussetzung werden die Formeln für den zufälligen und systematischen mittleren quadratischen Fehler zur Bestimmung des mittleren Höhenunterschiedes bezogen auf 1 km Doppelnivellement erhalten.

Betrachten wir die Anfangsposition aus einem anderen Blickwinkel. Das Ergebnis der Messung besteht aus 3 Komponenten:

$$h = h_0 + \varepsilon + \delta,$$

mit h_0 = gesuchte Konstante, ε = zufälliger Fehler bei der Bestimmung von h_0 , δ = reguläre Variable, die durch den Einfuß der Refraktion hervorgerufen wird. Die Messungen $h' = (h_0 + \varepsilon)$ gehören zu den determinierten und δ zu den undeterminierten Bestimmungen. Die wiederholten Bestimmungen für h unterscheiden sich nicht untereinander (allerdings in den Grenzen der Genauigkeit der Messungen). Die Variable δ ermöglicht nur ein Resultat in einem bestimmten Moment und auf einer gegebenen Stelle zu bekommen. Also, die Differenzen d kann man nicht als Fehler geodätischer Messungen betrachten. Deshalb sind die in der Praxis verwendeten Formeln für die Schätzung der zufälligen und systematischen Fehler in hochgenauen Nivellementzügen unkorrekt (nicht richtig). Zum Ergebnis der Messung h_m gehört eine variable Größe, die sich berechnen lässt und nur einen Teil der Differenzen *d* ausmacht. Eine Steigerung der Präzision von Höhennetzen ist mit der Beseitigung des Einflusses der Refraktion verbunden.

Prof. Dr.-Ing. Bertold Witte (Universität Bonn) danke ich für wertvolle Bemerkungen und Ratschläge.

Literatur

- ROŽUC, N.; LASIĆ, Z.; RAZUMOVIĆ, I.: Comparison of High Accuracy Levelling Survey achieved with digital and classical Levelling Instruments. AVN 4/2008. S. 137–145.
- HOCHSCHULNACHRICHTEN

Autorenreferat

TU Dresden: Herr Dipl.-Ing. Stefan Knoblach wurde am 20.10.2009 an der Fakultät Forst-, Geo- und Hydrowissenschaften der TU Dresden mit der Dissertation "*Ent*wicklung, Kalibrierung und Erprobung eines kameraunterstützten Hängetachymeters" zum Dr.-Ing. promoviert.

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Möser und Prof. Dr.-Ing. Hilmar Ingensand (ETH Zürich).

Für tachymetrische Messungen in einem Zenitwinkelbereich zwischen 170 und 230 gon wurde das Konzept eines Hängetachymeters entwickelt, welches auf der Kombination eines in hängender Position montierten Tachymeters mit einem externen Neigungssensor basiert. Der Schwerpunkt der Entwicklung lag dabei auf der Verbindung der einzelnen Sensoren (Tachymeter, Neigungssensor, Okularkamera und Fokus) zu einem integrierten System. Bei Messungen nahe dem Zenit bzw. dem Nadir wirken besonders die Einflüsse der Instrumentenabweichungen auf die Richtungsmessung. Die theoretischen Ansätze zur Kombination eines Tachymeters mit einem externen Neigungssensor wurden erarbeitet, und daraus ein Hängetachymeter mit einer speziellen Aufhängevorrichtung und einer Nivel 20 entwickelt. Die Achsenabweichungen des Tachymeters müssen in hängender Position bestimmt werden. Es kann nicht vorausgesetzt werden, dass diese mit den in aufrechter Position bestimmten Werten übereinstimmen. Zur Kalibrierung des Neigungssensors wurden drei Verfahren untersucht. Für die Steuerung des Hängetachymeters, die Kalibrierung der Sensoren, die Auswertung und Korrektur der Messwerte, deren Speicherung und Weiterverarbeitung sowie dem Datenexport wurde eine spezielle Software entwickelt. Die Kombination des Hängetachymeters mit einem CCD-Sensor wurde konstruktiv so modifiziert, dass ein Durchschlagen des Tachymeterfernrohrs weiterhin möglich ist. Zur Realisierung eines Autofokus wurde ein Schrittmotor an das Hängetachymeter montiert, der über den Fokussierring des Tachymeters die Fokussierlinse bewegt. Auf der Grundlage des Bildkontrastes wurde eine Autofokusfunktion hergeleitet und die Position des Kontrastmaximums mit verschiedenen Ansätzen dargestellt. Um mechanischen Einschränkungen bei der Übertragung einer Drehung des Schrittmotors in eine entsprechende Positionsänderung der Fokussierlinse Rechnung zu tragen, wurde ein spezieller Algorithmus programmtechnisch umgesetzt. Die Kalibrierung der Okularkamera basiert auf einer Modellierung des Abbildungsprozesses durch lineare Funktionen. Der Strahlengang im optischen System Tachymeterfernrohrs des wurde dargestellt, ebenso ihn beeinflussende Faktoren wie radialsymmetrische Verzeichnungen, eine Verkippung der Bildebene und eine Exzentrizität des Projektionszentrums vom Tachymeterursprung. Hieraus wurde für eine konstante Objektentfernung die Entwicklung eines Abbildungsmodells mittels einer Affintransformation beschrieben und die Bestimmung der Kalibrierwerte dargestellt. Anschließend wurde der Ansatz auf den allgemeinen Fall be-

[2] MOZŽHUKHIN, O. A.: Technology for Correcting Refraction in Levelling. AVN 4/2008. S. 146–152.

- [3] MOZŽHUKHIN, O. A.; GORDEYEVCTEV, A. V.: Refraction in Precision Levelling. AVN 3/2007. S. 93–95.
- [4] MOZŽHUCHIN, O. A.: Zur Berechnung des Refraktionseinflusses bei gegenseitiger trigonometrischer Höhenmessung. AVN 4/2009.S.141–145.
- [5] LOKOTKO, M. I.; SAPRIKIN, A. V.; CHURIKOV, V. A.: Peculiarities of all-year round levelling data concerning earthquake precursor search on the Eastern coast of the Kamchatka. Prediction of earthquakes. Nr.11., 1989. S. 220–233. (In russischer Sprache).

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. O.A. MOZZUCHIN. Staatliche Akademie der Landwirtschaften, Gagarin Str. 97, Rossija, 603170, Nizhniy Novgorod. E-Mail: Mozzhuxin@yandex.ru

> liebiger Objektentfernungen erweitert. Hierbei wurde die Abhängigkeit der Kalibrierwerte von der Position der Fokussierlinse (Position des Schrittmotors) aufgezeigt. Die zur optischen Zielerkennung eingesetzten Bildverarbeitungsalgorithmen gliedern sich in eine manuelle Punktanzielung im Bild, die punktförmiger Messung Muster durch Kantendetektion und Ellipsenanpassung und Bildzuordnungsverfahren nach der Methode der kleinsten Quadrate. Des Weiteren wurden Stabilitätsuntersuchungen des Hängetachymeters in Kombination mit der Okularkamera durchgeführt. Darüber hinaus wurde untersucht, ob es zu mechanischen Veränderungen des CCD-Sensor während der Aufwärmphase des Systems kommt. Bei Messungen über 60 Stunden kam es zu Abweichungen von 0,2 mgon. Für Messungen im höchsten Genauigkeitsbereich benötigt das System eine Aufwärmzeit von ca. sechs Stunden.

