



Die geodätischen Grundlagen der Landesvermessung im ehemaligen Großherzogtum Hessen

Dr.-Ing. Walter Ohlemutz,
Geodätisches Institut der Technischen Hochschule Darmstadt, (1957)

FORTSETZUNG aus Heft 10/2006

7 Die Korrekturen der Basen

An den 5 gemessenen Teilbasen wurden die folgenden Korrekturen angebracht:

- Reduktion der Lattenachsen auf den Horizont
- Verbesserung des unvollkommenen Kontaktes zwischen den Lattenenden und den Zungen
- Reduktion auf die allgemeine Mitteltemperatur $7,9^{\circ}$ R
- das anzufügende Reststück am Ende jeder Messung
- Verbesserung wegen der Dicke der Lote.

Für die Verbesserungen wegen der Neigung der Lattenachsen und der Neigung der Zungen wurden die entsprechenden Ausdrücke aufgestellt und dann in einer Formel vereinigt. Diese wurde auf die Beobachtungswerte der Tafel II angewandt und ergab die Reduktionen in Pariser Linien für die einzelnen Basen. Die erhaltenen Werte stimmen in der „Denkschrift“ [25] und im „Bericht“ [26] miteinander überein.

Der wegen der Zungenkanten und der Zungendicke ($1,5 \text{ lin} = 3,4 \text{ mm}$) unvollkommene; Kontakt zwischen Lattenende und Zunge bei verschiedener Neigung zweier aufeinander folgender Latten sowie sein Einfluss auf die Lattenstrecke wurden in der Denkschrift näher erläutert, während im Bericht von DELCROS nur das Endergebnis mitgeteilt wurde. SCHLEIERMACHER berechnete unter Annahme eines Mittelwertes der Neigungsunterschiede die Verbesserung für 1 Latte zu $+0,01 \text{ lin}$. Durch Multiplikation mit der Anzahl der Latten erhielt man die Verbesserung für die zugehörige Basis. Diese Werte sind in der Denkschrift in Linien ausgedrückt; DELCROS bringt sie in Einheiten der Toise. Differenzen in den Angaben treten nicht auf.

Sämtliche Basen wurden dann auf die Temperatur von $+7,9^{\circ}$ R bezogen, welche sich als Mittelwert aller Beobachtungen bei den Lattenvergleichen mit den eisernen Rößler-Toisen ergeben hatte. Die Werte in den beiden Veröffentlichungen stimmen ebenfalls miteinander überein. Am Ende jeder Basis blieb ein Reststück kleiner als 1 Lattenlänge, das getrennt und zusätzlich gemessen werden musste. Über die Art der Messung dieser Stücke finden sich keine Angaben. Vielleicht wurden die eisernen Vergleichsstäbe und ein in Linien geteiltes Lineal hierzu benutzt. Die Werte sind in Toisen, Fuß, Zoll und Linien

angegeben, bei DELCROS zusätzlich noch in Toisen mit 5 Dezimalen. Unterschiede in den Beobachtungswerten treten nicht auf. Jedoch ergeben sich bei der Prüfung der in Toisen umgerechneten Größen einige Unstimmigkeiten. In 3 Fällen sind es Auf- bzw. Abrundungen auf die 4. Dezimale, obwohl 5 Stellen angeführt sind; in einem Fall beträgt die Differenz 1 Einheit der 4. Stelle.

Diese Abweichungen sind praktisch ohne Bedeutung. Ihr größter Wert $0,0001 \text{ t}$ entspricht rd. $0,2 \text{ mm}$. In der weiteren Rechnung treten die Basislängen nur mehr mit 4 Dezimalen oder nur 3 Dezimalen auf.

Für die obige Prüfung sowie für die noch folgenden gelten die Maßverhältnisse:

$$1 \text{ Toise} = 6 \text{ Fuß (')} = 72 \text{ Zoll (")} = 864 \text{ Linien (")}$$

$$1 \text{ Toise} = 1,949\,036\,3107 \text{ Meter.}$$

Die letzte der anfangs genannten Verbesserungen ergab sich wegen der „Dicke des Lotes“ und betraf nur 3 der Teilbasen. Es handelt sich hier sicher um die halbe Dicke der Lotschnur, die mehrfach zugefügt werden musste. Wann und wo diese Lotungen stattgefunden haben, lässt sich nicht mehr genau feststellen, weil außer denjenigen der Tafel II in [25] und [26] keine weiteren Beobachtungen vorliegen. Da alle betroffenen Basen den gemeinsamen Ausgangspunkt B haben, ist anzunehmen, dass die Vermarkungsart dieses Punktes eine Schnurlotung erforderlich machte.

Anlass zu weiteren Lotungen dürfte in den Geländeschwierigkeiten zu suchen sein. Dies ist aus den sin-vers der Neigungen dieser Strecken in der Tafel II zu erkennen. BC weist als Summe der $1\,000\,000 \times \sin$ -vers bei 59 Latten den Wert 7632 auf und erhält als Lotverbesserung $0,9 \text{ lin} = 2,0 \text{ mm}$. BA mit zwar 6650 Einheiten bei 70 Latten, aber weniger Geländeschwierigkeiten auf der glatten Rheinstraße benötigte nur $0,3 \text{ lin} = 0,7 \text{ mm}$. Die Hauptstrecke BE verlässt im letzten Drittel den damaligen Verbindungsweg Darmstadt-Griesheim und überquert offenes Feld sowie den Sattel zwischen 2 Sanddünen. Die dortigen Geländeunebenheiten lassen sich aus der geringen Tages-Lattenzahl und den trotzdem sehr hohen sin-vers-Summen ersehen, die beim Messen dieser Strecke zwischen dem 16. und 22. Okt. 1808 auftreten. Die Strecke BE erhielt eine Lotverbesserung von $2,3 \text{ lin} = 5,2 \text{ mm}$. Für die Strecken EF und EG ergab sich keine



Lotung, da sie auf annähernd horizontalen Feldwegen gemessen werden konnten. Lage- und Sichtverhältnisse sämtlicher Strecken sind heute baulich verändert bzw. behindert.

Wenn man als halbe Schnurdicke $0,15 \text{ lin} = 0,3 \text{ mm}$ annimmt, was durchaus möglich war, so ergeben sich für BC 6, für BA 2 und für die schwierigste Strecke BE 15 Lotungen. Bei DELCROS sind die Lotverbesserungen auf 2 Dezimalen angegeben, während SCHLEIERMACHER nur 1 Dezimale bringt. Die Werte sind jedoch einander gleich; DELCROS hat lediglich eine Null angefügt. Für 15 Lotungen bei der Strecke BE mit $0,15 \text{ lin}$ angenommener halber Schnurdicke ergeben sich dann $2,25 \text{ lin}$ Verbesserung, welche aufgerundet als $2,3 \text{ lin}$ angesetzt wurden und bei DELCROS $2,30 \text{ lin}$ lauten.

Nachdem alle Korrekturen bestimmt waren, konnten die Längen der 5 Teilbasen berechnet werden. Dies geschah tabellarisch, jedoch bei SCHLEIERMACHER und DELCROS in verschiedener Form. Der Erstere bringt alle Größen in Toisen, Fuß, Zoll und Linien und rechnet dann das Endergebnis in Toiseneinheiten mit 3 Dezimalen um. DELCROS rechnet von Anfang an in Toisen mit 4 Dezimalen. Ein Vergleich in 4-stelligen Toisenzahlen bringt einige kleine Auf- bzw. Abrundungsuntimmigkeiten, welche sich nicht auswirken, da SCHLEIERMACHER und DELCROS zur Weiterrechnung nur 3 Dezimalen bzw. eine fingierte 4. Stelle verwenden.

Bei der Hilfsbasis GE tritt aber ein offensichtlicher Fehler auf. Die 4-stellig ermittelten Werte $265,9017 \text{ t}$ und $265,9016 \text{ t}$ werden bei SCHLEIERMACHER zu $265,901 \text{ t}$ abgerundet bzw. von DELCROS zu $265,9010 \text{ t}$ angesetzt. Die richtigen, aufgerundeten Werte müssten lauten $265,902 \text{ t}$ bzw. $265,9020 \text{ t}$. Der Einfluss dieses Fehlers auf die weitere Rechnung wird im nächsten Abschnitt nachgewiesen.

8 Die Berechnung der Hilfs-Dreiecke

Die eigentliche Basis KI zwischen den Kirchturmknöpfen von Darmstadt und Griesheim musste aus den gemessenen Strecken und insgesamt 6 Hilfsdreiecken berechnet werden. Hierzu wurden die Winkel auf sämtlichen Punkten der Hilfsdreiecke sehr sorgfältig mit dem 12-zölligen Repetitions-Theodolit von RÖSSLER, Darmstadt beobachtet, welcher von BAUMANN, Stuttgart geteilt worden war. Die Winkel wurden durch Repetition gemessen und gemittelt. Eine Beschreibung des Repetitionsverfahrens und einiger RÖSSLER-Theodolite wurde später von ECKHARDT veröffentlicht [35]. Über die Zentrierungsrechnungen für die exzentrischen Beobachtungen auf den Kirchen von Darmstadt und Griesheim sind keine Unterlagen mehr vorhanden. Vor der Berechnung der Dreiecke wurden die Winkel nach einer besonderen Untersuchung über Beobachtungsfehler verbessert und auf die Summe von 180° abgestimmt. Auch über diese Verbesserungsmethode ist nichts bekannt.

SCHLEIERMACHER bringt in seinem Mémoire eine vollständige Berechnung der einzelnen Dreiecke, während DELCROS die Ergebnisse der ersten 4 Hilfsdreiecke in einer Tafel zusammenstellt und nur die beiden letzten Dreiecke

ausführlich berechnet. Im Verfolg der vorliegenden Arbeit wurden sämtliche Berechnungen 7-stellig logarithmisch nachgeprüft und bei Auftreten von Differenzen unter Berücksichtigung derselben neu berechnet.

$\triangle B-C-K$: Mit Annahme der gegebenen Winkel und der Seite $BC = 238,001 \text{ t}$ bzw. $238,0010 \text{ t}$ ergibt sich bei der Prüfung sowie in beiden Veröffentlichungen keine Differenz. Die durch ein weiteres Dreieck A-B-K zu bestimmende Seite BK wird auf 4 Dezimalen der Toise ausgedrückt und lautet zunächst $BK = 363,8701 \text{ t}$.

$\triangle A-B-K$: Die gemessene Seite BA beträgt $281,466 \text{ t}$ bzw. bei DELCROS $281,4660 \text{ t}$. In der logarithmischen Rechnung nach SCHLEIERMACHER werden die Sinuswerte der 3 Winkel um je 1 Einheit der 7. Stelle zu klein aufgeschlagen. Die Endergebnisse der Seitenlogarithmen und der Seiten selbst stimmen damit jedoch wieder bei Originalrechnung und Prüfung miteinander überein. Die Seite BK wird hier erhalten zu $363,8896 \text{ t}$ und wird mit obigem Wert im Mittel $363,8798 \text{ t} = 363,880 \text{ t}$. Das Logarithmenmittel 2.5609580 wird jedoch nicht in der weiteren Rechnung verwandt. In Dreieck K-B-E erscheint später der Wert 2.5609582 für die auf 3 Dezimalen abgerundete Strecke $363,380 \text{ t}$.

$\triangle G-E-I$: In der Originalrechnung wird der Sinus des Winkels bei I um 1 Einheit zu klein aufgeschlagen, was sich jedoch nicht auf die zu bestimmende Seite EI auswirkt. Sie wird mit $264,3426 \text{ t}$ erhalten. In diesem Dreieck G-E-I kommt die bereits nachgewiesene, falsch abgerundete Strecke GE mit $265,901 \text{ t}$ zum Ansatz. Die Prüfung mit dem richtigen Wert $265,902 \text{ t}$ ergab für $EI = 264,3436 \text{ t}$ ($\log = 2.4221688$) und für $GI = 418,046 \text{ t}$ (2.6212241). Bei der weiter zu verwendenden Strecke EI beträgt die Differenz gegen den obigen Wert $0,0010 \text{ t} = 1,9 \text{ mm}$.

$\triangle F-E-I$: Hier wird die Seite EI zur Kontrolle berechnet. Bei der Nachrechnung zeigen sich keine Differenzen, und die Strecke EI wird erhalten zu $264,3357 \text{ t}$ ($\log = 2.4221559$). Mit dem obigen falschen Wert ergeben sich folgende Mittel: $264,3392 \text{ t}$ (2.4221615). Der Wert wurde auf $264,339 \text{ t}$ abgerundet und mit dem neuen Logarithmus 2.4221613 im Dreieck K-E-I eingesetzt. Mit dem Nachprüfungswert aus Dreieck G-E-I ergeben sich die Mittel $264,3396 \text{ t}$ und 2.4221624 , was bei Ansatz von 3 Dezimalen $264,340 \text{ t}$ bzw. 2.4221629 lautet.

$\triangle K-B-E$: Wie schon bei Dreieck A-B-K erwähnt, wird hier nicht mit dem Logarithmenmittel von KB weitergerechnet. KB wird aus den auf 3 Dezimalen abgerundeten Einzelwerten richtig berechnet zu $363,889 \text{ t}$, wobei der Wert $363,8896 \text{ t}$ aus Dreieck A-B-K falsch zu $365,889 \text{ t}$ angeschrieben wird. Für das Mittel $363,880 \text{ t}$ wird als Logarithmus 2.5609582 statt 2.5609580 gesetzt.

Führt man die Berechnung mit dem richtigen Log.-Mittel durch, so erhält man für KE, das gleiche Ergebnis $5716,679 \text{ t}$ mit dem Logarithmus 3.5701551 wie die Originalrechnung. Die 2 Einheiten der 7. Stelle wirken sich auf den Wert x nicht aus. In der Berechnung des Winkels bei E tritt jedoch in der Originalrechnung eine beeinflussende Differenz auf. Zunächst wird schon $\log \sin B$ um 1 Einheit zu klein aufgeschlagen, was jedoch keinen weiteren Einfluss hat. Der $\log \sin E$ mit 8.5071330 (verbessert $= 8.5071329$) liefert dann bei SCHLEIERMACHER $1^\circ 50'31''$,



während er für beide obigen Logarithmen $1^{\circ} 50' 32''$ lauten müsste. Dies ergibt schließlich mit dem Winkel BEI ($= 167^{\circ} 09' 07''$) zusammen den Winkel KEI = E' = $168^{\circ} 59' 39''$ statt des weiter verwendeten falschen $168^{\circ} 59' 38''$.

△ **K-E-I:** In diesem Dreieck wird die eigentliche Triangulations-Basis KI zwischen den Kirchturmknöpfen von Darmstadt und Griesheim berechnet, an welcher dann allerdings noch einige Reduktionen anzubringen sind.

SCHLEIERMACHER benutzt auch hier nicht das Log.-Mittel für EI, sondern schlägt für die gemittelte Strecke EI einen neuen Wert 2.422 1613 auf. Die Größe x' erfährt jedoch hierdurch keine Änderung. Am Ende der Rechnung wird der Wert $\log KI^2 = 7.198 9969$ erhalten, der zu 5.599 4984 richtig halbiert wird. Hierzu schlägt SCHLEIERMACHER als Numerus den Wert 3976,477 auf, welcher aber 3976,476.1 bzw. 3976,476 lauten müsste. Vielleicht hat er beim Delogarithmieren die halbe Einheit der 7. Stelle mitbenutzt, also 3.599 4984.5, womit dann 3976,476.6 bzw. 3976,477 erhalten wird. Die Berechnung von DELCROS, welche ja schließlich von SCHLEIERMACHER stammt, bringt für den gleichen Logarithmus 3.599 4984 den richtigen Numerus 3976,476. Es ist aber möglich, dass DELCROS den SCHLEIERMACHERSCHEN Wert 3976,477 um 0,000 1 verkleinert hat, um Übereinstimmung mit seiner Kontrollrechnung nach DELAMBRE zu erhalten, welche nach einer Reihenentwicklung den Wert 3976,476 lieferte [26], [36].

Mit der verbesserten Strecke EI bzw. ihrem Log.-Mittel und dem jetzt ermittelten Winkel KEI wurde eine Neuberechnung für KI ausgeführt und zwar für halbe sowie ganze Sekunden in $1/2$ KEI, d.h. für $84^{\circ} 29' 49''$, $49,5''$ und $50''$. Aus diesen Berechnungen folgt KI jeweils zu $3976,4780 t = 3976,478 t$. Setzt man am Schluss der Rechnung für $1/2 \log KI^2$ aus den Winkeln $84^{\circ} 2' 49''$ und $84^{\circ} 29' 49,5''$ eine 8. Stelle an, also 3.599 4985.5 statt 3.599 4986, so erhält man $3976,477 52 t$, was aufgerundet ebenfalls $3976,478 t$ ergibt. Die nicht reduzierte Länge von KI müsste also lauten $3976,478 t$ und nicht $3976,476 t$ [26] bzw. $3976,477 t$ [25].

9 Die Reduktion der Basis

Die Reduktion von KI zur endgültigen Basislänge setzt sich aus den folgenden Größen zusammen:

- Reduktion auf die Eichmaß-Temperatur von $t = 13^{\circ} R$
- Reduktion auf den Meeresspiegel
- Verbesserungen aus den Komparatormessungen.

Die bis jetzt erhaltene Basis ist in eisernen Toisen bei einer Mitteltemperatur von $+7,9^{\circ} R$ ausgedrückt. Sie muss nun auf die Normaltemperatur von $+13^{\circ} R$ der Peru-Toise (Toise de l'académie) in Paris bezogen werden. In beiden Veröffentlichungen und bei der Prüfung ergibt sich diese Reduktion zu

$$-3976,477 t \cdot (13,0 \text{ deg} - 7,9 \text{ deg}) \cdot 0,000 01445 = -0,293 t.$$

Für die Reduktion auf den Meeresspiegel wurde die Höhe von Darmstadt aus dem mittleren Barometerstand geschlossen. SCHLEIERMACHER misst den hierzu benutzten Barometerbeobachtungen keine große Genauigkeit zu

und hält es für möglich, dass die Basis in dieser Richtung noch einer Verbesserung bedürfe [25]. Er und auch DELCROS stellen fest, dass ein Fehler von 0,1 lin im Barometerstand einen solchen von 0,001 6 t ($= 3,1 \text{ mm}$) in der Länge der Basis mit sich bringt.

Der mittlere Barometerstand in Darmstadt wurde beobachtet zu 0,751 2 m, derjenige der Meereshöhe zu 0,762 9 m. Aus der Differenz von 11,7 mm wurde als Höhe für Darmstadt berechnet $67 t = 130,58 \text{ m}$ über dem Meer, was einer barometrischen Höhenstufe von $5,727 t = 11,16 \text{ m}$ entspricht.

Für die zur Reduktion erforderliche Länge des Erdradius sind in den beiden Veröffentlichungen keine Angaben gemacht. Da im Jahre 1808 die Ellipsoidmaße für die beabsichtigte hessische Landesvermessung noch nicht vorlagen, ist anzunehmen, dass hierzu ein Wert R benutzt wurde, welcher von ECKHARDT gelegentlich seiner ersten Triangulation von 1804/1807 und der bis 1808 gemachten geodätisch-astronomischen Messungen als Näherungswert bestimmt wurde [4]. Dort findet sich als Radius der „hypothetischen Kugel“ bzw. als $\log 1/R$ der Wert 3.48 625, d.h. $\log R = 6.51 575$ und damit $R = 3 264 000 t = 6 361 654 \text{ m}$. Setzt man diese Größe in die Reduktionsformel ein, so ergibt sich in Übereinstimmung mit den Berichten von SCHLEIERMACHER und DELCROS eine Reduktion von $-0,0816 t = -0,082 t$ ($= -0,160 \text{ m}$).

Zu den damaligen barometrischen Messungen soll hier folgendes bemerkt werden. ECKHARDT führte bei seinen trigonometrischen Arbeiten stets ein Reise-Barometer mit sich, um damit die Höhen der vorzüglichsten Punkte seines Netzes über der Meeresfläche zu bestimmen. Er ging dabei von dem mittleren Barometerstand seiner Heimatstadt Büdingen/Oberhessen aus, welcher von Regierungsrat HEBEBRAND aus sechsjährigen sorgfältigen Messungen abgeleitet worden war. HEBEBRAND führte auch die korrespondierenden Beobachtungen am Standbarometer aus. ECKHARDT entwickelte eine einfache barometrische Höhenformel und beschäftigte sich mit Verbesserungsvorschlägen für die Konstruktion der damals gebräuchlichen Barometer. Ihn interessierte besonders die Kapillardepression, und er brachte auch hierfür eine einfache Gebrauchsformel. Diese Arbeiten ECKHARDTS veranlassten später SCHLEIERMACHER, die Kapillardepression analytisch zu behandeln und hierfür Tafelwerte aufzustellen [4, 6, 37].

DELCROS bezog seine Beobachtungen, die er in Frankreich, in der Schweiz und in Westdeutschland durchgeführt hatte, auf den Hafen von Marseille, Gab aber gleichzeitig an, dass er sich auf die dortigen Beobachtungen nicht habe verlassen können. Aus den engen Beziehungen ECKHARDTS zu DELCROS kann geschlossen werden, dass auch ECKHARDT das Mittelmeer bei Marseille als Ausgang für seine Höhen genommen hat.

Die oben angegebene „Höhe der Basis über der Meeresoberfläche“ von $67 t$ ($= 130,6 \text{ m}$) bezieht sich offensichtlich auf den Basispunkt A vor dem Westportal des Darmstädter Schlosses. In seinem Koordinatenverzeichnis zur ersten trigonometrischen Aufnahme von Hessen gibt nämlich ECKHARDT als Höhe des Pflasters an der Stadtkirche $67,4 t$ ($= 131,4 \text{ m}$) an. Der Differenz von $0,4 t$

(= 0,78 m) zwischen den beiden Punkten entspricht allerdings ein heutiger Höhenunterschied von 3,24 m. Aus den Höhenmessungen des Stadtvermessungsamtes Darmstadt ergibt sich jedoch für den Punkt A eine Höhe von 142 m ü. NN. Hierbei soll die bekannte Differenz zwischen den Pegeln in Marseille und Amsterdam mit 0,81 m unberücksichtigt bleiben. Unter dem Ansatz $142\text{ m} = 72,9\text{ t}$ und des bereits benutzten Wertes $R = 3\,264\,000\text{ t}$ ergibt sich dann eine Reduktion von $-0,089\text{ t} = -0,173\text{ m}$, d.h. eine Differenz von $0,007\text{ t}$ (= 0,013 m) gegenüber dem SCHLEIERMACHERSCHEN Wert $0,082\text{ t} = 0,160\text{ m}$.

10 Die endgültige Länge der Basis

Nach Anbringen der Reduktionen aus dem obigen Abschnitt ergibt sich dann die endgültige Basislänge zwischen den Kirchtürmen von Darmstadt und Griesheim.

	SCHLEIERMACHER	DELCROS
Reduktion auf die Temperatur von 13°R	-0,293 t	-0,293 t
Reduktion auf den Meeresspiegel	-0,082 t	-0,082 t
Reduktion a. d. Komp.-Messungen	-0,015 t	-0,015 t
Summe der Korrekturen	-0,390 t	-0,390 t
Berechnete Basis	3976,477 t	3976,476 t
Reduzierte Basis	3976,087 t	3976,086 t

Neben diesen beiden Werten, deren Zustandekommen in den vorhergehenden Abschnitten erläutert worden ist, existieren noch zwei weitere für die reduzierte Basis, nämlich derjenige als Grundlage der Triangulation von Rheinhessen mit 3976,098 t und der von ECKHARDT ab 1829 in seinen Veröffentlichungen [4,5] und [15] genannte mit 3976,088 t. Die Herkunft dieser beiden letzten Werte ist nicht einwandfrei zu klären.

Nachdem die Provinz Rheinhessen im Jahre 1815 im Austausch gegen das Herzogtum Westfalen an Hessen gefallen war und 1816 in Besitz genommen wurde, ließ ECKHARDT dort ab 1818 eine Triangulation I. u. II. Ranges durchführen, deren Berechnung 1821 beendet wurde. Die Winkelbeobachtungen und Dreiecksauflösungen wurden in einem Heft zusammengestellt sowie durch Lithographie vervielfältigt [38]. Die Schrift erschien ohne Verfasseramen, gedruckt im Lithographischen Institut Darmstadt (Staatslithographie), das damals unter der Direktion ECKHARDTS stand. In einem „Sr. Excellenz dem Königl. Preußischen Generallieutenant Freyherrn VON MÜFFLING“ gewidmeten Exemplar kennzeichnete sich ECKHARDT durch den eigenhändigen Zusatz „vom Herausgeber“ [33]. Es handelt sich darin um 8 Dreiecke I. Ranges und um 102 Dreiecke II. Ranges. Bei dem ersten Dreieck I. Ranges Melibokus-Griesheim-Darmstadt befindet sich am Fuß des Formulars die Anmerkung „Basis = 3976,098 Toisen bei 13° Réaumur“. Der Logarithmus der Basis ist mit 3.59 4571 richtig in die Rechnung eingeführt. Dieser Basiswert tritt in keiner späteren Veröffentlichung auf und war bis jetzt nicht bekannt.

Aus dem 8. Dreieck I. Ranges Darmstadt-Wickert-Zornheim bzw. aus der Seite Darmstadt-Zornheim wurde die Ausgangsseite des Netzes zur Kontrolle berechnet. Sie folgte für Darmstadt-Griesheim zu 3976,234 t, d.h. mit einer Abweichung von +0,136 t gegen die Messung. Auch hier findet sich eine entsprechende Bemerkung mit den beiden vorgenannten Werten am Fuße des Formulars.

Woher diese Basislänge stammt, ist wegen des Fehlens sämtlicher Beobachtungsbücher nicht mehr festzustellen. HÜGEL, der später einige Angaben über die Basis veröffentlichte, hat diesen Wert nie genannt. Es muss daher folgendes geschlossen werden: 3976,098 Toisen muss der Originalwert der reduzierten Basis gewesen sein, der bis etwa 1818 oder 1819 Gültigkeit hatte. Er erfuhr dann um diese Zeit eine Abänderung und wurde mit dem berichtigten Wert den späteren Dreiecksberechnungen für die anderen Provinzen zu Grunde gelegt.

Der Bericht von DELCROS mit dem Wert 3976,086 t erschien im Jahre 1819, so dass das SCHLEIERMACHERSCHE Mémoire mit der Länge 3976,08 t bereits 1818 oder Anfang 1819 geschrieben worden sein muss. Auf die seit 1816 in Gang befindliche Dreiecksberechnung von Rheinhessen hatte die Basisänderung aber keinen Einfluss mehr. Man behielt für sie den Originalwert 3976,098 t bei, was aus der Jahreszahl 1821 der Veröffentlichung des genannten Heftes [38] zu erkennen ist.

Das rheinhessische Netz I. Ranges wurde später gemeinsam mit dem Starkenburger Netz I. Ranges nach SCHLEIERMACHERS Methode der Winkelausgleichung ausgeglichen, wobei dann der SCHLEIERMACHERSCHE Wert 3976,087 t, allerdings in den nach 1821 gültigen hessischen Klaffern mit 3099,815 Kl benutzt wurde. NELL [20] und FISCHER [19] behandeln diese Ausgleichung, wobei FISCHER aber die Basislänge nicht nennt. Wie NELL nachweist, ist diese Ausgleichung wegen eines Rechenfehlers wiederholt worden. Dies muss nach 1845 geschehen sein, denn das in diesem Jahr erschienene Lehrbuch von FISCHER enthält noch jenen Rechenfehler.

Der ursprüngliche Basiswert 3976,098 t wird also nur für die erste Berechnung der rheinhessischen Dreiecke I. und II. Ranges benutzt worden sein. Für die Ausgleichung dieses Netzes I. Ranges und für alle anderen Dreiecksberechnungen kam er nicht mehr zur Anwendung. BLASS [29] führt zwar das Heft mit den rheinhessischen Dreiecken an, erwähnt aber nicht den dort verzeichneten Basiswert 3976,098 t. Er gibt lediglich an, dass von der Basislänge verschiedene Werte bekannt sind und auch der alten hessischen Landstriangulierung zu Grunde gelegt worden sind. Als den unmittelbar aus der Messung hervorgegangenen Wert bezeichnet er die Länge von „3976,087 t = 3099,815 Kl => 7749,538 m“. Nach einer jetzt eingeholten persönlichen Auskunft hat BLASS (geb. 1868) sich seinerzeit an die Angaben von NELL [20] gehalten.

Auf die mögliche Veranlassung zur Abänderung des vermuteten Originalwertes 3976,098 t soll bei den folgenden Erörterungen zum ECKHARDTSCHEN Basiswert 3976,088 t eingegangen werden.

Bezüglich dieser Basislänge gibt HÜGEL im Jahre 1867 in den Verhandlungen der Europäischen Gradmessung [21] folgendes an: „... dass die erste Rechnung die Länge der



Basis zu 3976,088 t ergab, während bei einer späteren Revision der Rechnung, welche SCHLEIERMACHER mit Rücksicht auf spätere Erfahrungen über den Ausdehnungskoeffizienten noch selbst vorgenommen hat, die Länge der Basis um 0,001 t; geringer, also zu 3976,087 t resultierte? Diese Angabe geschah nach 1864, nachdem das SCHLEIERMACHERSCHE Mémoire mit dem letzten Wert aufgefunden worden war.

Es ist durchaus anzunehmen, dass wegen des Bekanntwerdens eines neuen Ausdehnungskoeffizienten eine Revision der Basisrechnung erforderlich geworden war. Diese wurde jedoch vermutlich, entgegen der Angabe HÜGELS, auf den Originalwert 3976,098 t und nicht auf den von ECKHARDT ab 1829 mehrfach genannten Wert 3976,088 t angewandt. Eine einfache Prüfung zeigt, dass einer Änderung der Basislänge um 0,001 t nur eine solche des Ausdehnungskoeffizienten von 0,000 014 45 auf 0,000 014 40 (= 5 Einheiten der 8. Stelle) entspricht. Dieser geringe Änderungsbetrag im Ausdehnungskoeffizienten ist unwahrscheinlich und dürfte kein Grund zur Revision gewesen sein, zumal der SCHLEIERMACHERSCHE und der DELCROSSCHE Wert auch um 0,001 t differieren.

Andererseits liefert aber die Berechnung aus der Basisdifferenz $3976,098\text{ t} - 3976,087\text{ t} = 0,011\text{ t}$ den Ausdehnungskoeffizienten 0,000 013 91, was einer Änderung von 54 Einheiten der 8. Stelle entspricht. Eine solche Änderung dürfte eher Anlass zu einer Revision gegeben haben. Der ersten Basislänge von 3976,098 t müsste also ungefähr dieser letzte Ausdehnungskoeffizient zu Grunde gelegt haben.

Zum Vergleich seien hier einige Ausdehnungskoeffizienten für Eisen angeführt:

Travaux et mémoires du bureau internationale des poids et mesures	
Eisen: 0,000 011 063 /°C	0,000 013 829 /°R
JORDAN Handbuch der Vermessungskunde, Bd. III/1 (nach PTR)	
Eisen: 0,000 011 26 /°C	0,000 014 08 /°R
F.G. GAUSS, 5-stellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln	
Flussstahl: 0,000 011 7 /°C	0,000 014 6 /°R
LENOIR, SCHLEIERMACHER, DELCROS	
Eisen: 0,000 011 56 /°C	0,000 014 45 /°R
Nachprüfung nach Hügel für 3976,088 t	
Eisen: 0,000 011 52 /°C	0,000 014 40 /°R
Nachprüfung für 3976,098	
Eisen: 0,000 011 13 /°C	0,000 013 91 /°R

Der für die vermutete Berichtigung von 3976,098 t erhaltene Wert 0,000 013 91 kommt demjenigen des „Bureau international“ mit 0,000 013 83 sehr nahe, wodurch die obige Annahme berechtigt erscheint. Vielleicht hat HÜGEL nur eine ungenügende Andeutung bezüglich der Basisrevision wegen der Koeffizientenänderung gefunden oder erhalten und hat diese Änderung ohne Nachprüfung dem ECKHARDTSCHEN Wert 3976,088 t zugesprochen. HÜGEL hat hauptsächlich die Ausgleichung der hessischen Teilnetze bearbeitet, zu welcher später ein weiterer aus der

Hessischen Gradmessung hervorgegangener Basiswert benutzt wurde, und hat sich für die anderen auftretenden Basislängen weniger interessiert.

Der Wert ECKHARDTS erscheint außer in seiner eigenen Veröffentlichung noch in der Katasteranweisung von 1897 und in dem Aufsatz „Hessische Geodäsie“ von JORDAN [30], (31). In JORDAN-STEPPE [23] wird die Länge 3976,088 t als „erstes Ergebnis“ genannt, und 3976,087 t als „definitive Annahme“, wahrscheinlich in Anlehnung an die Bekanntmachung HÜGELS vom Jahre 1867.

Nach der jetzt durchgeführten Prüfung ergibt sich für die Länge der Basis folgende Berechnung:

Reduktion auf die Temperatur von 13°R	–0,293 t
Reduktion auf den Meeresspiegel	–0,074 t
Reduktion aus den Komparatormessungen	–0,015 t
Summe der Korrekturen	–0,382 t
Berechnete Basis (1956)	3976,478 t
Reduzierte Basis (1956)	3976,096 t

Der Wert zeigt eine zufällige, gute Übereinstimmung mit dem vermuteten Originalwert 3976,098 t.

11 Die Genauigkeit der Basis

Sämtliche Hilfsbasen wurden mit den Basislatten nur einmal gemessen, so dass eine Genauigkeitsangabe nicht möglich war, in den Hilfsdreiecken vor den beiden Kirchtürmen wurde zwar je 1 gemeinsame Seite doppelt berechnet, woraus aber nicht auf die Genauigkeit der Lattenmessung geschlossen werden soll. Es bleibt also nur die Möglichkeit der trigonometrischen Prüfung.

Eine nur einmalige Messung von Basen war zu dieser Zeit allgemein üblich. Nach Jordan [39] seien hier folgende Grundlinien genannt, für die wegen der einmaligen Messung ebenfalls keine Fehlerrechnung aus Messungswidersprüchen durchführbar war:

1798	Basis bei Melun	11 842 m
1799	Basis bei Perpignan	11 706 m
1801	Basis München-Aufkirchen	21 654 m
1819	Basis Speyer-Oggersheim	15 460 m
1820	Basis Solitude-Ludwigsburg	13 032 m

Die 1. Prüfung wurde durch ECKHARDT im Anschluss an seine erste Triangulation vorenommen. Aus der Seite STEINSBERG, Waldenburg nach BOHNENBERGERS älterer Triangulation war die Darmstädter Basis „auf verschiedenen Routen im Mittel sehr nahe eben so gefunden worden, obgleich die einzelnen Resultate um mehrere Toisen voneinander abwichen“. – Aus der „Basis palatina“ von CHR. MAYER folgte sie zu 3980,3 t, also um 4,2 t größer. Das bedeutet eine Genauigkeit von 1/948 der Länge. – Aus der Basis von HENRY bei Oberbergheim/Elsaß ergab sie sich zu 3975,97 t, d.h. um 0,12 t = 1/ 33 134 kleiner als die unmittelbare Messung [4].

Eine 2. Prüfung fand gelegentlich der Hessischen Gradmessung im Jahre 1834 statt, nachdem ECKHARDT die Basen von Oberbergheim (auch bei Sausheim oder bei Ensisheim/Elsaß genannt), von Speyer, Darmstadt und Seeberg rechnerisch miteinander verbunden hatte. Die Berechnung aus diesen 4 Basen lieferte für die Darmstädter Basis 3976,158 t; gegenüber 3976,088 t (Eckhardt-Wert) eine Differenz von 0,070 t, d.h. $1/56\,802$ der Länge [5].

Nach HÜGELS Berichtigung der Basislänge von 3976,088 t auf 3976,087 t (SCHLEIERMACHER-Wert) ergab sich aus der Gradmessung eine Differenz von 0,071 t und damit eine Genauigkeit von $1/56\,002$ [27]. Der Vorwurf HAMMERS [7] wegen der ungenauen Zahlenangaben in den Berichten HÜGELS trifft daher in diesem Falle nicht zu. Beide Werte $1/56\,802$ und $1/56\,002$ sind richtig; ihre zufällige ziffernmäßige Ähnlichkeit lässt allerdings einen Schreib- oder Druckfehler vermuten.

Die 3. Prüfung geschah um das Jahr 1904 durch Fenner und Gast vom Geodätischen Institut der Technischen Hochschule in Darmstadt. Der 1899 mit der Leitung der Erdmessungsarbeiten in Hessen beauftragte Professor Fenner führte im Einvernehmen mit dem Zentralbüro der Internationalen Erdmessung einen Entscheid herbei, nach welchem astronomische Nivellements durch Hessen zur Bestimmung meridionaler Lotabweichungen auszuführen seien, zu denen später noch Schweremessungen treten sollten. Die Arbeiten wurden im Herbst 1903 durch den damaligen Assistenten Dr. GAST begonnen, mit Anschluss an die entsprechenden Messungen von Professor HAMMER, Stuttgart. Bei dieser Gelegenheit bestimmte FENNER die Richtungs- und Entfernungsunterschiede der Landesvermessungen von Hessen, Preußen und Württemberg [18]. Diese Unterschiede wurden aus den jeweiligen Landesvermessungskoordinaten identischer Punkte ermittelt und für Hessen nach der Herkunft der Koordinaten tabellarisch zusammengestellt. Für 7 Punkte entstammten die hessischen Koordinaten nämlich der Berechnung von 1824, welche auf dem noch nicht ausgeglichenen Basiswert beruhte, während die restlichen 8 Punkte aus der Neuberechnung von 1830 stammten, welche bei der Hessischen Gradmessung von ECKHARDT und HÜGEL ausgeführt wurde.

Für die Differenz der Entfernungen im Sinne preußisch-hessisch ergab sich bei den Koordinaten von 1824 ein Mittel von -125 Einheiten der 7. Log.-Dezimalen, d.h. $-1/30\,000$ der Streckenlängen. Aus der Neuberechnung von 1830 folgten -34 Einheiten der 7. Dezimalen und $-1/125\,000$ der Entfernung. Bei der entsprechenden Berechnung für Hessen/Württemberg erhielt FENNER aus 3 identischen Dreiecksseiten die Abweichung im Entfernungs-Logarithmus zu $+52$ Einheiten der 7. Dezimalen im Sinne hessisch-württembergisch. Für die auch gleichzeitig der Preußischen Landesaufnahme angehörende Seite Melibokus-Breitsöhl fand sich durch Vergleich mit der auf internationale Meter reduzierten preußischen Entfernung die Differenz preußisch-württembergisch zu $+28$ Einheiten der 7. Dezimalen.

Hieraus schloss FENNER „... mit einiger Wahrscheinlichkeit, dass die hessische und die württembergische Maßeinheit um ziemlich gleiche und nicht erhebliche Beträge im entgegengesetzten Sinne von dem internationalen

Meter abweichen“. Für ± 6 Einheiten der 7. Dezimalen ($= 1/2$ von 52 Einheiten hessisch-württembergisch) wäre die Abweichung $1/160\,000$, in ziemlicher Übereinstimmung mit dem für das 1830-er Netz berechneten Wert $1/125\,000$.

FENNER maß diesen Untersuchungen besondere Bedeutung bei, weil die Lenoir-Toise von 1805 um diese Zeit als verloren angesehen wurde und nicht mehr auf ihre Länge geprüft werden konnte. Die obigen Werte $1/125\,000$ und $1/160\,000$ auf die reduzierte Basislänge angewandt ergeben für die Dreiecksseite Darmstadt-Griesheim 0,032 t ($= 0,062$ m) bzw. 0,025 t ($= 0,049$ m). Die 4. und letzte Prüfung der Basis fand im Jahre 1908 statt, 100 Jahre nach der ursprünglichen Messung, wobei vorausgesetzt wurde, dass sich die Lage der Kirchturmköpfe von Darmstadt und Griesheim nicht geändert hatte. Sie geschah auf trigonometrischem Wege durch Einschalten der Basis-Endpunkte in ein neu beobachtetes Basisvergrößerungsnetz, welches von BLASS in der Nähe von Darmstadt angelegt worden war.

Im Jahre 1898 wurde der Hessische Geometer I. Klasse K. BLASS mit der Fortsetzung der Rheinstromvermessung im Wasserbaubezirk Worms beauftragt, welche von seinem Amtsvorgänger an das Netz III. Ranges der hessischen Landestriangulation angeschlossen worden war. Es hatte sich aber bereits zu dieser Zeit bei den behördlichen Kataster- und Flurbereinigungsarbeiten herausgestellt, dass das hessische Landesnetz I. – IV. Ranges, das seit 1809 beobachtet und berechnet worden war, große Unstimmigkeiten aufwies und den modernen Anforderungen nicht mehr genügte.

BLASS wies nun nach, dass das seither ausschließlich geübte Verfahren der sog. Netzeinschaltung ohne Ausgleichung nach wissenschaftlichen Grundsätzen im Laufe der Jahrzehnte diese Fehler erzeugt und stetig vergrößert hatte. Die Widersprüche der nicht berücksichtigten Bedingungsgleichungen waren in den Rechnungsergebnissen verblieben. Lediglich die ECKHARDT-HÜGELSche Gradmessung war nach dem von SCHLEIERMACHER entwickelten Verfahren der Winkelausgleichung berechnet worden und mit den Punkten I. Ranges in die Landesvermessung eingegangen. Dazu kamen verschiedene Orientierungen der Hauptnetze in den Provinzen Rheinhessen, Starkenburg und Oberhessen [29]. Der oben beschriebenen FENNERSchen Genauigkeitsuntersuchung, die sich nur auf Koordinaten trigonometrischer Punkte stützte, ist daher wegen dieser Unstimmigkeiten kein großer Wert beizumessen.

Aus diesen Gründen stellte BLASS im Jahre 1901 den Antrag an das Hessische Finanz-Ministerium, den Anschluss der Rheinstrom-Triangulierung an die hessische Landesvermessung aufzugeben und die Beobachtungen und Berechnungen an das neue Dreiecksnetz der Königl. Preußischen Landesaufnahme anzuschließen. Der Antrag wurde 1902 genehmigt, und BLASS benutzte nun die 1898 mit ihren Abrissen veröffentlichten Punkte der Rheinisch-Hessischen Dreieckskette.

Da die nächstgelegenen jüngeren Grundlinien bei Bonn und Göttingen 150 bzw. 200 km von Darmstadt entfernt lagen, hielt BLASS es für erforderlich, das Längenmaß seiner Rheintriangulierung durch eine eigene Basismessung



zu prüfen. Diese Basismessung, d.h. das zugehörige Vergrößerungsnetz sollte auch die ECKHARDT-SCHLEIERMACHERSCHE Basis von 1808 einschließen, um ihre Genauigkeit zu bestimmen und um daraus zu erkennen, ob die Unstimmigkeiten des alten hessischen Landesnetzes wie vermutet nur auf das ungeeignete Verfahren der Netzeinschaltung zurückzuführen seien.

Die Dreiecksseite II. Ordng. Melibokus-Eich/Rhein Hessen, welche der Rheintriangulation sowie der Preußischen Landesaufnahme als gemeinsame Seite angehörte, wurde durch eine bei Gernsheim im Jahre 1908 mit modernsten Mitteln gemessene Grundlinie von 4952 m Länge nochmals und unabhängig bestimmt. Es ergab sich eine Differenz von 13,6 cm bei 14 km Länge, d.h. 1/124 000 oder rd.8 mm auf 1 km.

In dieses Basisnetz schloss BLASS die Punkte Stadtkirche Darmstadt und Kirche Griesheim ein und erhielt unter Berücksichtigung des mittleren Fehlers aus der Triangulation sowie des mittleren Fehlers der Seite Melibokus-Eich die Entfernung Darmstadt-Griesheim zu $7749,589 \pm 45$ mm. Diesem mittleren Fehler von ± 45 mm entsprechen 25,2 Einheiten der 7. Log.-Dezimalen bzw. der Wert 1/172 000 der Länge.

Beim Vergleich mit dem BLASSSCHEN Wert ergeben der ursprüngliche SCHLEIERMACHERSCHE und der in der Prüfung 1956 ermittelte, beide von Toisen in Metereinheiten umgerechnet, folgende Differenzen:

Basislänge	BLASS 1908	$7749,589\text{m} \pm 45$ mm
Basislänge	SCHLEIERMACHER 1808	7749,538 m
Basislänge	Prüfung 1956	7749,555 m
	Diff. 1908–1808	+ 0,051 m
	Diff. 1908–1956	+ 0,034 m

Aus dieser Untersuchung schließt BLASS: „Die Differenz von 51 mm kommt der mittleren rechnerischen Unsicherheit ± 45 mm so nahe, dass man nicht sagen kann, dass die 1808 zu Grunde gelegte Maßeinheit vom FBESSELSCHEN Meter abweicht“. BLASS schlug damals vor, die inzwischen wieder aufgefundenene Lenoir-Toise von 1805 mit dem FBESSELSCHEN Meter durch eine Eichung zu vergleichen, was aber bedauerlicherweise nicht durchgeführt wurde.

Die „sehr gute“ Übereinstimmung der Messungen von 1808 und 1908 bewies, dass die Basismessung von 1808 für die damalige Zeit eine hervorragende Leistung war und brachte die überzeugende Gewissheit, dass sie keine Fehlerquelle für die vielen und großen Missstimmigkeiten in der alten hessischen Triangulation sein konnte.

BLASS hatte die Dreiecksseite Melibokus-Eich in der Projektionsebene des von ihm selbst eingeführten hessischen konformen Koordinatensystems (Nullpunkt Stadtkirche Darmstadt) berechnet und sie durch Abzug von 58 Einheiten der 7. Log.-Stelle vom internationalen Meter auf das legale Maß der Preußischen Landesaufnahme, das BESSELSCHEN Meter reduziert. Damit bezog sich auch die von ihm errechnete Länge der Basis Darmstadt-Griesheim auf das

BESSELSCHEN Meter bzw. auf die jenem zu Grunde liegende BESSELSCHEN Toise. Diese war jedoch gegenüber der Peru-Toise (Toise de l'académie) $0,000\,77\text{ lin} = 0,001\,74\text{ mm}$ zu kurz [28]. Daraus ergibt sich für 1 m (= 0,513 074 t) der Betrag $0,000\,395\text{ lin} = 0,000\,89\text{ mm}$, um den das legale Maß zu kurz war, d.h. 1 „Bessel-Meter“ = 0,999 999 11 „Peru-Meter“.

Nach dem Bericht von DELCROS [26] war die Darmstädter Lenoir-Toise „derjenigen der Akademie vollkommen gleich“. Das BLASSSCHE Maß der Basis in Bessel-Metern müsste also noch auf Peru-Meter der Eckhardt-SCHLEIERMACHERSCHEN Messung reduziert werden. Dabei ergibt sich:

7749,589 m _{legal}	BLASS 1908	7749,582 m _{Peru}
	SCHLEIERMACHER 1808	7749,538 m _{Peru}
	Prüfung 1956	7749,555 m _{Peru}

Diese Genauigkeitsuntersuchungen haben heute nur noch wissenschaftlich-historische Bedeutung, da wegen der im Laufe der Netzverdichtung entstandenen, nicht mehr tragbaren und nicht mehr zu behebbenden Unstimmigkeiten ab 1921 unter der Leitung von Vermessungsrat K. BLASS durch das Hessische Landesvermessungsamt Darmstadt eine Neutriangulierung Hessens im Anschluss an die Preußische Landesaufnahme mit ebenen, konformen Koordinaten durchgeführt wurde, welche 1933 beendet und mit Gauß-Krüger-Koordinaten dem späteren Reichs-Dreiecksnetz eingefügt werden konnte.

12 Die Verwendung der Basis ab 1808

Wie schon erwähnt, dürfte der Originalwert 3976,098 t nur für die erste Berechnung der rheinhessischen Dreiecke I. und II. Ranges benutzt worden sein und bis 1818/19 Gültigkeit besessen haben. Zu anderen Netzen hat er dann keine Verwendung mehr gefunden.

Da ECKHARDT für die Triangulation in Hessen verantwortlich war, ist anzunehmen, dass nach der Revision der Basisrechnung der von ihm öfter angegebene Wert 3976,088 t Verwendung fand. Die Abweichung gegenüber dem SCHLEIERMACHER-Wert 3976,087 t ist nicht zu klären. Vielleicht hat ECKHARDT eine eigene Berechnung durchgeführt und seinen Wert analog der jetzigen Nachprüfung erhalten, welche ebenfalls 3976,088 t liefert. Aus der Hilfsdreiecksseite KI = 3976,478 t entsteht unter Ansatz der gleichen Reduktionen der ECKHARDTSCHEN Wert.

Nach Abschluss der Hessischen Gradmessung im Jahre 1834 wurde dann der aus der Ausgleichung hervorgegangene Wert 3976,158 t eingesetzt. Dies scheint jedoch nicht allgemein der Fall gewesen zu sein. ECKHARDT selbst teilte mit, dass der ursprüngliche Messungswert (3976,088 t) auch noch nach Vorliegen der ausgeglichenen Länge für die „ersten Berechnungen der Dreiecke“ benutzt wurde. In der von NELL behandelten Ausgleichung des Netzes I. Ranges über Rhein Hessen und Starkenburg tritt der SCHLEIERMACHERSCHE Wert (3976,087 t) in Klafter umgerechnet auf. Nach BLASS [29] wurde aber für die Berech-

nung der Dreiecke in Starkenburg und Oberhessen „infolge eines Anschlusses an andere Basismessungen der Nachbarstaaten abgeänderte Längenwert der Basis zu Grunde gelegt“ und zwar $3976,158 \text{ t} = 3099,870 \text{ KL} = 7749,676 \text{ m}$. Ähnliche Veröffentlichungen wie über die Dreiecke I. und II. Ranges in Rheinhessen [38] sollen laut BLASS bezüglich der anderen Provinzen nicht erschienen sein. Auch hierüber wird keine Klarheit zu erhalten sein.

Nach Einführen des neuen hessischen Maß- und Gewichtssystems wurde die Basislänge in Klafter umgerechnet. Hierfür gilt:

1 hess. Klafter = 1 108,2400 Par.Lin. = 1,282 685 1850 Toisen
1 Toise = 0,779 614 524 28 hess. Klafter

Der Originalwert und der Wert erschienen nur in Toiseneinheiten. Erst nach dem Auffinden des Mémoire im Jahre 1864 wird der SCHLEIERMACHERSCHE Wert $3976,087 \text{ t}$ in Klaftereinheiten ausgedrückt. Diese Basislänge $3099,815 \text{ Kl}$ findet sich in der Katasteranweisung von 1897 [30] sowie bei NELL [20] und JORDAN [31] in deren Veröffentlichungen aus den Jahren 1881 und 1899. In der amtlichen Zusammenstellung der 1897 noch gültigen Gesetze und Verordnungen, der sog. Katasteranweisung von 1897, findet sich eine unklare und falsche Gegenüberstellung der Basislänge in verschiedenen Maßeinheiten. Es heißt dort wörtlich: „Als Normalmaß diente eine Toise von Lenoir (1 Toise = 0,7796 ... Klafter), welche durch BOUVARD mit der Peru-Toise verglichen worden war. ... Die derart zu $3976,088 \text{ Toisen}$ gefundene Basis wurde nach erfolgter Korrektur auf die 4 Basen einer großen Dreiecksreihe von Sausheim (bei Mühlhausen im Elsaß) bis Göttingen mit ($3976,158$ abgerundet auf) $3976,16 \text{ Toisen} = 3099,815 \text{ Klafter} = 7749,5375 \text{ m}$ der Dreiecksberechnung zu Grunde gelegt“.

Zunächst ist hier der Umrechnungsfaktor für Toisen in Klafter zu knapp angegeben. Statt „0,7796 ...“ sollte es heißen $0,779\,614\,5243$. Wenn auch für die Sicherheit der 3. Dezimalen im Klafterwert nur 7 Dezimalen des Umrechnungsfaktors erforderlich sind, so sollte dieser wie allgemein üblich auf 10 Stellen angegeben sein. Vielleicht sollen die 3 Punkte hinter dem obigen Wert die fehlenden 3 Dezimalen andeuten, die hier unterschlagen worden sind.

Dann erscheint als Basislänge der ECKHARDTSCHER Wert $3976,088 \text{ Toisen}$, welcher den Veröffentlichungen ECKHARDTS entnommen zu sein scheint. Wenn dem Verfasser der Katasteranweisung, welche nach den Vorarbeiten des „Vereins Großherzoglich Hessischer Geometer I. Klasse“ durch das Katasteramt Darmstadt herausgegeben wurde, das Mémoire SCHLEIERMACHERS und die HÜGELSCHEN Mitteilungen in den „Generalberichten“ bekannt gewesen wären, dann hätte er $3976,087 \text{ t}$ setzen müssen, zumal HÜGEL bis 1878 als Ober-Steuerdirektor Leiter des hessischen Katasters war.

Der aus der ECKHARDTSCHEN Ausgleichung hervorgegangene Wert $3976,158 \text{ t}$ wird in der „Anweisung“ auf $3976,16 \text{ t}$ aufgerundet und mit dem Klafterwert $3099,815$ gleichgesetzt.

Diese beiden letzten Werte entsprechen sich jedoch keineswegs. $3976,16 \text{ t}$ sind mit dem obigen 10-stelligen Umrechnungsfaktor nämlich $= 3099,872 \text{ Kl}$. Auch mit dem 4-stelligen in der Anweisung gegebenen Faktor ergibt sich keine Übereinstimmung, denn $3976,16 \cdot 0,7796 = 3099,814\,336 \text{ Kl}$. Andererseits stimmt aber der angesetzte Klafterwert $3099,815$ merkwürdigerweise mit der Basislänge aus dem Mémoire überein. Es ist nämlich $3976,087 \cdot 0,779\,614\,5243 = 3099,815\,175 \text{ Kl}$. Bei Verwendung von nur 7 Dezimalen des Umrechnungsfaktors ergibt sich $3099,815\,078 \text{ Kl}$.

Das hieße, dass weder der ausgeglichene Wert $3976,16 \text{ t}$ noch die ECKHARDTSCHER Basislänge $3976,088 \text{ t}$, sondern der SCHLEIERMACHERSCHE Wert $3976,087 \text{ t}$ der hessischen Landesvermessung zu Grunde gelegt worden ist.

Der mit 3 Dezimalen angegebene Klafterwert der „Anweisung“ wurde dann in Metereinheiten umgerechnet und richtig erhalten zu $3099,815 \cdot 2,500 = 7749,5375 \text{ m}$. Benutzt man den aus $3976,087 \text{ t}$ hervorgegangenen Klafterwert $3099,815\,175$, so erhält man in Metern $7749,537\,938$, also eine Differenz von $0,4 \text{ mm}$. Beide Werte ergaben aufgerundet $7749,538 \text{ m}$, womit genügende Übereinstimmung erreicht würde, und die Annahme des SCHLEIERMACHERSCHEN Wertes als Grundlage der hessischen Landstriangulation gerechtfertigt ist. Auch BLASS hat zu seiner trigonometrischen Prüfung der Basis diese Länge benutzt.

JORDAN der sich in seinem Bericht „Hessische Geodäsie“ [31] auf die Katasteranweisung 1897 stützt, nennt den ECKHARDTSCHEN Basiswert $3976,088 \text{ t}$ und schreibt bezüglich der Weiterverwendung der Basislänge: „Infolge trigonometrischer Anschlüsse an drei andere Grundlinien 1. Sausheim im Elsaß, 2. Speyer, 3. Seeburg bei Göttingen wurde die Darmstädter Basis von $3976,088 \text{ Toisen}$ auf $3976,16 \text{ Toisen}$ abgeändert. Da $1 \text{ Toise} = 1,949\,036\,3107 \text{ m}$ ($\log = 0,289\,819\,9300$), berechnen wir hieraus $3976,16 \text{ Toisen} = 7749,6802 \text{ m}$. Vielleicht mit Zuziehung noch anderer Reduktionen gibt S. 87 des hessischen Werkes $3976,16 \text{ Toisen} = 7749,5375 \text{ m} = 3099,815 \text{ hessische Klafter}$, wo $1 \text{ Klafter} = 2,5 \text{ m}$. Dieselbe Zahl $3099,815 \text{ Klafter}$ gibt auch NELL in Z.f.V. 1881, S.109“.

Für die Unstimmigkeit $3976,16 \text{ t} \neq 3099,815 \text{ Kl}$ hat JORDAN demnach keine Erklärung gefunden und schreibt sie der Anwendung „noch anderer Reduktionen“ zu. (Der von JORDAN angegebene Umrechnungsfaktor für Toisen in Meter enthält einen Druckfehler. Der Wert umfasst 11 Stellen nach dem Komma; die „3“ der 7. oder diejenige der 8. Dezimalen muss wegfallen).

Es ist unbegreiflich, dass in einer amtlichen Anweisung solche unklaren und falschen Angaben über die Grundlinie der Landesvermessung erscheinen konnten und dass diese keinerlei Widerspruch gefunden haben. Zur damaligen Zeit wäre es wohl noch möglich gewesen, aus noch vorhandenen Triangulationsakten den tatsächlich in die Rechnung eingeführten Basiswert zu ermitteln. Oder es muss vermutet werden, dass sowohl der ECKHARDTSCHER als auch der SCHLEIERMACHERSCHE sowie der ausgeglichene Basiswert zu verschiedenen Zeiten oder auch zu gleicher Zeit für die Dreiecksberechnungen und die Ausgleichungen Verwendung fanden. Es sind hierbei zu unterscheiden



die amtlichen Berechnungen für das Kataster und die wissenschaftliche Berechnung ECKHARDTS und HÜGELS für die Hessische Gradmessung, von welcher vielleicht ausgeglichene Koordinaten in die Katastervermessung eingegangen sind. BLASS hat schon um 1900 nachgewiesen, dass die Hauptnetze in den drei Provinzen verschiedene Orientierungen hatten und dass für Oberhessen allein mehrere Orientierungen vorlagen.

Schrifttums-Verzeichnis

- [1] NEUNHÖFER, E.: Beiträge zur Geschichte der Karten des Rhein-Main-Gebietes unter besonderer Berücksichtigung der Arbeiten von Joh. Heinr. Haas; Dissertation, Frankfurt/Main, 1933
- [2] OHLEMUTZ, W.: Beiträge und kritische Betrachtungen zur amtlichen Topographie und Kartographie im ehemaligen Großherzogtum Hessen; Dissertation, Darmstadt, 1952
- [3] BAUR, L.: Handbuch des direkten Steuerwesens ... im Großherzogtum Hessen; Heidelberg, 1868
- [4] ECKHARDT, C. L. P.: Über die trigonometrische Aufnahme des Großherzogtums Hessen (Erste Periode von 1804 bis 1809); veröffentlicht in W. Berghaus, Kritischer Wegweiser im Gebiete der Landkartenkunde ...; Berlin, 1829 u.1830, (1. u. 2.Band)
- [5] ECKHARDT, C. L. P.: Vorläufige Nachricht von den geodätischen Operationen zur Verbindung der Observatorien Göttingen, Seeberg, Darmstadt, Mannheim, Speyer und Straßburg; veröffentlicht in W. Berghaus, Kritischer Wegweiser im Gebiete der Landkartenkunde ...; Berlin, 1834 (6.Band)
- [6] KRAUSE, R.; Johann Ludwig Schleiermacher; Sammelmappe mit Lebenslauf Schleiermachers und Würdigung seiner Arbeiten; Darmstadt, 1956
- [7] HAMMER, Kataster-Inspektor/Straßburg: Die Großherzogl. Hessische Katastergesetzgebung vom Jahre 1824, ihre Vorgeschichte und ihre Erfolge; Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart, 1905
- [8] SCHLEIERMACHER, L. J.: Beobachtung des Kometen von 1807 durch Eckhardt und Breitenbestimmung von Darmstadt; Brief Schleiermachers an v. Zach, im Auszug veröffentlicht in v. Zachs „Monatlicher Korrespondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde ...“, Gotha, 1808 (17. Band)
- [9] DELCROS, F. J.: Brief an den Vice-Direktor Colonel Muriel des Dépôt de la guerre/Paris, veröffentlicht in W. Berghaus, Kritischer Wegweiser im Gebiete der Landkartenkunde, Berlin, 1834 (6. Band), übersetzt von W. Ohlemutz, Technische Hochschule Darmstadt, Geodätisches Institut, 1957
- [10] DECKER, A.: Lehrbuch der Höheren Geodäsie, Mannheim, 1836 (1. Ausg.), 1845 (2. Ausg.)
- [11] FINK, CH.: Nekrolog, veröffentlicht in der „Darmstädter Zeitung“ (Darmstädter Tagblatt) vom 18.–20. Jan. 1867
- [12] GRIMM, F. W.: Vollständige Darstellung des Maß- und Gewicht-Systems im Großherzogtum Hessen; Darmstadt 1840
- [13] NELL, P.: Geodätische Bestimmung der geographischen Breite und Länge aus Linearkoordinaten; Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart, 1884
- [14] FÖRSTER, W.: Verhandlungen der 1. allgemeinen Konferenz der Bevollmächtigten zur mitteleuropäischen Gradmessung vom 15.–22. Okt. 1864 in Berlin, gleichzeitig General-Bericht über die mitteleuropäische Gradmessung für das Jahr 1864; Berlin, 1865
- [15] ECKHARDT, C. L. P.: Auszug aus „Vorläufige Nachricht von den geodätischen Operationen zur Verbindung der Observatorien Göttingen, Seeberg, Darmstadt, Mannheim, Speyer und Straßburg“, vorgetragen in der Versammlung der Naturforscher in Stuttgart am 19. Sept. 1834; veröffentlicht in den Astronomischen Nachrichten, Band 11/12, Altona, 1834/35. – Im gleichen Band: Brief Eckhardts vom 15. Nov. 1834 an H. C. Schumacher-Altons mit der Mitteilung der Ergebnisse der 2. Rechnung der Hessischen Gradmessung
- [16] Königl. Preußische Landesaufnahme: Mitteilung über die Arbeiten der Trigonometrischen Abteilung im Jahre 1898; Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart, 1899
- [17] HEIL, J.: Die topographische Landesaufnahme des Großherzogtums Hessen; Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart, 1913
- [18] FENNER, P.; GAST, P.: Astronomisches Nivellement durch das Großherzogtum Hessen im Meridian 9° östl. von Greenwich, ausgeführt und bearbeitet von Dr. Paul Gast, Privatdozent an der Technischen Hochschule Darmstadt; erschienen in den „Veröffentlichungen des Großherzogl. Hessischen Kommissars für die Internationale Erdmessung, herausgegeben von Dr. Paul Fenner, o. Professor an der Techn. Hochschule Darmstadt“, Heft I; Berlin, 1906
- [19] FISCHER, Ph.: Lehrbuch der Höheren Geodäsie; Darmstadt, 1845
- [20] NELL, P.: Schleiermachers Methode der Winkelausgleichung in einem Dreiecksnetz; Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart, 1881
- [21] Zentralbüro der Europäischen Gradmessung: Bericht über die Verhandlungen der vom 30. Sept. bis 7. Okt. 1867 zu Berlin abgehaltenen allgemeinen Konferenz der Europäischen Gradmessung, zugleich General-Bericht für 1867, Berlin, 1868
- [22] HELMERT, F. R.: Beiträge zur Theorie der Ausgleichung trigonometrischer Netze; Zeitschrift für Mathematik und Physik, herausgegeben von Schlömilch-Kahl-Cantor; Leipzig, 1869, Band 14
- [23] JORDAN/STEPPE: Das deutsche Vermessungswesen, historisch-kritische Darstellung; Stuttgart, 1882, Band I
- [24] STEPPE, C.: Bericht über die 21.Hauptversammlung des Deutschen Geometer-Vereins; Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart, 1898
- [25] GEIST, F. K.: Denkschrift zur Basismessung zwischen Darmstadt und Griesheim, ausgeführt durch Eckhardt und Schleiermacher im Jahre 1808; Übersetzung eines Manuskriptes in französischer Sprache aus dem Nachlass von L. Schleiermacher; Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart, 1906
- [26] OHLEMUTZ, W.: Die Messung der Basis von Darmstadt im Oktober 1808; Übersetzung eines Berichtes des französischen Ingenieur-Hauptmanns Delcros in der „Bibliothèque universelle des sciences, belles lettres et arts, Geneve, 1819“; Techn. Hochschule Darmstadt, Geodätisches Institut, 1955
- [27] Zentralbüro der Europäischen Gradmessung: Bericht über die Verhandlungen der 5. Allgemeinen Konferenz der Europäischen Gradmessung, abgehalten in Stuttgart vom 27. Sept. bis 2. Okt. 1877, Berlin, 1877/78

