

von Dr.-Ing. Walter Ohlemutz,
Geodätisches Institut der
Technischen Hochschule
Darmstadt, (1957).

Die geodätischen Grundlagen der Landesvermessung im ehemaligen Großherzogtum Hessen¹

1 Vorwort

Die Schöpfer der Landesvermessung im ehemaligen Großherzogtum Hessen, Chr. Leonh. Phil. Eckhardt und Ludw. Joh. Schleiermacher, haben sehr wenig über ihre Arbeiten veröffentlicht. Besonders spärlich sind die Berichte über die geodätischen Grundlagen der althessischen Landstriangulation. Amtliche Beobachtungs- und Berechnungsakten über die grundlegenden Messungen waren schon um das Jahr 1900 nicht mehr aufzufinden, als K. Blaß Genauigkeitsuntersuchungen der ersten Landstriangulierung anstellte. Nach der z.T. vollständigen Zerstörung der hessischen Staats- und Behördenarchive durch Kriegseinwirkungen im zweiten Weltkrieg 1939–1945 erscheint es nunmehr erforderlich, die noch erreichbaren Berichte auszuwerten und einen Schriftumsnachweis über die hessische Landstriangulierung zu liefern.

Die vorliegende Arbeit bringt bezüglich der astronomisch-geodätischen Beobachtungen mangels ausreichender Unterlagen nur die Endergebnisse bezüglich der Basismessung aber nähere Untersuchungen, welche auf Grund mehrerer zeitgenössischer Berichte und einiger späterer Genauigkeitsuntersuchungen möglich waren.

Wenn auch die Abweichungen im Basiswert nur teilweise geklärt werden konnten, und eine Reihe von Vermutungen bestehen bleiben muss, so erlaubt die Arbeit doch ein Urteil über die Güte der geodätischen Grundlagen der althessischen Landstriangulierung, welche für die damalige Zeit als beachtenswert anzusprechen ist.

Darmstadt, 5. Mai 1957

Dr. Ohlemutz

2 Vorgeschichte und Veranlassung zur Landesvermessung

In der Landgrafschaft Hessen-Darmstadt, aus welcher später das Großherzogtum Hessen hervorging, fanden bereits seit Anfang des 18. Jahrhunderts Vermessungsarbeiten für topographische und steuerliche Zwecke statt. Die topographischen Arbeiten geschahen in landgräflichem Auftrag, betrafen aber meist die Aufnahme militärischer Objekte durch hessische Ingenieur-Offiziere. Die von Privatkartographen bzw. graphischen Verlagen und Druckereien zu dieser Zeit veröffentlichten Übersichtskarten des ganzen Landes scheiden wegen ihrer primitiven Aufnahme- und Darstellungsart sowie wegen ihrer geringen Genauigkeit aus diesen Betrachtungen aus [1, 2]. Zu einer Vermessung für steuerliche Zwecke, welche ebenfalls amtlich angeordnet war, wurden schon vor dem Jahre 1700 Anfänge gemacht; ein wirklicher Erfolg blieb diesen ersten Bemühungen jedoch versagt [3]. Diesen beiden Gruppen der älteren Landesvermessungsarbeiten fehlten die wissenschaftliche und wirtschaftliche Planung, vor allem aber die geodätischen Grundlagen und ein Landesdreiecksnetz.

Erst zu Ende des 18. Jahrhunderts, im Jahre 1788, begann unter Leitung des Artillerie-Offiziers Joh. Heinr. Haas (1758 – 1810) eine planmäßige topographische Landesaufnahme, welcher einfache geographische Ortsbestimmungen und eine zusammenhängende graphische Triangulierung zu Grunde lagen. Diese konnte allerdings keinen Anspruch auf Genauigkeit erheben und erfasste zudem nicht das ganze Land [4].

In der Katastervermessung hatte man inzwischen die Bedeutung der Dreiecksmessung erkannt und ordnete in einer Kataster-Instruktion vom Jahre 1801 an, dass sich die Gemarkungs- und Gewinnvermessungen auf ein Dreiecksnetz zu stützen hätten [3]. Astronomisch-geodätische Bestimmungen wurden darin nicht erwähnt. Diese gemarkungsweise angelegten Kataster-Einzelnetze entsprachen aber bei weitem nicht dem Begriff eines Landesdreiecksnetzes und hatten keinerlei Bedeutung gegenüber dem Haasschen Netz, mit welchem sie nicht einmal verbunden waren. Daher nahm die Entwicklung zum späteren Landesdreiecksnetz ihren Ausgang beim Netz der topographischen Aufnahme.

¹ Dieser Bericht über die Anfänge der Landesvermessung in Hessen soll in Zeiten von GPS und GALILEO daran erinnern, unter welchen schwierigen technischen und organisatorischen Bedingungen die Väter der modernen Landesvermessung gearbeitet haben und welche erstaunlichen Ergebnisse sie unter diesen Bedingungen erzielt haben. Der Bericht, verfasst von (damals Dr.-Ing.) W. Ohlemutz, später Ordinarius an der TH Darmstadt wird in unregelmäßiger Folge fortgesetzt. Die Publikation soll auch dazu anregen, andere wichtige Zeitdokumente oder berufsständisch bedeutende Dokumentationen oder Zusammenfassungen einer breiten Öffentlichkeit zugänglich zu machen. Die AVN sind gerne bereit, diese Publikation zu übernehmen.

Haas führte von 1788 bis Ende der 90er Jahre für seine „Militärische Situationskarte“ (1:30 380) eine graphische Triangulation der Provinz Starkenburg mit geographischen Ortsbestimmungen durch. Seine Triangulationsmethode bestand darin, dass er mit einem solide gearbeiteten großen Messtisch, welcher mit einem Kippferrohr Branderscher Art versehen war, von den „vorzüglichsten Punkten“ aus Richtungen nach allen „ausgezeichneten Objekten“ nahm, hiermit auf einer großen Tafel Dreiecke durch „Intersektion“ bildete, in welche dann das Detail mit der Bussole und nach Schritten eingemessen wurde [4]. Für topographische Aufnahmen kleineren Umfangs war dieses Verfahren genau genug. Bei der stufenweisen Erweiterung der Karte auf zuletzt 24 Blätter zeigten sich aber schon merkliche Verzerrungen, welche zunächst von Haas nicht beachtet wurden. Als er dann von 1799 ab eine hessische Übersichtskarte im Maßstab 1:168 000 plante und damit seine Kartenpläne auf das ganze Land ausdehnte, wurde er nach Auftreten weiterer Differenzen auf die unerlässliche Notwendigkeit trigonometrisch berechneter Dreiecke aufmerksam gemacht und namentlich von Prof. G. G. Schmidt-Gießen (1768–1837) zu einer Neutriangulierung des Landes durch Winkelmessungen angeregt [1, 4].

Im Herbst 1804 bereiste Haas mit mehreren jungen Offizieren die Provinz Oberhessen, um dort mit der Neutriangulierung zu beginnen. In Abkehr von seiner seitherigen graphischen Methode benützte er nun für seine Beobachtungen einen hölzernen Hadleyschen Spiegelsextanten aus der Sammlung des Darmstädter Gymnasiums. Gelegentlich dieser Messungen wurde Haas mit Christian

Leonh. Phil. Eckhardt (1784–1866) bekannt, welchen er leicht für seine Dienste gewinnen konnte und dem er die Bearbeitung der geodätisch-astronomischen Grundlagen seiner geplanten Kartenwerke übertrug. Eckhardt setzte die Beobachtungen auf den „Hauptpunkten“ in Oberhessen fort und erkannte bald die Unzulänglichkeiten des Spiegelsextanten, welche er genauer untersuchte, um die entsprechenden Verbesserungen an seinen Messungen anbringen zu können.

Trotz dieser Korrekturen sah Eckhardt den Spiegelsextanten für terrestrische Messungen als ungeeignet an und ließ von dem Hofmechaniker Fräser, Darmstadt nach dem Muster des Bohnenbergerschen astronomischen Quadranten einen hölzernen Quadranten für terrestrische Messungen nach seinen Angaben bauen. Das Gerät bestand aus Mahagoniholz, hatte 14 Zoll Radius, einen von Hand geteilten Messinglimbus sowie ein nichtachromatisches, aber lichtstarkes, kippbares Fernrohr mit 5 senkrechten Fäden im Gesichtsfeld (Abb. 1). Mit diesem Fräser-Quadranten führte Eckhardt die Dreiecksmessungen von Oberhessen über den Main und entlang der Bergstraße bis an den Rhein bei Speyer weiter und nahm zwischen Heidelberg und Schwetzingen Anschluss an die „Basis Palatina“ vom Jahre 1762, die der Heidelberger Professor Christian Mayer für seine Rheintriangulation gemessen hatte.

Nach Abschluss dieser Arbeiten erhielt Eckhardt einen Baumann-Theodolit als Leihgabel mit welchem er dann seine Dreiecksmessungen von Speyer bis Karlsruhe und Rastatt fortsetzte und diese auch über den südöstlichen Odenwald und das Bauland erstreckte, wo er an 3 Punkte von Bohnenbergers schwäbischem Netz anschloss. Dieser schwäbische Anschluss sollte den neuen Plänen von Haas dienen, der sich von 1807 an mit dem Gedanken trug, die Bohnenbergersche Karte 1:86 400 über das hessische Staatsgebiet bis an die gleichmaßstäbliche Lecoqsche Karte von Westfalen auszudehnen. Aus dem gleichen Grund benützte Eckhardt für die Berechnung der Linear-Koordinaten (rechtwinklig sphärische Koordinaten) dieser ersten Landestriangulation den Tübinger Meridian, das Azimut Tübingen-Kornbühl und Bohnenbergers Tübinger Basis von 1799.

Eckhardt nennt diese trigonometrische Aufnahme von Hessen diejenige der „Ersten Periode von 1804 bis 1809“ [4]. Diese Zeitspanne ist auch des Öfteren in seinen Veröffentlichungen angegeben. Das bedeutet jedoch nicht, dass sich die Winkelmessungen über diesen langen Zeitraum erstreckt haben. Aus einem späteren Bericht [5] geht hervor, dass er das Netz vom Knüll und Herzberg im Norden bis nach Rastatt im Süden in den Jahren 1804 und 1805 beobachtet hat. Schon im August 1805 führt er gemeinsam mit den Professoren Schmidt, Gießen und Barry, Mannheim geographische Längenbestimmungen durch [5] und ab 1806 beobachtet er mit Ludw. Joh. Schleiermacher (1785–1844) die Elemente für die Breitenbestimmung von Darmstadt [6]. Zu dieser Zeit dürften also die Winkelbeobachtungen abgeschlossen gewesen sein. Ein 1808/1809 von Hofmechaniker Hekt. J. Rößler [1779–1863] nach Eckhardts Angaben gebauter Repetitions-Theodolit neuer Teilung kam für diese erste Triangulation schon nicht mehr zum Einsatz. Auch die obige Ko-

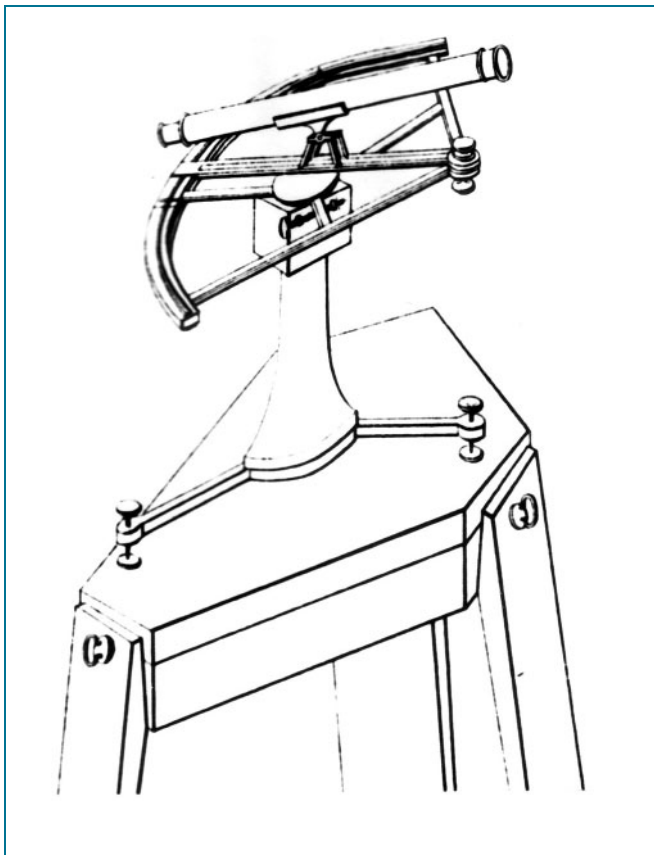


Abb. 1: Quadrant von Fräser nach Angaben Eckardts

ordinatenberechnung muss im Jahre 1808 beendet gewesen sein, denn die Brouillons und die Reinzeichnungen der neuen Haasschen Karten 1:168 000 und 1:216 000 waren schon 1808 auf die neuen Eckhardtschen Dreiecke reduziert [4]. Wenn Eckhardt also das Jahr 1809 als Abschluss der „Ersten Periode“ nennt, so wollte er damit wohl zeitlich an die zweite Dreiecksmessung anschließen, nämlich an die 1809 begonnene Kataster-Triangulation, deren Ergebnisse gleichzeitig der schon länger von ihm beabsichtigten „Hessischen Gradmessung“ dienen sollten. Der Begriff „Zweite Periode“ taucht aber in Eckhardts Veröffentlichungen nicht auf.

Die Koordinaten der Triangulation von 1804–1809 wurden als rechtwinklig-sphärische berechnet und auf das Observatorium in Tübingen als Nullpunkt bezogen. Sie sind in ihren endgültigen Werten als arithmetische Mittel, aus allen Bestimmungen, also ohne strenge Ausgleichung erhalten worden. In seinem Bericht „Über die trigonometrische Aufnahme des Großherzogtums Hessen“ brachte Eckhardt im Jahre 1829 ein Verzeichnis der Koordinaten der „vorzüglichsten Punkte“ seines Netzes, ausgedrückt in ganzen Einheiten von Toisen. Die Tafel enthielt weiterhin für die meisten dieser Punkte die Höhen über der Meeresfläche, gewonnen aus barometrischen Messungen und berechnet auf 0,1 Toise [4].

Zu Anfang seiner Messungen im Jahre 1804 war Eckhardt der Ansicht, den Mangel einer Basis in seinem Dreiecksnetz durch die geodätisch-astronomischen Beobachtungen mit dem Sextanten ersetzen zu können. Er schrieb dies später seiner damaligen Unerfahrenheit zu. Wegen der neuen Haasschen Kartenpläne sah er sich dann zu Ende seiner Messungen veranlasst, das Netz im Süden an die bereits vorhandenen Basen von Schwetzingen und Tübingen anzuschließen [4].

Eckhardt erkannte weiterhin schon während der Beobachtungen und Berechnungen, dass diese erste Triangulation zwar zum Entwerfen von topographischen Karten genau genug wäre, dass sie aber zu „höheren geodätischen Zwecken“ nicht dienen könnte. Hierzu sei sie allein als vorläufige Rekognoszierung zu benutzen [4, 5]. Mit diesen höheren geodätischen Zwecken meinte Eckhardt die trigonometrische Verbindung der Sternwarten von Seeberg bei Gotha und Mannheim, welche von dem Leiter der Seeberger Sternwarte, Frhr. v. Zach, schon vor dem Jahre 1804 vorgeschlagen worden war [5]. Frhr. v. Zach hatte zu dem gleichen Zweck 1803–1805 die Seeberger Basis gemessen, wobei zwei hessische Ingenieur-Offiziere informatorisch beteiligt waren [1].

Eckhardt ergriff damals die v. Zachsche Idee mit „jugendlichem Feuer“ und glaubte, sein erstes trigonometrisches Landesnetz für diesen Plan verwenden zu können, ehe er zu den obigen Erkenntnissen kam [5]. Auch die gemeinsam mit Schleiermacher von 1806 bis 1808 angestellten Breiten- und Längenbestimmung sollten neben der Orientierung der Haasschen Karten der Verbindung Seeberg-Mannheim dienen.

Im Jahre 1807 entschloß er sich dann, „seinem Hauptzweck näher rückend“, zur Messung einer Basis, welche nach entsprechenden Vorbereitungen im Oktober 1808 ausgeführt wurde. Als Ersatz für das nicht brauchbare Dreiecksnetz von 1804–1805 beobachtete Eckhardt ab

1809 ein neues Landesnetz nach verbesserten Methoden und mit eigens angefertigten Theodoliten aus der Rößlerschen Werkstatt. Die Breitenbestimmungen von 1806–1808 wurden als genügend angesehen und abgeschlossen, während die Beobachtungen für die Längendifferenz nach den nicht brauchbaren Bestimmungen des Jahres 1805 gemeinsam mit Schleiermacher noch bis zum Jahre 1811 fortgesetzt wurden. Hinzu traten dann noch die erforderlichen Beobachtungen eines Azimuts. In diesem Jahre 1809 wurde Eckhardt die Katastervermessung des seit 1803 zu Hessen gehörenden Herzogtums Westfalen übertragen, und von diesem Zeitpunkt an war das Gelingen seines „Lieblingsplanes“ gesichert, weil die Hauptdreiecke des Großherzogtums (noch ohne die Provinz Rheinhessen) „zu jenem Zweck“, nämlich der Verbindung Seeberg-Mannheim, benutzt werden konnten [7].

Der v. Zachsche Plan war also nicht der alleinige Anlass der Bestimmung dieser neuen und vervollständigten Grundlagen. Die amtliche Anordnung der Katastervermessung von Westfalen unter Einbeziehung der älteren Landesteile Starkenburg und Oberhessen hat ebenfalls dazu beigetragen. Nach dem geringen Erfolg der seitherigen Kataster-Instruktionen und nach der Aufhebung der Steuerfreiheit im Jahre 1806 war eine von Grund auf zu erneuernde Katastervermessung notwendig geworden, deren Ausführungsvorschriften dann in dem 1824 erlassenen Kataster-Gesetz niedergelegt wurden. Das Haas-Eckhardtsche Netz von 1804–1809 konnte diesen neuen Anforderungen nicht genügen.

Es ist also zu unterscheiden zwischen der Haas-Eckhardtschen Triangulation von 1804–1809 für die Haasschen Kartenpläne, der Triangulation ab 1809 für die Zwecke der Katastervermessung und der geodätischen Verbindung benachbarter Sternwarten über mehrere Basen unter Benutzung der Ergebnisse der Kataster-Triangulation 1. Ranges (1.Rgs. = 1. Ordnung), der so genannten Hessischen Gradmessung.

Der Entschluss zur Messung der neuen geodätisch-astronomischen Grundlagen dürfte nicht bei Eckhardt allein gelegen haben. Inwieweit Schleiermacher dabei beteiligt war, lässt sich heute nicht mehr in vollem Umfange feststellen. Die Namen dieser beiden jungen Gelehrten werden im Zusammenhang mit den astronomischen Arbeiten sowie der Messung der Basis bei Darmstadt immer gemeinsam genannt und sind mit diesen zu einem Begriff gewordene.

2 Die Bestimmungen der geographischen Koordinaten des Nullpunktes Stadtkirche Darmstadt und des Azimuts Stadtkirche Darmstadt – Melibokus

2.1 Die Bestimmungen vor dem Jahre 1804

Joh. Heinr. Haas hatte für den Stadtkirchturm Darmstadt keine Beobachtungen und Berechnungen durchgeführt, obwohl er dies für andere Punkte seines ersten großen Kartenwerkes getan hatte. Er übernahm die bereits vorliegenden Werte des Professors W. Th. Schmidt vom Darm-



städter Gymnasium, welche von diesem für seine „Carte von der Ober-Grafschaft Catzenelnbogen“ bestimmt worden waren. Diese 1783 erschienene Karte gründete sich auf eine kleinere, mit einem Spiegelsextanten ausgeführte Triangulierung über Darmstadt und seiner Umgebung. Bevor Haas zu Ende des Jahres 1788 seine „Militärische Situationskarte“ bzw. deren Aufnahme ankündigte, hatte er schon 1787/88 den „Versuch mit einer trigonometrischen und Situationsaufnahme der Gegend um Darmstadt und von dem niedrigsten Teile des Odenwaldes“ unternommen, dessen Blätter sich zum Teil mit der obigen Schmidtschen Karte deckten.

Das schon im Jahre 1789 fertig gezeichnete „Brouillon“ zum ersten Blatt (Darmstadt) der „Situationskarte“ war größtenteils aus der Übungsaufnahme der Jahre 1787/88 entstanden, stützte sich auf die Grundlage der Schmidtschen Triangulation und ergab die Orientierung des ganzen Kartenwerkes, welche von Eckhardt nach Abschluss seiner ersten Messungen geprüft wurde. Die sich dabei ergebende Verschwenkung der Sektionslinien um $12^{\circ} 17'$ nach Osten war eine Folge der nicht genügend genauen astronomisch-geodätischen Bestimmungen des Schmidtschen Dreiecksnetzes. Über das hierzu wesentliche Azimut sind keine Angaben zu finden. Es liegen nur die Breite und Länge von Darmstadt/Stadtkirche vor [1, 2]. Diese von Schmidt, Darmstadt ermittelten Werte für die Lage des Stadtkirchturms Darmstadt lauten:

B = $49^{\circ} 56' 24''$ nördl. Breite (um 1780)
L = $26^{\circ} 13' 30''$ östl. Ferro.

Über die von Schmidt angewandten Beobachtungs- und Berechnungsverfahren ist nichts bekannt.

2.2 Die Bestimmungen zwischen 1804 und 1820

Die Beobachtungen und Berechnungen wurden zunächst ab 1804 von Eckhardt allein und dann ab 1806 von Eckhardt und Schleiermacher gemeinsam durchgeführt, wobei der Hauptanteil der Rechenarbeit bei Schleiermacher lag.

Eckhardts erste Messung gelegentlich seiner Entdeckung durch Haas am 14.9.1804, sozusagen eine noch nicht amtliche Arbeit, war eine Breiten-Bestimmung und bezog sich auf den Schlossturm von Büdingen in Oberhessen. Sie wurde mit dem im Besitz von Haas befindlichen Spiegelsextanten des Darmstädter Gymnasiums angestellt und fand auf dem Schlossplatz in Büdingen statt. Um die Methode Eckhardts bei seinen Breitenbestimmungen kennen zu lernen, sei hier das Verfahren kurz wiedergegeben, das er damals in Büdingen anwandte [4].

Eine einzige Beobachtung der höchsten Sonnenhöhe als Mittagshöhe, wie sie gewöhnlich bei Feldarbeiten genommen wurde, schien Eckhardt bei der Unvollkommenheit der damaligen Instrumente nicht genau genug. Er benutzte Zirkummeridianhöhen nach einer gewöhnlichen Taschenuhr und bestimmte das Maximum aus den Beobachtungen. Eckhardt kannte zwar das Verfahren Bohnenbergers, wie man aus Zirkummeridianhöhen, selbst ohne korrespondierende Beobachtungen, den wahren Mittag genü-

gend genau finden kann; er schlug jedoch einen anderen Weg ein und wandte dabei die Methode der kleinsten Quadrate an.

Die Beobachtungen mit dem Spiegelsextanten auf dem Schlossplatz zu Büdingen ergaben;

Nummer	Einfache Höhen des unteren Sonnenrandes	19.09.1804 Uhrzeit
1	42 53'	11h 53,9 m
2	53,5	57,1
3	54	12 0,3
4	53,5	3,2
5	53	5,0
6	52,5	6,5
7	52	8,0
8	51,5	8,9
9	51	10,1
10	50	11,5

Das durch diese Höhen erfasste Stück des Tagesbogens kann mit genügender Annäherung als Parabel angesehen werden. Betrachtet man die Zeiten als Abszissen und die Höhen als Ordinaten, so lautet die Gleichung der Kurve

$$y = h_0 + \alpha x + \beta x^2$$

worin $h_0 = h_1 + \delta h_1$ ist und δh_1 sowie α und β durch eine Ausgleichung bestimmt werden können.

Für die Mittagshöhe $h_0 + \Delta h_{\max}$ gilt $\Delta h_{\max} = -\alpha^2/4\beta$. Eckhardt leitete die Konstanten α und β nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den Beobachtungen h_i ab. Als Ausgangshöhe h_0 nahm er die Beobachtung h_1 an, die durch die Ausgleichung keine Korrektur erhielt. Er vernachlässigte also die „Orientierungsunbekannte“ δh_1 und verwandte „zur Bestimmung des Maximums die Gleichung $y = h_0 + \alpha x + \beta x^2$ “.

Aus den obigen Beobachtungen ergaben sich nach Eckhardt für die Konstanten α und β und für die Mittagshöhe h_{\max} folgende Werte:

$$\alpha = +0,2982 \quad \beta = -0,02642 \quad h_{\max} = 42^{\circ} 53' 50,5''$$

Die zeitliche Änderung der Deklination hat Eckhardt bei der Berechnung der Mittagshöhe vernachlässigt. Diese Änderung, die hier praktisch konstant ist, geht nur in den Koeffizienten α ein und verlagert das Maximum zeitlich um 0,3 min östlich des Meridians, was einer Höhenänderung der Sonne vom Höchststand bis zum Meridian-durchgang von $-0,06''$ gleichkommt und daher nicht berücksichtigt zu werden braucht.

Eine erneute Ausgleichung mit Einführung der Orientierungsunbekannten δh_1 bestätigte Eckhardts Ergebnisse und zeigte die Berechtigung der früheren Vernachlässigung. Aus dieser Rechnung ergaben sich für die Unbekannten folgende Werte

$$\alpha = +0,31333 \quad \beta = -0,02716 \quad \delta h_1 = -3,6''$$

Die Mittagshöhe errechnete sich hieraus zu $h_{\max} = 42^\circ 53' 50,6''$. Sie weicht von dem Eckhardtschen Wert nur um $0,1''$ ab.

Überraschend ist die für die damalige Zeit hohe Genauigkeit der Beobachtungen. Es wurde mit festgestelltem Kreis gearbeitet und die Zeit der Fadenberührung notiert. Die jetzige Ausgleichung ergab als mittleren Fehler einer der Beobachtungen den Wert $m_0 = \pm 6,6$. Der mittlere Fehler der durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate berechneten Mittagshöhe beträgt $M = \pm 3,5$.

Die von Eckhardt als wahrscheinlichstes Resultat aus allen Beobachtungen ermittelte Mittagshöhe $42^\circ 53' 50,5''$ erfuhr später noch eine Verbesserung wegen des systematischen Fehlers des Sextanten. Eckhardt hatte nämlich bald gelegentlich der weiteren, nun amtlichen Messungen im Haasschen Dreiecksnetz die mechanischen Unvollkommenheiten des Sextanten erkannt, untersuchte diese genau und ermittelte die an den Beobachtungen anzubringenden Verbesserungen [4]. Für die Winkelverbesserungen errechnete er $-2''$ auf 1° . Dies ergab für die obige Mittagshöhe von Büdingen $-1' 25,6''$, Die verbesserte Mittagshöhe beträgt demnach $42^\circ 52' 25''$. Hieraus ergab sich die Breite des Beobachtungsstandes auf dem Schlossplatz zu $50^\circ 17' 35''$. Da dieser $4''$ südlicher als der Schloßsturm von Büdingen liegt, folgte dessen Breite zu $50^\circ 17' 39''$.

Auf die gleiche Weise bestimmte Eckhardt dann gemeinschaftlich mit Schleiermacher die Breite des Schleiermacherschen Observatoriums zu Darmstadt, benutzte aber hierzu schon bessere Geräte, nämlich einen 10-zölligen Spiegelkreis von Röbler und eine „ziemlich gute Sekundenuhr“. Die Beobachtungen erstreckten sich über die Jahre 1806 bis 1808 und lieferten aus 10 und mehr täglichen Zirkummedianhöhen die folgenden von Schleiermacher „sorgfältiger“ berechneter Breitenwerte des Beobachtungsstandpunktes:

$$\text{Mittel: } 49^\circ 52' 37,0''$$

Da das Schleiermachersche Observatorium $11,6''$ nördlicher als der Turm der Stadtkirche Darmstadt lag, ergab sich für diesen

$$B = 49^\circ 52' 25,4'' \text{ nördl. Breite} \quad (1808).$$

Das zu diesen Beobachtungen benutzte Observatorium befand sich im Hause Schleiermachers in der heutigen Schleiermacher-Straße und lag einige hundert Meter nordwestlich des Stadtkirchturms. Das Haus wurde 1944 vollständig zerstört. Das Observatorium war aber schon vorher nicht mehr vorhanden.

Nimmt man für die 23 Bestimmungen von B in Darmstadt je 10 Beobachtungen wie am 14.9.1804 in Büdingen an, so ergeben sich insgesamt 230 beobachtete Sonnenhöhen. Es müssen jedoch mit den besseren Geräten wesentlich mehr Beobachtungen pro Tag angestellt worden sein, denn Schleiermacher spricht in einem Brief vom 5.2.1808 an v.Zach [8] von „mehreren hundert Sonnenhöhen“. Der Bericht bezog sich also nur auf die ersten 9 Beobachtungstage, denen noch 14 weitere folgten.

Eckhardt und Schleiermacher haben für ihre Breitenbeobachtungen keine Genauigkeitsuntersuchung angestellt und keinen Genauigkeitswert angegeben. Wertet man die obigen 23 Beobachtungen entsprechend aus, wobei man mangels genauerer Unterlagen allen Messungen das gleiche Gewicht geben muss, so erhält man als mittleren Fehler der einzelnen Beobachtung $\pm 5,4''$ und als mittleren Fehler des arithmetischen Mittels $\pm 1,1''$. Diesen Größen entsprechen rd. 167 m bzw. rd. 34 m des Meridianbogens in der Breite von rd. 50° .

Bevor die gemeinschaftlichen astronomischen Beobachtungen Eckhardts und Schleiermachers für die geographische Länge des Nullpunktes im Juni 1806 begannen, hatte Eckhardt bereits im Jahre 1805 versucht, die Längendifferenz einiger Punkte seines Netzes gegenüber der Länge des Observatoriums zu Mannheim durch Pulverblitze zu bestimmen. Die Pulversignale wurden am 15., 16. und 17. Aug. 1805 auf dem Feldberg im Taunus abgebrannt. In Mannheim und Gießen konnten sie von den dortigen Professoren Abbe Barry und G. G. Schmidt beobachtet werden, während Eckhardt selbst in Büdingen wegen schlechten Wetters keine einzige Messung verzeichnen konnte. Die so ermittelte Längendifferenz Mannheim-Gießen fand jedoch keine Verwendung. Für das Jahr 1808 waren nochmals solche Pulversignalbeobachtungen verabredet; sie kamen jedoch nicht zur Ausführung [8]. Der französische Ingenieur-Capitän F. J. Delcros (1767–1865) hat diese Versuche Eckhardts in einem Bericht an das französische Kriegsministerium rühmend erwähnt und hatte selbst solche um diese Zeit angestellt [9]. Er hielt diese Methode damals für sehr genau und für Längenbestimmungen brauchbar. Auch Decker erwähnt in seinem Lehrbuch der Höheren Geodäsie noch im Jahre 1845 das Verfahren der Pulversignale und spricht ihnen eine große Genauigkeit zu [10].

Die astronomischen Längenbeobachtungen durch Eckhardt und Schleiermacher begannen dann zum gleichen Zeitpunkt wie die Breitenbestimmungen im Sommer 1806. Sie fanden ebenfalls auf dem Schleiermacherschen Observatorium statt und wurden auch von Schleiermacher berechnet: Als Bezugsmeridian würde der Meridian von Paris bzw. von Ferro angenommen. Die Längendifferenzen in Zeitmaß wurden aus einer Sonnenfinsternis (16.6.1806) und hauptsächlich aus Sternbedeckungen abgeleitet. Über die benutzten Geräte finden sich keine Angaben. Vermutlich handelte es sich aber um den 10-zölligen Röblerschen Spiegelkreis, um den Richter-Baumann-Theodolit und ab 1809 um den 12-zölligen astronomischen Theodolit von Röbler.

Für das Schleiermachersche Observatorium liegen folgende Beobachtungen bzw. Ergebnisse vor [4]:



Nummer	Ziel	Datum	Δ L	
			m	s
1	Sonne	16.06.1806	25	18,3
2	Aquarii	22.07.1807		15,9
3	Cancri	10.03.1808		23,4 +
4	Sagittarii	06.07.1808		17,5
5	Scorpii	28.05.1809		14,0
6	Leonis	19.03.1810		17,6
7	Tauri	18.09.1810		17,5
8	Leonis	07.03.1811		13,7 +
	Mittel aus allen Beobachtungen:		25 m	17,3 s
	ohne die mit + bezeichneten		25 m	16,9 s

Der letztere Wert 25 m 16,9 s wurde von den Beobachtern angehalten Ein Grund für das Streichen der zwei Beobachtungen ist nicht angegeben. Es scheint auch, dass den Messungen verschiedene Gewichte angefügt waren, denn die Nachprüfung der obigen Mittel ergibt 25 m 17,36 s = 25 m 17,4 s und 25 m 16,97 s = 25 m 17,0 s. Den Differenzen von je 0,1 s entsprechen 1,5 Bogensekunden und linear rd.30 m.

Da der Turm der Stadtkirche Darmstadt um 15 Bogensekunden östlich vom Schleiermacherschen Observatorium lag, ergab sich die Länge des Stadtkirchturms aus dem obigen Mittelwert $2.5\ m\ 16,9\ s = 6^\circ\ 19'\ 13,5''$ unter Zufügen von 20° Längendifferenz Paris-Ferro zu

$$Z \\ L = 26^\circ\ 19'\ 28,5''\ \text{östl. Ferro} \quad (1811).$$

Eine Berechnung der mittleren Fehler aus den obigen 6 benutzten Beobachtungen liefert folgende Werte: für die einzelne Längenbestimmung $\pm 1,81\ s$ und für das arithmetische Mittel $\pm 0,74\ s$. Diesen Größen entsprechen rd. 540 m bzw. rd. 220 m auf dem Breitenkreis von $49,9^\circ$. Die Beobachtungen erstreckten sich also bis zum Jahre 1811, um 3 Jahre weiter als die Breitenbestimmungen. Auch der Wert L von 1811 behielt wie die Breite B von 1808 Gültigkeit bis 1834.

Bezüglich des Azimuts sind keine Einzelbeobachtungen angegeben. Es ist lediglich vermerkt, dass diese Messungen von Eckhardt auf dem Turm der Stadtkirche selbst mit einem Quadranten und einem Theodolit vorgenommen wurden [4]. Sie ergaben das Azimut Stadtkirche Darmstadt – Melibokus aus mehrtägigen Sonnen-Beobachtungen zu:

$$A_{\text{Darmstadt-Melibokus}} = 185^\circ\ 02'\ 26''$$

Eckhardt nennt die Triangulation von 1804 – 1807 mit den obigen astronomisch-geodätischen Bestimmungen seine „Erstlingsarbeiten“ und diese ganze Periode seine „Lehrjahre“, in welchen er allerdings sich selbst überlassen ge-

wesen wäre. Wirkliche Hilfe erhielt er erst bei den astronomischen Arbeiten durch Schleiermacher. Obwohl die Resultate seiner Arbeiten sich bereits in vielen Händen befanden, entschloss er sich sehr spät, einen zusammenhängenden Bericht darüber zu veröffentlichen. Er erschien im Jahre 1829 in „Berghaus, Kritischer Wegweiser im Gebiete der Landkartenkunde“ [4].

Am Schluss des ersten Teiles dieses Berichtes brachte Eckhardt das Verzeichnis der schon erwähnten Linearkoordinaten der „vorzüglichsten Punkte“ seines Netzes. Der „erste Gebrauch“ dieser Ergebnisse diente der Maßstabsbestimmung der Haasschen Situationskarte und der Feststellung der Neigung derselben gegen den mittleren Meridian [1, 2]. Die im Entstehen begriffenen jüngeren Haasschen Karten gründeten sich dann schon auf die Eckhardtsche Triangulation, und im Jahre 1808 waren alle vorhandenen Brouillons in diese Dreiecke reduziert. Eckhardt sagt abschließend: „... und somit war der Zweck unserer bisherigen Verbindung erfüllt“.

In der Fortsetzung des Berichtes befasste sich Eckhardt dann allgemein mit der Verwendung von Linearkoordinaten für militärische

Aufnahmen und Kartenentwürfe, bei welchen nicht die Genauigkeit einer Gradmessung verlangt wird. Die Formeln für die Berechnung geographischer Koordinaten und des Azimuts aus Linearkoordinaten (rechtwinklig sphärische Koordinaten) ähneln den Legendreschen, welche der „Détermination d'un arc du méridien“ von Delambre vorangesetzt sind, enthalten aber den mittleren Krümmungshalbmesser des Flächenelementes, während Legendre die Hauptkrümmungsradien benutzte. Außerdem wurden nach Eckhardts Entwicklung die Hilfstafeln für die Fußpunkt-Koordinaten überflüssig.

Nach diesen Formeln hat Eckhardt dann mit 4 gemessenen Breiten (Darmstadt, Mannheim, Frankfurt, Büdingen), 3 Längen (Darmstadt, Mannheim, Gießen) und 3 Azimuten (in Darmstadt, Mannheim, Gießen) aus 10 Bedingungs-gleichungen den unbekanntem Radius der Schmiegun-gskugel ermittelt und schließlich die Längen und Breiten seiner vorzüglichsten Netzpunkte berechnet, für welche er schon die Linearkoordinaten veröffentlicht hatte. Die ebenfalls mitgeteilten Korrekturen des Azimuts sollten der Berechnung des „wahren“ Azimuts aus dem trigono-metrisch ermittelten dienen. Eckhardt bezeichnete die auftretenden Abweichungen von den beobachteten Wer-ten wie auch von den später berechneten genaueren Ko-ordinaten als unbedeutend. Interessant ist, dass die bei der Rechnung durch Azimutvergleich notwendig gewordene Verminderung der Länge von Tübingen durch die Unter-suchungen von Professor Wurm 1823 bestätigt wurde. Auf ähnliche Weise fand Eckhardt beim Anschluss seiner Dreiecke an diejenigen von Lecoq einen Fehler in der mit Chronometern bestimmten Länge von Bremen, ehe der-selbe aus einer späteren astronomischen Bestimmung be-kannt wurde.

wird fortgesetzt