



Walter Ohlemutz,
Geodätisches Institut der
Technischen Hochschule
Darmstadt, (1957).

Die geodätischen Grundlagen der Landesvermessung im ehemaligen Großherzogtum Hessen

FORTSETZUNG aus Heft 5/2006

3 Die Bestimmungen zwischen 1820 und 1834

Nach seiner Tätigkeit als Ober-Steuerkommissär und Regierungsrat bei der Vermessung des Herzogtums Westfalen (1809–1816) kehrte Eckhardt von Arnsberg nach Darmstadt zurück und wurde Mitglied der Hofkammer. Hier erhielt er den Auftrag zur Neuordnung des hessischen Maß- und Gewichts-Systems, welche er als Maß- und Gewichts-Kommissär des Staatsministeriums zwischen 1817 und 1821 durchführte [11, 12].

Unterdessen hatte sich die Notwendigkeit gezeigt, die Arbeiten am definitiven Kataster fortzusetzen. Dies betraf vor allem die im Austausch gegen das Herzogtum Westfalen erhaltene Provinz Rheinhessen, und im Mai 1818 wurde Eckhardt mit den vorbereitenden Arbeiten in dieser Provinz beauftragt. Sie wurden bezüglich der Dreiecke des I. Ranges (1. Ordnung) bis zum Jahre 1821 größtenteils unter seiner Leitung beendet [11].

Beobachtungen und Berechnungen zur Lage des Stadtkirchturms fanden während dieser Zeit nicht statt. Es sind jedenfalls keine entsprechenden Angaben zu finden. Auch Schleiermacher hatte in diesen Jahren mehrere Ämter inne und dürfte derartige Bestimmungen kaum durchgeführt haben. Neben seiner Tätigkeit als Lehrer am Gymnasium war er ab 1810 Hofkammerrat und ab 1811 Rat am Ob.-Bau-Kollegium. Von seinem Lehramt wurde er erst im Jahre 1823 entbunden [6].

Zu welchem Zeitpunkt die astronomisch-geodätischen Bestimmungen wieder aufgenommen wurden, lässt sich nicht mehr feststellen. Beobachtungs- und Berechnungsunterlagen zu einzelnen Messungen sind nicht vorhanden. Eckhardt erwähnt lediglich, dass er eine Längenbestimmung auf dem Observatorium des Großherzoglichen Schlosses aus der ringförmigen Sonnenfinsternis des 7. September 1820 ausgeführt und auf den Stadtkirchturm übertragen hat [4]. Bei Nell [13] ist angegeben, dass Breite und Länge des Anfangspunktes der Linearkoordinaten (Turm der Stadtkirche Darmstadt) im „Laufe der zwanziger Jahre“ durch eine Reihe astronomischer Beobachtungen bestimmt wurden. Über das benutzte Instrument ist nichts vormerkt. Es ist anzunehmen, dass es der Eckhardt-Rößlersche astronomische Theodolit war, der auch zu den Winkelbeobachtungen des Dreiecksnetzes benutzt wurde [14]. Das Ergebnis der Bestimmungen wur-

de erst nach Abschluss der Hessischen Gradmessung bekannt. Es lautet:

$$\begin{aligned} B &= 49^\circ 52' 20,25'' \text{ nördl. Breite} \\ L &= 26^\circ 19' 16,44'' \text{ östl. Ferro.} \end{aligned} \quad (1834)$$

Bezüglich des Azimuts erwähnt Eckhardt in seinem Bericht über die Gradmessung [5] nur, dass es auf dem südwestlichen Pavillon des Darmstädter Schlosses nach dem Melibokus gemessen und auf den Turm der Stadtkirche reduziert wurde. Das Endergebnis der Beobachtungen ist dabei nicht angegeben. Es findet sich jedoch in einem Schreiben Eckhardts vom 15. Nov. 1834 an H. C. Schumacher – Altona, den Herausgeber der „Astronomischen Nachrichten“ [15], und wird als beobachtet mitgeteilt zu

$$A_{\text{Darmstadt-Melibokus}} = 185^\circ 01' 26,36'' \quad (1834).$$

Bevor auf die weitere Verwendung dieser letzten Ergebnisse eingegangen wird, sollen ihnen hier zur Feststellung ihrer Genauigkeit die später ermittelten Werte der Kgl. Preußischen Landesaufnahme gegenübergestellt werden. Die Stadtkirche Darmstadt als Nullpunkt des hessischen Koordinatensystems wurde im Jahre 1898 bei den Arbeiten II. Ordnung im geographischen Koordinatensystem der Kgl. Preuß. Landesaufnahme bestimmt und 1899 mit ihren Werten

$$\begin{aligned} B &= 49^\circ 52' 21,0327'' \text{ nördl. Breite} \\ L &= 26^\circ 19' 25,5768'' \text{ östl. Ferro} \end{aligned} \quad (1899)$$

veröffentlicht [16]. Den Differenzen von $+ 0,76''$ bzw. $+ 9,14''$ entsprechen lineare Abweichungen von rd. 23 m in der geogr. Breite und rd. 182 m in der geogr. Länge.

Die Neubestimmung durch die Preuß. Landesaufnahme hatte seinerzeit keinen Einfluss auf die bereits abgeschlossene hessische Landestriangulation. Erst die zwischen 1921 und 1933 durchgeführte Neutriangulierung Hessens wurde an die Rheinisch-Hessische Dreieckskette der Preuß. Landesaufnahme bzw. des Reichsamtes für Landesaufnahme angeschlossen. Von der Änderung der Nullpunkt-Koordinaten wurde nur die 1886 begonnene „Höhenschichtenkarte von Hessen 1:25 000“ betroffen, deren Blattränder ab 1900 gelegentlich der Fortführung um 0,2 mm nach Süden und um 7,3 mm nach Westen verschoben wurden, um Übereinstimmung mit den preußischen



Anschlussblättern 1:25 000 und damit auch der Karte des Deutschen Reiches 1:100 000 zu erhalten [2].

Abschließend soll noch erwähnt werden, dass außer auf den genannten Beobachtungsständen in Schleiermachers Observatorium und im Schloss-Observatorium auch Messungen in der Wohnung Eckhardts in der unteren Rheinstraße Darmstadts stattgefunden haben. Da sich die hierzu erforderliche Normaluhr im Schloss-Observatorium befand, mussten die Uhrstände durch Winksignale übertragen werden. Diese Messungen haben jedoch anscheinend keine Verwendung für die Lagebestimmung der Stadtkirche gefunden [6].

4 Die Hessische Gradmessung

Da die Hessische Gradmessung in dieser Abhandlung öfter erwähnt wird, und weil die obigen ab 1834 geltenden geographischen Koordinaten der Stadtkirche Darmstadt aus dieser Berechnung stammen, soll hier kurz auf dieselbe eingegangen werden. Ein ziemlich ausführlicher Bericht findet sich bei Berghaus [5] im Band 1834 und ein Auszug aus demselben in den „Astronomischen Nachrichten“, Band 1835 [15]. Der Bericht ist betitelt „Vorläufige Nachricht von den geodätischen Operationen zur Verbindung der Observatorien Göttingen, Seeberg, Darmstadt, Mannheim, Speyer und Straßburg; vorgetragen in der ersten Sitzung der physikalischen Sektion der Versammlung der Naturforscher in Stuttgart den 19. Sept. 1834 von Ministerialrat Eckhardt aus Darmstadt“. Die Beobachtung der zur Ausgleichung herangezogenen Dreiecke I. Ranges verteilte sich wie folgt: Von Straßburg bis Mannheim beobachtete der Ing.-Capitain Delcros gelegentlich der französischen Triangulierungen in den Vogesen und im Rheintal, unter den Obersten Henry und Tranchot. Von Mannheim bis Darmstadt beobachteten Delcros und Eckhardt gemeinsam, nachdem Eckhardt 1809 den Auftrag erhalten hatte, an den französischen Arbeiten teilzunehmen. Auch die Fortsetzung von Darmstadt bis Seeberg sollte von beiden gemeinsam beobachtet werden, was aber durch die eingetretenen politischen Verhältnisse verhindert wurde [9]. Eckhardt beobachtete daher diese Dreiecke allein und zwar, wie bei seiner ersten Triangulation, bis zum Knüll im nördlichen Hessen. Die weitere Fortsetzung bis zum Herkules und Seeberg war von Frhr. v. Müffling als Teil seiner Längengradmessung übernommen worden. Der letzte Teil, die Verbindung mit Göttingen, wurde nach Vermittlung des Frhr. v. Raglovich durch v. Brand im Jahre 1830 zustande gebracht. Über die Ausgleichung sagte Eckhardt: „Die Formeln zur Einführung der kleinsten Quadrate bei geodätischen Rechnungen waren von Schleiermacher nach eigenen Ansichten mit einer Genauigkeit und Eleganz entwickelt worden, wie man sie von diesem gewandten Analytiker nicht anders gewohnt ist, und der Wahrheit zur Steuer muss ich bekennen, ohne jedoch ein Prioritätsrecht für meinen Freund hierdurch in Anspruch nehmen zu wollen, dass alle diese Formeln bereits längst in meinen Händen waren, ehe diese Anwendung öffentlich zur Sprache kam. Nur die überaus weitläufigen Rechnungen, welche die Methode der kleinsten Quadrate bei Dreiecksnetzen von einiger Ausdehnung verursacht, hatten mich abgehal-

ten, früher davon Gebrauch zu machen, bis ich endlich so glücklich war, in Herrn Dr. Hügel einen Gehilfen zu erhalten, der mit den notwendigen theoretischen Kenntnissen ausgerüstet die erforderliche Gewandtheit im Zahlenrechnen und Beharrlichkeit genug besaß, sich einer so langwierigen Arbeit mit Ausdauer hinzugeben.“

Die Ergebnisse der Gradmessung wurden von Eckardt wie folgt zusammengestellt:

I. Triangulation

Die Dreiecksketten enthielten 4 Grundlinien. Sie wurden jeweils trigonometrisch aus den drei anderen Basen berechnet, gemittelt und den gemessenen Werten gegenübergestellt. Es ergaben sich:

Darmstadt-Griesheim, gemessene Länge	= 3976,088 Toisen
aus 4 Basen gemittelt	= 3976,158 Toisen

Differenz	= 0,070 Toisen (= 1/56802 d. Länge)
-----------	--

Sausheim-Oberbergheim, gemessene Länge	= 9771,180 Toisen
aus 4 Basen gemittelt	= 9771,984 Toisen

Differenz	= 0,804 Toisen (= 1/12154 d. Länge)
-----------	--

Speyer-Oggersheim, gemessene Länge	= 10156,102 Toisen
aus 4 Basen gemittelt	= 10156,341 Toisen

Differenz	= 0,239 Toisen (= 1/135418 d. Länge)
-----------	---

Seeberger Basis, gemessene Länge	= 3014,229 Toisen
aus 4 Basen gemittelt	= 3013,905 Toisen

Differenz	= 0,324 Toisen (= 1/9302 d. Länge)
-----------	---------------------------------------

„Die Berechnung der Dreiecke wurde nach Legendres Methode vollzogen und hierauf nach der Methode der kleinsten Quadrate dergestalt verbessert, dass die korrigierten Größen die Beobachtung so gut als möglich darstellen und diejenigen Bedingungen in aller Strenge erfüllen, welche nach der Natur der Sache erfüllt werden müssen. Zu letzteren gehört, dass die Dreiecke und Kreise zu Schluss kommen und dass die gemeinschaftlichen Seiten bei der Rechnung einerlei Größe erhalten“.

„Die Koordination wurden sphärisch berechnet unter Zugrundelegung des Krümmungshalbmessers für die mittlere Breite des Netzes. Wir sind hierbei von der Mittagslinie des Reichenbachschen Universalinstrumentes auf dem südwestlichen Pavillon des Schlosses in Darmstadt ausgegangen, wovon das Azimut des Melibokus auf den Turm der Stadtkirche reduziert wurde.“ Von den astronomisch bestimmten Netzpunkten Göttingen, Seeberg, Darmstadt, Mannheim, Speyer und Straßburg wurden dann die sphäroidischen Koordinaten berechnet, wobei Darmstadt mit $y = 0$ und $x = 0$ angesetzt wurde.

II. Astronomische Beobachtungen

Aus den obigen sphäroidischen Koordinaten der astronomisch bestimmten Punkte wurden dann Länge, Breite und Meridiankonvergenz für diese Punkte berechnet. Hierauf wurde mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate dasjenige Ellipsoid gesucht, welches die beobachteten Längen, Breiten und Azimute mit den kleinstmöglichen Abweichungen darstellt. Eckhardt sagt hierzu: „Dies ist meines Wissens das erste Mal, dass Länge und Azimut gleichzeitig mit der Breite zur Bestimmung des Erdellipsoids benutzt werden.“

Er hatte sich schon bei seiner ersten Triangulation von 1804–1807 bzw. bei der Auswertung [4] davon überzeugt, dass man hierbei brauchbare Resultate erhalten kann, wenn man den einzelnen Gattungen von Beobachtungen entsprechende Gewichte beilegt. Aus den bei den Breiten-, Längen- und Azimutbestimmungen auftretenden Differenzen hat er die Quadrate der zugehörigen Gewichte angenommen zu 100 : 10 : 1. Auf diese Weise ist folgendes „merkwürdige“ Ellipsoid aus der Hessischen Gradmessung hervorgegangen:

Kleine Halbachse	3 260 984,96 t	6 355 778,10 m
Abplattung	1 : 309,97	
Mittlerer Grad des gemessenen Bogens bei 49° 38' 14"	57 054,237 t	111 200,78 m
1 Meridiangrad unter 45° Breite	57 006,509 t	111 107,76 m

und hieraus die Länge des Meters = 443,2826 lin.

Zum Vergleich seien die entsprechenden Besselschen Werte angeführt:

Kleine Halbachse		6 356 078,96 m
Abplattung	1 : 299,1528	
1 Meridiangrad unter 45° Breite		111 119,45 m

Die Länge des gesetzlichen Meters = 443,296 lin.

Zum Schluss vergleicht Eckhardt die berechneten Breiten, Längen und Azimute mit den beobachteten, um daraus beurteilen zu können, ob Lotabweichungen innerhalb des Gebietes der Gradmessung wahrscheinlich sind. Die Differenzen betragen im Mittel bei den Breiten 0,89", bei den Längen 1,51" und bei den Azimuten 11,47". Eckhardt schloss daraus: „Alle diese Abweichungen der berechneten Breiten, Längen und Azimute von den wirklichen Beobachtungen sind so geringfügig und fallen sämtlich dergestalt innerhalb der Grenzen der für jede dieser drei Arten von Beobachtungen möglichen Fehler, dass hieraus wenigstens nicht auf eine lokale Ablenkung des Lotes und auf besondere Anziehungen im Innern der Erde an dieser Stelle geschlossen werden kann.“

Die Berechnung der Gradmessung, wie sie im Stuttgarter Vortrag Eckhardts [5] beschrieben ist, wurde zwischen September und November 1834 „mit aller möglichen Sorgfalt“ wiederholt. Das Ergebnis findet sich in dem bereits erwähnten Schreiben Eckhardts vom 15. November 1834 an H. C. Schumacher – Altona [15]. Eckhardt gibt hier die neu berechneten Differenzen an, welche jedoch gegenüber der ersten Rechnung nur geringe Änderungen erfahren haben. Als kleine Halbachse wird in

der zweiten Berechnung erhalten $b = 3\,260\,938,35$ t (= 6 355 687,25 m), d.h. eine Änderung um $-46,61$ t ($-90,84$ m). Die Abplattung 1:309,97 bleibt unverändert. Die oben genannten Werte für B und L der Stadtkirche Darmstadt von 1834 sind in Eckhardts Bericht [5] und in seinem Brief an Schuhmacher [15] nicht verzeichnet. Sie müssen jedoch als aus der Hessischen Gradmessung hervorgegangen angesehen werden. Neill bezeichnet sie in seinem Aufsatz „Geodätische Bestimmung der geographischen Breite und Länge aus Linearkoordinaten“ [13] als Ergebnis der Gradmessung, ebenso J. Heil in seinem Bericht über die hessische topographische Landesaufnahme [17]. In dem Werk „Die Katastervermessungsarbeiten im Großherzogtum Hessen“, der sog. Katasteranweisung 1897 sind B und L genannt, jedoch ohne Herkunftsangabe. Bei Fenner-Gast [18] wird der Wert $B = 6\,355\,778,10$ t sphäroidische Breite für den Nullpunkt Stadtkirche Darmstadt des hessischen Koordinatensystems genannt. Das Azimut nach dem Melibokus ist nur in den Schreiben Eckhardts an Schumacher aufzufinden.

5 Die endgültige Dimension des Erdsphäroids für die hessische Landesvermessung

Die bei der Hessischen Gradmessung aus der ersten und zweiten Berechnung ermittelten Erddimensionen fanden keine Verwendung für die Zwecke der Landesvermessung. Es wurden lediglich die geographischen Koordinaten der Stadtkirche Darmstadt und vermutlich das Azimut Darmstadt-Melibokus aus der Gradmessung übernommen. Ein Grund für die Abänderung bzw. Neufestsetzung der Erddimensionen ist aus den spärlichen Unterlagen nicht zu erkennen. Es wäre möglich, dass noch eine dritte Ausgleichung der Gradmessung vorgenommen worden ist. Hierfür spricht die Änderung des Abplattungswertes von 1:309,97 in 1:302,020, weil auf mittlere Breiten beschränkte Gradmessungen unsichere Werte der Abplattung liefern, welche bei einer wiederholten Ausgleichung starke Änderungen erwarten lassen. Eine Angleichung an die Besselschen Werte ist ausgeschlossen, da diese 1834 noch nicht bekannt waren.

Zu Beginn der vorliegenden Arbeit waren für die benutzten Erddimensionen bzw. für den mittleren Krümmungshalbmesser nur wenig ausführliche Angaben bei Fenner-Gast in einem Bericht über das astronomische Nivellement durch Hessen [18] vorhanden. Dann wurden durch Zufall in einem in der Hessischen Landes- und Hochschul-Bibliothek Darmstadt entliehenen Buch „Decker, Lehrbuch der Höheren Geodäsie“ [10] ausführliche und genaue Werte der hessischen Erddimensionen entdeckt. Das Buch trägt auf der ersten Einband- und auf der Titelseite den Namenszug des früheren Besitzers Dr. Hügel, des Gehilfen und Schwiegersohns Eckhardts, der die Ausgleichung der Gradmessung durchgeführt hatte und Nachfolger Eckhardts in der Leitung der Katastervermessung wurde. Die handschriftlichen Angaben Hügels sind als authentisch und daher als richtig anzunehmen.

Dr. A. Hügel (1806–1887) beschrieb das erste Einbandblatt mit folgenden wertvollen Angaben, die ihm beim



Studium dieses Lehrbuches als Vergleich mit den Decker-schen Werten gedient haben mögen:
 „Dimensionen des Erdsphäroids, welche bei der Hessi-schen Landesvermessung zu Grunde gelegt wurden“:

a = 3 271 773,00 Toisen	log a = 6.5147 8316
b = 3 260 940,03 Toisen	log b = 6.5133 4281
$\alpha = 1 : 302,020$	
$e^2 = 0,0066 1111 6 13$	log e2 = 7.8202 7479
a = 6 376 804,24 Meter	
b = 6 355 690,48 Meter	
a = 2 550 721,72 Hess. Klafter	
b = 2 542 276,18 Hess. Klafter	
Mittlerer Krümmungshalbmesser für das Großherzogtum Hessen	
	B = 49° 52' 20"
log r = 6.4069 0454 (Hess. Klafter)	
log r = 6.8048 4454 (Meter)	
Erddimensionen, ermittelt aus der Hessischen Gradmessung	
$\alpha = 1 : 309,97$	b = 3 260 984,96 Toisen

Die Winkel des hessischen Dreiecksnetzes wurden nach ‚dem von Schleiermacher entwickelten Verfahren der Methode der kleinsten Quadrate‘ ausgeglichen. Über dieses Verfahren sind keine Originalunterlagen aufzufinden. Es ist jedoch in Fischers Lehrbuch der Höheren Geodäsie [19] vom Jahre 1846 angegeben und wurde 1881 nochmals von Prof. Nell – Darmstadt erläutert [20]. Das Verfahren wurde nach 1850 mehrfach auf Tagungen und in Fachzeitschriften diskutiert und näher untersucht. Hügel berichtete über die Schleiermachersche Ausgleichung auf der Sitzung des Geodätischen Kongresses (Mitteleuropäische Gradmessung) im Oktober 1864 in Berlin [14], woraufhin die permanente Kommission in Wien eine gutachtliche Äußerung von Prof. Wittstein anforderte. Dieser erklärte: „... , dass wie aus dem Lehrbuche der Geodäsie von Fischer hervorgehe, die Schleiermachersche Methode einfach die äußere Anordnung der Rechnung betrifft, indem er die Bedingungsgleichungen der Winkel und Seiten trennt und nacheinander eliminiert, dass sie aber im Grunde nichts anderes als die Gaußsche Methode der kleinsten Quadrate sei“. Hügel war von diesem knappen Gutachten nicht befriedigt, besorgte eine nähere Erklärung Fischers und berichtete nochmals ausführlich auf der Konferenz der Europäischen Gradmessung von 1867 über seine eigenen Arbeiten nach Schleiermachers Methode, um die Vorteile derselben gegenüber der Gaußschen herauszustellen [21]. Veranlasst durch diesen Bericht von 1867 beschäftigte sich Helmert in einer kritischen Untersuchung mit der Frage der vorteilhaften Anwendung und brachte eine endgültige Klärung. Diese „Beiträge zur Theorie der Ausglei-

chung trigonometrischer Netze“ wurden in Schlömilchs Zeitschrift für Mathematik und Physik vom Jahre 1869 veröffentlicht [22].

Helmert bezog sich dabei auf die Entwicklung der Formeln in Fischers Lehrbuch von 1846 und schloss seine Untersuchung wie folgt: „Schleiermachers Methode kann also hinsichtlich der Anzahl aufzulösender Gleichungen im Vorteil nur dann sein, wenn erheblich mehr Winkelbedingungsgleichungen vorliegen als Gleichungen zwischen den Winkeln je einer Station, und dies findet nur bei kleinen Landestriangulationen statt, wo mit dem Repetitionstheodolit gearbeitet wird, überhaupt auf einer Station viele Einschnitte auf verschiedene Punkte, dagegen wenig auf denselben Punkt vorkommen. Für solche Fälle nur ist auch Schleiermachers Methode entworfen. Das Wesen derselben geht ganz verloren, wenn man sie auf Richtungsbeobachtungen anwenden will. Schon im einfachen Falle reiner Richtungsbeobachtungen gelangt man zu unerquicklichen Formeln. „Hiernach erscheint doch wohl die Anwendung der Schleiermacherschen Methode auf Richtungsbeobachtungen nicht rätlich.“

Auch Nell [20] bezieht sich auf den obigen General-Bericht von 1867 und auf Fischers Lehrbuch. Er entwickelt die Schleiermacherschen Formeln ausführlich und wendet sie auf praktische Fälle an. Als „verwickelteren Fall“ bringt er zum Schluss die Ausgleichung des Dreiecksnetzes der hessischen Landesvermessung, das gleiche Beispiel wie es auch Fischer behandelt hat, jedoch ohne Netzbild und ohne Angabe der Originalwinkel. Nell führt die Rechnung vollständig durch und erhält als mittleren Fehler der gemessenen Winkel $m = \pm 5,04''$; $= \pm 1,6''$. Aus den sphärischen Winkeln leitet er nach Legendre die Winkel der ebenen Dreiecke von gleicher Seitenlänge ab und berechnet die Dimensionen des Netzes in hessischen Klaftern, wozu er die Basis Darmstadt-Griesheim mit 3099,815 Klafter als Ausgang benutzt.

Wenn auch kein besonderer Vorteil in dieser hessischen Ausgleichungsmethode zu erkennen ist, so ist es ein un-gemein großes Verdienst Schleiermachers, dass er schon vor 1830 überhaupt die Methode der kleinsten Quadrate praktisch zu verwerten verstand [23]. Eine öffentliche Anerkennung erhielten die Arbeiten Eckhardts und Schleiermachers durch Jordan auf der 21. Haupt-Versammlung des Deutschen Geometer-Vereins in Jahre 1898 in Darmstadt. Jordan betonte, dass die Eckhardt-Schleiermacherschen Dreiecksmessungen die damals besten in Deutschland gewesen seien, und dass Schleiermacher als Erster die Methode der kleinsten Quadrate auf eine Landesvermessung angewandt habe [24].

Auch bezüglich der rechtwinkligen Koordinaten der hessischen Landesvermessung und der zugehörigen Entwicklungen entstanden nach 1850 Diskussionen. Im Lehrbuch von Fischer wurden diese Koordinaten als sphäroidische bezeichnet, während es sich von Anfang an um rein sphärische (Soldnersche) gehandelt hat. Lediglich von den wenigen astronomisch bestimmten Hauptpunkten wurden gelegentlich der Hessischen Gradmessung sphäroidische Koordinaten berechnet.

Die entsprechenden Untersuchungen wurden veranlasst durch die Entgegnung Fischers auf den Vorwurf Bessels, welcher allgemein der Ungenauigkeit der Linearkoordi-

naten galt. Fischers Einleitung zu seiner „Berechnung der Linearkoordinaten“ sei hier wörtlich angezogen: „Wir werden hier den zu diesem Zweck von Schleiermacher gegebenen, sehr eleganten Entwicklungen folgen, welche auch den Berechnungsformularen des Großherzoglich Hessischen Katasters zu Grunde gelegt sind, und die keineswegs durch den von Bessel den Linearkoordinaten gemachten Vorwurf der Ungenauigkeit getroffen werden, indem dieselben durchaus nicht mit Formeln, die er für diese mitteilt, übereinstimmen, sondern, weit genauer mit Hilfe der sphärischen Trigonometrie entwickelt, sogar auf die Elliptizität der Erde durch Anwendung des richtigen Krümmungshalbmessers Rücksicht nehmen“ [19].

Eine zusammenfassende und endgültige Klärung der strittigen Frage findet sich bei Jordan-Steppes [23] und lautet: „Rechtwinklige sphärische Koordinaten wurden in Hessen schon sehr früh berechnet. Es ist aber, um von vornherein Klarheit in unserem Bericht zu haben, sogleich zu bemerken, dass durch Fischers Lehrbuch der Höheren Geodäsie, III. Abschn., S.124–134, eine irriige Mitteilung über die hessischen Koordinaten weit verbreitet wurde. Fischer gibt nämlich dort Koordinaten-Formeln, welche sich von den bekannten Soldnerschen Formeln durch Zusetzung von Quotienten r''/r und r'/r zu den Hauptgliedern $s \cdot \sin \alpha$ und $s \cdot \cos \alpha$ unterscheiden, wo r' den Meridiankrümmungshalbmesser, r'' den Querkrümmungshalbmesser und r den azimutalen Krümmungshalbmesser bedeutet. Dass diese der Abplattung der Erde Rechnung tragen sollenden Zusätze falsch sind, hat zuerst Prof. Dienger in seinem „Handbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie“, 2. Aufl., Stuttgart 1861, S. 344, gezeigt. Auch v. Orff berührt dieses in der „Bayerischen Landesvermessung“, S. 253. In theoretischer Hinsicht hat man sich zu erinnern, dass die streng sphäroidischen Formeln nach Oberstleutn. Schreibers Entwicklung: ... in erster Näherung mit den Soldnerschen Formeln identisch werden, nicht aber mit den Fischerschen. Die praktische Ausrechnung ergibt zwischen beiden alsbald ganz unzulässige Differenzen; z.B. in dem von Fischer und Dienger behandelten Beispiel Feldberg-Taufstein betragen die Differenzen in der Ordinate 37,55 m und in der Abszisse 65,15 m. Eine gütige Manuskriptmitteilung von Herrn Geh. Obersteuerrat Dr. Hügel enthält unmittelbare Entwicklungen von Schleiermacher, deren Resultate mit den rein sphärisch zu entwickelnden Soldnerschen Koordinatenformeln übereinstimmen, und nach diesen Formeln sind die hessischen Landesvermessungskordinaten berechnet.“

Für die Berechnung der geographischen Koordinaten und der Meridiankonvergenz aus den Linearkoordinaten der Netzpunkte wurden die ebenfalls von Schleiermacher entwickelten Formeln benutzt. In der obigen Mitteilung Hügels an Jordan-Steppes sind sie als rein sphärische Formeln gegeben, und es wird dazu bemerkt, dass statt des Kugelhalbmessers ellipsoidische Krümmungshalbmesser einzusetzen seien, wenn auf die Elliptizität der Erde Rücksicht genommen werden soll [23].

Nell hat im Jahre 1884 die Aufgabe „Geodätische Bestimmung der geographischen Breite und Länge aus Linearkoordinaten“ zunächst allgemein behandelt und dann die Schleiermacherschen Formeln daraus abgeleitet [13]. Diese Abhandlung dürfte die einzige ausführliche Wie-

dergabe der Schleiermacherschen Entwicklungen für diese Koordinatenart darstellen. Sie enthält außerdem einige weitere wertvolle Mitteilungen und Angaben zur hessischen Landesvermessung.

Die Grundformeln zur Lösung der obigen Aufgabe würden zuerst von Bohnenberger und Oriani in v. Zachs „Monatlicher Korrespondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde“ Bd. VI/1802, Bd. X/1804 und Bd. XI/1805, mitgeteilt. Schleiermachers Formeln sollten eine bequeme Anwendung gestatten. Er hat selbst nichts darüber veröffentlicht, wenn auch die Formeln schon jahrelang im Besitz Eckhardts waren, der sie für seine Arbeiten benutzte und sie bei der Ausbildung junger Geodäten in Darmstadt und Arnsberg/Westf. lehrte [6]. Nach Schleiermachers Tod, 1844, erschien dann seine Berechnungsmethode 1845 in Deckers Lehrbuch der Höheren Geodäsie [10], wenn auch weniger weit entwickelt als dies durch Schleiermacher selbst geschehen ist.

Wie schon Eckhardt bei der Koordinatenberechnung seiner ersten Triangulation erwähnt hat [4], wird in den Schleiermacherschen Formeln die Fußpunktbreite eliminiert. Nell entwickelt die Formeln in den §§ 6 und 7 seiner Abhandlung und stellt sie in § 8 mit Koeffizientenabkürzungen zusammen. Die Koeffizientenwerte sind dazu einzeln aufgeführt. „Nach diesen Formeln wurden zu Anfang der dreißiger Jahre (des 19. Jahrhunderts) die geographischen Koordinaten der Punkte I., II. und III. Ranges des hessischen Dreiecksnetzes berechnet“ [13]. Trotz dieser anerkannt guten wissenschaftlichen Grundlagen der hessischen Landesvermessung sollte den weiteren Arbeiten kein bedeutender Erfolg beschieden sein. Durch das ausschließlich geübte, wenig günstige Triangulierungsverfahren der Netzeinschaltung, das zudem noch regional nach Steuerbezirken durchgeführt wurde, sowie durch Einführen verschiedener Orientierungen in den einzelnen Provinzen traten in den letzten Jahrzehnten des 19. Jahrhunderts Koordinatenabweichungen identischer Dreieckspunkte auf, welche bei den gesteigerten Anforderungen für Kataster, Flurbereinigung, Topographie und technische Zwecke nicht mehr zu verantworten waren.

Um 1900 wurde daher von Fachleuten wiederholt auf die unumgängliche Neutriangulierung Hessens hingewiesen, und in amtlichen Eingaben eine solche gefordert. Diese Neutriangulierung kam dann zwischen 1921 und 1933 durch das Hessische Landesvermessungsamt Darmstadt unter Anschluss an die 1899 fertig gestellte Rheinisch-Hessische Dreieckskette der Preußischen Landesaufnahme zur Ausführung, wobei zunächst rechtwinklig ebene, konforme Koordinaten mit dem Nullpunkt Stadtkirche Darmstadt berechnet wurden.

wird fortgesetzt