

Kritische Anmerkungen zur „Restklaffenverteilung mit der Natural-Neighbour-Interpolation“*

W. Overhoff

Die Ausführungen von Hettwer und Benning dürfen im Interesse der Sache nicht in allen Punkten unwidersprochen bleiben, weil

- die Behauptung, die Sektorenmethode^{1,2} erzeuge kleinere Unstetigkeitsstellen, unrichtig ist³,
- der irrige Eindruck entstehen kann, dass eine gewisse Assoziation zwischen der Sektorenmethode und der (allein) abstandsgewichteten Methode besteht.

Die Sektorenmethode ist ursprünglich aus einem praktischen Bedürfnis heraus entstanden. Primäre Ursache war die vermehrte Anwendung der Polaraufnahme mittels elektrooptischer Distanzmessung und Zwangszentrierung. Es entstanden lokale Aufnahmepunktfelder mit praktisch zu vernachlässigenden Fehlern. Diese Felder mussten in das weniger genaue amtliche Punktfeld

sachgerecht eingegliedert werden. Es war also für diesen neuen Tatbestand eine möglichst allgemein gültige Methode zu entwickeln, nach der die bei der Helmertransformation verbleibenden Restklaffungen automatisch sach- und fachgerecht verteilt werden konnten. Die Vorgaben waren:

1. Proportionale Verteilung⁴ der Restklaffungen, also mit dem Abstandsgewicht S^{-1} , analog zur Kleinpunktberechnung, nun aber zweidimensional zwischen allen rundum benachbarten Stützpunkten. Proportionalität hatte also auch für die Richtung zu gelten, aus der ein Stützpunkt auf einen Neupunkt einwirkt (Verhältnis des Sektorenwinkels zweier im Urzeigersinn richtungsmäßig vom Neupunkt aus betrachtet benachbarter Stützpunkte zum Vollkreis).
2. Aus der Sicht des Neupunktes mehr oder weniger benachbarte Stützpunkte mussten nicht in der Summe, sondern ausgleichend zu Nachbarstützpunkten im (gewogenen) Mittel wirken.
3. Eine unterschiedliche Dichte des Stützpunktfeldes musste unschädlich

⁴ Die proportionale Fehlerverteilung ist ein Axiom, das seit Bestehen der Vermessungswesens unangefochten gilt. Nicht proportionale Fehlerverteilung, wie sie nun wieder durch das Abstandsgewicht $S^{-1,5}$ diskutiert wird, kann eher schädlich sein (NACHRICHTEN AUS DEM ÖFFENTLICHEN VERMESSUNGSDIENST NORDRHEINWESTFALEN; Juni 1982, S. 128) und ist ausnahmslos überflüssig, höchstens eine Eigenschaft unqualifizierter Methoden.

- bleiben (keine Auswahl der Stützpunkte).
4. Vermessungstechnisch (statisch) vertretbare Extrapolationen dürften auch rechnerisch zu keinem unplausiblen Ergebnis⁵ führen (Extrapolationen sind besonders bei Polaraufnahmen keine Seltenheit).
 5. Das Prinzip der Nachbarschaft musste streng gewahrt bleiben, sowohl zwischen Neupunkten und Stützpunkten als auch zwischen den Neupunkten.
 6. Das Verfahren durfte in keinem Einzelfalle unplausible Ergebnisse liefern.

Die uneingeschränkte Eignung einer Methode zeigt sich ähnlich wie bei einem Naturgesetz in ihrer Nicht-Falsifizierbarkeit, d. h., im Nichtfinden eines Einzelfalles, bei dem die Methode versagen würde, und nicht in ihrer Verifizierbarkeit, also im „Nachweises“ ihrer Brauchbarkeit an Hand ausgesuchter Fälle. Wird nach langer Anwendung und Beobachtung kein Einzelfall gefunden, der unplausible Ergebnisse zeigt, so kommt der Methode Allgemeingültigkeit zu. Bisher kann dies nicht zuletzt wegen ihrer mittlerweile starken Verbreitung und langjährigen Anwendung nur für die Sektorenmethode gelten. Je-

⁵ Überflüssig sind auch die nun wieder vorgeschlagenen fingierten Stützpunkte auf dem Rand des Bearbeitungsgebietes, zumal sich (überflüssigerweise) auch hier die Frage stellt, welche Restklaffen diese Punkte denn erhalten sollen. Falsch ist die Ansicht, man brauche nur mitteln zwischen den jeweils benachbarten Stützpunkten auf dem Stützpunktrahmen. Siehe auch Programm DIVA des Landesvermessungsamtes Nordrhein-Westfalen: „Hierbei sollten jedoch alle Punkte innerhalb des Stützpunktrahmens liegen“. Abstandsgewichtete Interpolationen, so auch die Sektorenmethode, bedürfen dieser Vorsichtsmaßnahme nicht.

der ist aufgefordert, ein widerlegendes Gegenbeispiel dezidiert aufzuzeigen (ohne im Allgemeinen heruzustochern), insbesondere im Hinblick auf die behaupteten „kleineren Unstetigkeitsstellen“.

Unter allen Verfahren genießt die Multiquadratische Methode zurecht eine besondere Wertschätzung. Sie ist aber falsifizierbar⁶.

Eine Methode, die weitgehend aus der Empirie generiert wurde, kann durchaus noch einer wissenschaftlichen Analyse unterzogen werden, wobei Wissenschaft nicht unbedingt der Sitz der Weisheit sein muss⁷. So dürfen die bei der Sektorenmethode verwendeten Exponenten 4 und 10 beim Ausgleich benachbarter Stützpunkte nicht wesentlich verändert werden, weil sie in einem funktionalen Zusammenhang stehen. Unrunde Exponenten sind überflüssig.

Die Behauptung aber von den angeblich „kleineren Unstetigkeitsstellen“ (andere sprechen von Sprüngen), die der Sektorenmethode anhaften sollen, wie sie nun lei-

⁶ Siehe VR – Vermessungswesen und Raumordnung, ISSN 03040-5141, Juni 1987, Heft 4+5, S. 266, Beispiele 1–7; wie vor, August 1993, Heft 5+6, S. 332, Abbildung 2; wie vor, April 1989, Heft 2, S. 126, Bild 1. Ernstlich Interessierte können bei fehlendem Zugang zu den Fallbeispielen sich auch an den Verfasser wenden.

⁷ Der bekannte Wissenschaftstheoretiker Sir Karl R. Popper bemerkte hierzu: „Die Wissenschaft baut nicht auf Felsengrund. Es ist eher eine Sumpflandschaft, über dem sich die kühne Konstruktion ihrer Theorien erhebt“. So wurde seinerzeit die Verteilung nach Winkel- und Abstandsgewichten abgelehnt zugunsten der „Prädiktion“ des Prof. Dr. mult. H. Wolf, obwohl letztere von der Praxis nicht angenommen wurde (NACHRICHTEN AUS DEM ÖFFENTLICHEN VERMESSUNGSDIENST NORDRHEIN-WESTFALEN, Februar 1982, Seite 54).

* AVN 4/2003.

¹ Die Wortschöpfung „Sektorenmethode“ stammt nicht von mir. Obwohl prägnant, ist die Kennzeichnung „nach Winkel- und Abstandsgewichten“ verständlicher.

² Die „Sektorenmethode“ ist einzig beschrieben in VR – Vermessungswesen und Raumordnung, ISSN 03040 5141, Juni 1984, Heft 4, S. 210. Nichts anderes liegt auch dem *Runderlass d. Innenministers NW v. 12.1.1996 – III C4 – 7136, 50.2(5) (Sektorenmethode)* zugrunde, was bekannt ist.

³ Unstetigkeiten bzw. Sprünge entstehen nur dann, wenn Stützpunkte sprunghaft zur Geltung kommen oder ebenso sprunghaft wegfallen, was bei der Multiquadratischen Methode, der Sektorenmethode oder der ungerichteten Abstandsmethode gleich welcher Streckengewichtung, von Natur aus nicht der Fall ist.

der wieder kolportiert wurde, ist eine nicht auf Fakten beruhende Aussage. Gewiss brauchte „deshalb“ kein anderer Weg beschritten werden und es ist zweifelhaft, ob er zu plausibleren Ergebnissen führt. Das Ergebnis von $-0,83$ für den Neupunkt im gewählten Beispiel ist hierzu weniger angetan, hier nicht so sehr der absoluten Größe wegen, als vielmehr in der Tendenz. Ursache sind u. a. die verhältnismäßig zu klein anfallenden Voronoi-Zellen zweiter Ordnung im „Beispiel Overhoff“ in den Sektoren P_{3-5} und damit zu kleine Sibson-Koordinaten, um einen notwendigen Ausgleich zu den Nachbar-

Stützpunkten zu bewirken, wie es neben der Sektorenmethode auch die Multiquadratische Methode im Ergebnis leistet. Dieser Defekt ist systemimmanent und nicht vermeidbar. Daher kann von den Abb. 2 (ungerichtete, allein abstandsgewichtete Methode mit dem Abstandsgewicht $S^{-1,5}$), Abb. 6 (Natural-Neighbour-Interpolation) und Abb. 7 (Multiquadratische Methode) dem geübten Auge nur Abb. 7 zusagen. Das „Beispiel“ war im übrigen nur ein Teilaspekt auf dem Weg zu der seinerzeit gefundenen Lösung. Richtig ist die Feststellung, dass auch die Sektorenmethode einen hohen Rechen-

aufwand erfordert⁸. Vorschläge zur Vermeidung überflüssiger Rechengänge wurden aber stets mit dem Hinweis auf die Schnelligkeit moderner Rechner abgelehnt. Zudem haben sich die Rechenzeiten in den letzten Jahrzehnten gemäß dem Mooreschen Gesetz⁹ exponentiell verringert. Mit diesen Darlegungen soll die Verwertbarkeit der „Natural-Neighbour-Interpolation“ als ein weiteres Mittel zur Verteilung von Restklaffen nicht in Abrede gestellt werden. Nur, ihre Nicht-Falsifizierbarkeit steht noch aus. Mögliche Ansätze zum Falsifizieren zeigen sich durchaus.

⁸ Ursache ist das notwendige Einbeziehen aller Stützpunkte, um ein sprunghaftes Verwenden oder Wegfallen von Stützpunkten im jeweiligen Rechenabschnitt zu einem einzugliedernden Punkt zu vermeiden, so dass neben anderen Erfordernissen auch keine „Unstetigkeitsstellen“ entstehen können. Jeder Stützpunkte muss darauf hin bewertet werden, welchen Einfluss er auszuüben hat in dem Bereich, der von gegen null gehend bis zur vollen Geltung eines Stützpunktes reicht. Einen Nulleinfluss darf es theoretisch nicht geben.
⁹ Nach diesem Gesetz verdoppelt sich alle achtzehn Monate die Geschwindigkeit und die Komplexität des Computers.

STELLUNGNAHME

Stellungnahme zu den „Kritischen Anmerkungen“ von W. Overhoff

W. Benning und J. Hettwer, Aachen

Im Beitrag „Restklaffenverteilung mit der Natural-Neighbour-Interpolation“ (AVN 4/2003) wird in Bezug auf die in [1–3] angegebenen Methoden zur Restklaffenverteilung festgestellt, dass diese Methoden kleinere Unstetigkeitsstellen erzeugen würden. Für die Methoden aus [1, 2] ist diese Aussage korrekt, was auch in

[3] vom Autor selbst festgestellt wird. Das in [3] angegebene Verfahren der „Sektorenmethode“ erzeugt hingegen keine Unstetigkeitsstellen, wie durch Testrechnungen verifiziert werden konnte. Der o.a. Argumentation bezüglich der „Nicht-Falsifizierbarkeit“ einer Methode kann nicht zugestimmt werden:

Die Tatsache, dass bisher kein Fall eines unplausiblen Ergebnisses gefunden worden ist, beweist nicht, dass eine Methode in jedem Fall plausible Ergebnisse erzeugt. Empirische Ergebnisse besitzen keine letztendliche Beweiskraft. Die Aussage über die angeblich mangelnde Eignung der Natural-Neigh-

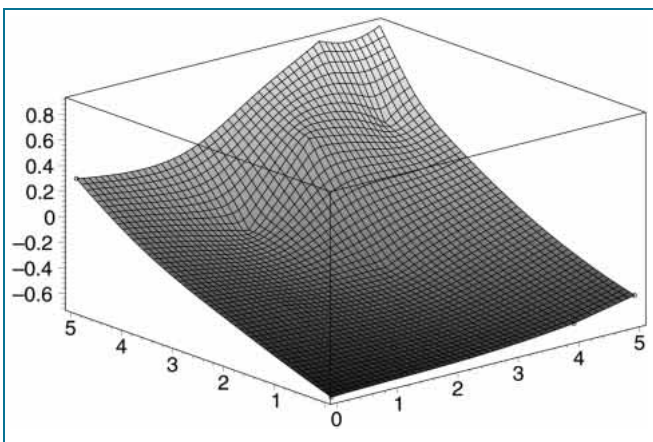


Abb. 2: Natural-Neighbour-Interpolation

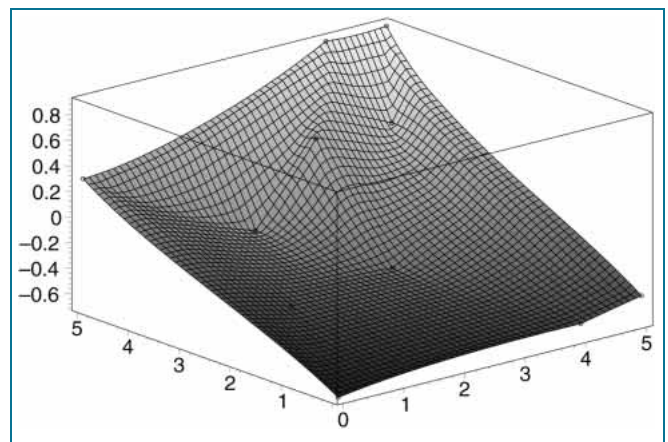


Abb. 1: Multiquadratische Interpolation

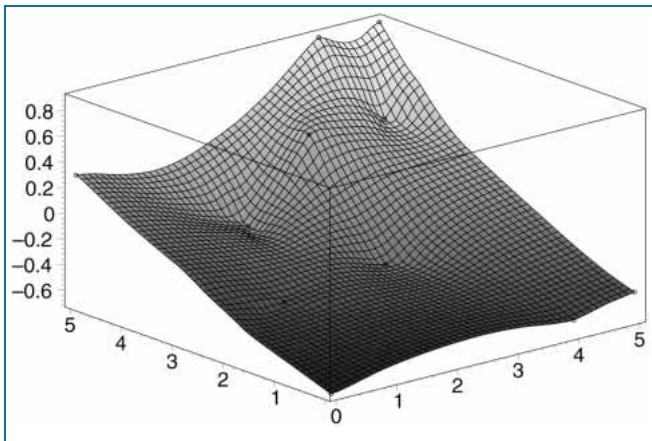


Abb. 3: Sektorenmethode

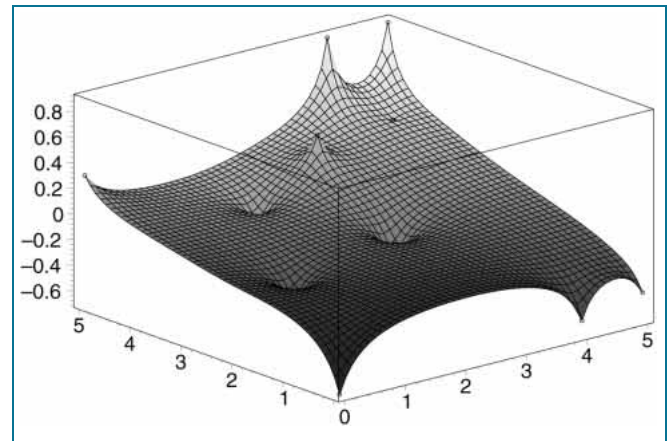


Abb. 4: Abstandsgewichtete Interpolation

bour-Interpolation zur Restklaffeninterpolation im Beispiel des AVN-Beitrages wird zurückgewiesen: Das Interpolationsergebnis von $-0,83$ für den Punkt P_E ist absolut akzeptabel. Mit der Natural-Neighbour-Interpolation und der multiquadratischen Interpolation erfolgen quasi identische Restklaffenverteilungen, was durch einen Vergleich der Abb. 6 und 7 deutlich wird.

Das in den Abb. 1 bis 4 enthaltene Beispiel zeigt nochmals deutlich, dass die multiquadratische Interpolation, die Sektorenmethode aus [3] und die Natural-Neighbour-Interpolation vergleichbare Restklaffenverteilungen liefern, während die abstandsgewichtete Interpolation mit dem Gewichtsansatz $1/s$ deutlich schlechter

abschneidet. Dargestellt sind die Interpolationsflächen, die sich mit der jeweils angegebenen Methode für ein- und dieselbe Stützpunktkonfiguration ergeben. Während die abstandsgewichtete Interpolation die Restklaffen lediglich lokal begrenzt verteilt, berücksichtigen die übrigen Methoden großräumigere Trends und führen zu einem prinzipiell identischen Verlauf der Interpolationsflächen.

Nochmals hervorzuheben ist die Tatsache, dass die Natural-Neighbour-Interpolation im Vergleich zur multiquadratischen Interpolation lediglich einen vernachlässigbaren Speicherplatz- und Rechenzeitbedarf aufweist, weshalb sie in (AVN 4/2003) vorgestellt und zur Anwendung empfohlen wird.

Literatur

- [1] OVERHOFF, W.: Zum Problem der Umformung mit Abstandsgewichten (Restklaffenbeseitigung). Nachrichten aus dem öffentlichen Vermessungsdienst Nordrhein-Westfalen, **14**, 110–115, 1981
- [2] OVERHOFF, W., SCHWARTZ, W.: Umformung mit Abstandsgewichten. Nachrichten aus dem öffentlichen Vermessungsdienst Nordrhein-Westfalen, **16**, 44–52, 1983
- [3] OVERHOFF, W.: Fehlerverteilung nach Winkel- und Abstandsgewichten bei der Koordinatentransformation. Vermessungswesen und Raumordnung, **46**, 210–215, 1984

