

# Wegefindung durch Raum und Zeit

Clemens STRAUSS

Institut für Geoinformation · Technische Universität Graz · Steyergasse 30 · A-8043 Graz  
E-Mail: clemens.strauss@tugraz.at

## 1 Einführung

Die Suche nach der kürzesten Verbindung zweier Orte ist keine spezifische Problemstellung, die es seit dem 20. Jahrhundert und der Globalisierung zu lösen gilt. Historische Dokumente, wie die Tabula Peutingeriana aus dem 4. bis 5. Jahrhundert (ÖNB 2010) oder die bei BEHRINGER (2006) beschriebenen Post Itinerarien aus der Zeit um 1560 bis in die Mitte des 17. Jahrhundert, zeugen von der Notwendigkeit, Fragestellungen bezogen auf die kürzeste Verbindung beantworten zu wollen. Heutzutage ist das Finden der kürzesten, der schnellsten oder der schönsten Verbindung zweier Orte nicht mehr mit der Kunst des Kartenlesens so eng verwoben wie einst. Das bedienen von Routenplanungssoftware oder des Autonavigationssystemen ist die zeitgemäße Variante an Herausforderung, um diese Aufgabe zu meistern.

Für diese algorithmische Lösung, wie sie in Softwareprodukten und Navigationssystemen passieren, finden sich grundsätzlich zwei Herangehensweisen zur Berechnung kürzester Verbindungen bzw. Routen:

- Es wird die Datenbasis so weit an die Fragestellung angepasst, dass ein Standardalgorithmus darauf angewendet werden kann.
- Es wird ein speziell auf die Fragestellung angepasster Algorithmus eingesetzt, der auf allgemein formulierte Basisdaten angewendet werden kann.

Nachfolgend wird zum einen in Abschnitt 2 die Modellierung der Datenbasis behandelt, wobei Nachbarschaftsbeziehungen im topologischen Kontext betrachtet werden. Zusätzlich findet die Modellierung von zeitabhängigen Phänomenen darin eine Sonderstellung. Abschnitt 3 ist vor dem Hintergrund der Algorithmusadaptation zu sehen und zeigt dabei drei unterschiedliche Anwendungskonzepte auf. Das Resümee in Abschnitt 4 bildet den Abschluss und fasst die Erkenntnisse aus den Modellierungsansätzen und den darauf aufbauenden Anwendungskonzepten zusammen.

## 2 Modellierung statischer und zeitabhängiger Phänomene

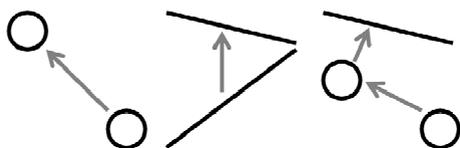
Die Modellierungsvarianten von statischen und zeitabhängigen Phänomenen, die in weiterer Folge als Datenbasis zur Berechnung von Routen eingesetzt werden, sind in zwei Hauptkategorien gegliedert und fließen gemeinsam in eine Mischkategorie ein. Die Einteilung erfolgt dabei anhand der topologischen Nachbarschaftsbeschreibung: Werden in Abschnitt 2.1 diese Nachbarschaften anhand eines Verbindungselementes explizit definiert, so werden in Abschnitt 2.2 diese Nachbarschaften durch geometrische Berührung der einzelnen Basiselemente in impliziter Weise realisiert. Die Mischform bei expliziten und impliziten Nachbarschaftsbeschreibungen wird im Anschluss in Abschnitt 2.3 vorgestellt.

## 2.1 Modelle mit expliziter Nachbarschaftsbeschreibung

Datenmodelle mit expliziter Nachbarschaftsbeschreibung bestehen aus Basiselementen und Verbindungselementen. Das Paradebeispiel hierfür findet sich in einem Knoten-Kanten Modell (DOMSCHKE 2007) und ist in Abbildung 1, links schematisch dargestellt. Dabei stellt der Knoten das Basiselement dar, von dem ausgehen und an diesem endend eine Route innerhalb der Datenbasis berechnet wird. Die Kante wird in dieser Modellierungsvariante als notwendiges Element zur Beschreibung der Knotennachbarschaft verwendet. Die Kante, angereichert mit einer beliebigen Menge an Polygonpunkten, kann dabei zusätzlich zur geometrischen Beschreibung der Verbindung zweier Knoten eingesetzt werden – dies ist jedoch für die algorithmische Lösung der Routenberechnung kaum von Relevanz, für eine graphische Darstellung jedoch sehr wohl.

Dieses Modellierungskonzept ist im Hinblick auf die dimensionale Ausprägung des Basiselementes erweiterbar: Verwendet man anstelle des 0-dimensionalen Knotens eine 1-dimensionale Kante als Basiselement und verbleibt in einem Modell mit expliziter Nachbarschaftsbeschreibung, so erhält man ein Kanten-Traversen Modell nach BARTELME (1991) (siehe Abb. 1, mittig). Im Vergleich zur Kante eines Knoten-Kanten Modells verliert das Verbindungselement in dieser Modellierung – die Traverse – ihre geometrische Bedeutung. Anwendung findet diese Form der Modellierung unter anderem bei der Beschreibung komplexer Kreuzungssituationen, wie sie etwa bei WINTER (2002) beschrieben werden.

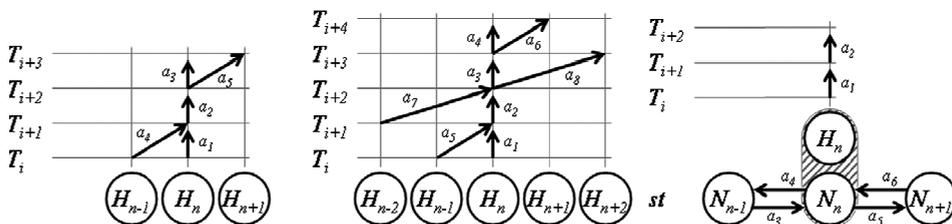
Eine Sonderform innerhalb der Datenmodellierung mit expliziter Nachbarschaftsbeschreibung nimmt die gemischt-einfache Struktur ein (siehe Abb. 1, rechts). Deren Menge an Basiselementen besteht aus Knoten und aus Kanten. In gleicher Weise stellt sich die Menge an Verbindungselementen dar: Sie besteht aus Kanten und Traversen. Diese Modellierungsvariante bietet die Möglichkeit, auf flexiblerer Weise Fragestellungen der Wegesuche zu begegnen, die durch alleinigen Einsatz von Knoten-Kanten oder Kanten-Traversen Modellen nicht zufrieden stellend zu beantworten sind.



**Abb. 1:** Basis- (schwarz) und Verbindungselemente (grau) bei Knoten-Kanten bzw. Kanten-Traversen Modellen bzw. gemischt-einfachen Strukturen (v. l. n. r.)

Die Modellierung zeitabhängiger Phänomene in einem räumlichen Kontext kann mithilfe der zuvor beschriebenen Verfahren durchgeführt werden. Nachfolgend werden drei spezielle Situationen aufgezeigt, die sich in einem fahrplangestützten Netzwerk des öffentlichen Verkehrs finden lassen: Einfache Haltestelle ohne Umsteigemöglichkeit (Abb. 2, links); Komplexe Haltestelle mit Umsteigemöglichkeit (Abb. 2, mittig); Wechsel zwischen den Netzwerken des Individualverkehrs (hier als zeitinvarianter Datensatz eingesetzt) und des öffentlichen Verkehrs (Abb. 2, rechts). Für die Modellierung wird im Bereich des öffentlichen Verkehrs ein Kanten-Traversen Modell und für den Individualverkehr ein Knoten-Kanten Modell eingesetzt – somit kann dies zusätzlich als Beispiel für eine gemischt-einfache Struktur gesehen werden.

Das hier gewählte Kanten-Traversen Modell erlaubt die Beschreibung und somit auch die Bewertung von Prozessübergängen im öffentlichen Verkehr. Eine Prozessart wäre beispielsweise das Warten an einer Haltestelle, dargestellt durch die Kanten  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$  in Abbildung 2, links. Dieser Kantentyp findet sich genauso in Abbildung 2, mittig und rechts, und weist ausschließlich eine Veränderung entlang der Y-Achse auf, die hier als Zeit-Achse fungiert. Jene Kanten, die eine zusätzliche Änderung entlang der X-Achse zeigen, stellen Bewegungsprozesse – das Fahren mit dem öffentlichen Verkehrsmittel – dar und kann graphisch mit einem klassischen Bildfahrplan verglichen werden. In Abbildung 2, links, sind dies die Kanten  $a_4$  und  $a_5$ , deren Äquivalente in Abbildung 2, mittig, und in anlehnender Weise für das Individualverkehrsnetz in Abbildung 2, rechts, ebenfalls ersichtlich sind. Mithilfe der Traversen können das Einsteigen, das Aussteigen, das Weiterfahren und das Fortsetzen des Wartens beschrieben werden.

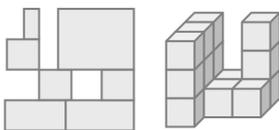


**Abb. 2:** Situationsdarstellung einer einfachen und komplexen Haltestelle sowie einer Haltestelle mit Anschluss an das Verkehrsnetz des Individualverkehrs – jeweils bezogen auf die Haltestelle  $H_n$  (v. l. n. r)

Betrachtet man in Abbildung 2, mittig, jene Verkehrslinie, die sich über die Kanten  $a_5$  und  $a_6$  definiert, so kann mithilfe dreier Traversen das Einsteigen an Haltestelle  $H_n$  beschrieben und beispielsweise je nach zeitlicher Nähe zum Abfahrtszeitpunkt  $T_{i+3}$  bewertet werden:  $(a_1, a_6)$ ,  $(a_2, a_6)$  und  $(a_3, a_6)$ . Dabei ist die topologische Definition der Kantennachbarschaft von ihrer geometrischen Lage unabhängig – das Ende einer Kante muss nicht zwangsläufig im Anfang einer nachfolgenden Kante münden.

## 2.2 Modelle mit impliziter Nachbarschaftsbeschreibung

Führt man den Modellierungsprozess dahingehend konsequent weiter, dass man die Dimension des Basiselementes erhöht, erhält man in der zweiten Dimension polygonale und in der dritten Dimension polyhedrale Basiselemente. In Abbildung 3 sind diese in Anlehnung an Abbildung 1 dargestellt, wobei aufgrund der Möglichkeit eine implizite Nachbarschaftsbeschreibung zu nutzen auf Verbindungselemente verzichtet wird.



**Abb. 3:** Basiselemente bei polygonalen und polyhedralen Modellen (v. l. n. r)

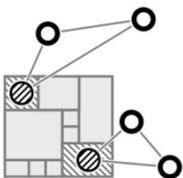
Die Konsequenz bei der Nutzung einer impliziten Nachbarschaftsbeschreibung liegt zum einen in einer Verkleinerung des Gesamtdatenbestands, da ein Verbindungselement nicht mehr benötigt wird. Zum anderen stehen Informationen, die in diesen Verbindungselementen vorgehalten werden können, nicht zur Verfügung – z.B. Übertrittskosten von einem Basiselement zum benachbarten Basiselement. Zusätzlich ist bei der Ausbreitung des Suchbaumes im Zuge der Routenberechnung algorithmisch das Fehlen der Verbindungselemente durch geometrische Berührungsanalyse zu kompensieren.

Eine alternative Herangehensweise bei polygonalen und polyhedralen Modellen stellt die Umbildung in ein Knoten-Kanten Modell dar, in der die Basiselemente zu Knoten werden und Kanten durch einen Nachbarschaftsanalyseprozess zu erzeugen sind und gegebenen Falls eine Bewertung und/oder eine Orientierung erfahren (vgl. AURENHAMMER & KLEIN 1996 bzw. LEE 2004).

### 2.3 Modelle mit gemischter Nachbarschaftsbeschreibung

Sind Fragestellungen der Routenplanung mit einer einzelnen Kategorie von Modelltypen – expliziter bzw. impliziter Nachbarschaftsbeschreibung – nicht oder nur unbefriedigend behandelbar, können Kombinationen Abhilfe schaffen. Dazu passend wird in Abschnitt 3.2 ein anwendungsnahes Konzept vorgestellt.

Diese Datenmodelle werden in weiterer Folge als gemischt-komplexe Strukturen bezeichnet. Bezogen auf die Datenbasis ist ein zusätzliches Verbindungselement zu definieren, das den Übergang zwischen den Daten mit expliziter Nachbarschaftsbeschreibung und den Daten mit impliziter Nachbarschaftsbeschreibung regelt. Dieses Element hat nicht nur eine topologische Funktion, sondern steuert auf Seiten der Suchbaumausbreitung das algorithmische Verfahren. In Abbildung 4 sind die Basiselemente eines Knoten-Kanten und eines polygonalen Modells in einer gemischt-komplexen Struktur zusammengefasst. Die Übergangselemente für den Wechsel zwischen den einzelnen Modelltypen sind dabei schraffiert ausgeführt.



**Abb. 4:**

Übergangselemente (schwarz bzw. grau schraffiert) zwischen Datenmodellen mit expliziten und impliziten Nachbarschaftsbeschreibung (Knoten-Kanten und polygonales Modell)

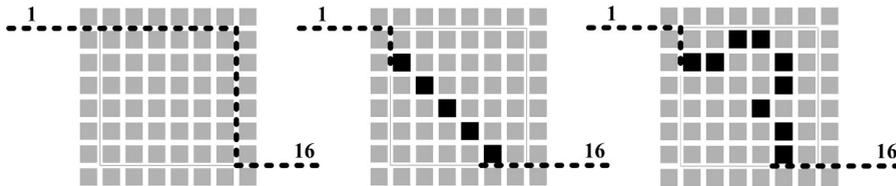
## 3 Anwendungskonzepte

Die zuvor beschriebenen Modellvarianten finden nachfolgend Eingang in konzeptionelle Anwendungsszenarien. Dabei wird in Abschnitt 3.1 eine Kombination eines Knoten-Kanten und eines Kanten-Traversen Modells im Sinne einer gemischt-einfachen Struktur vor dem Hintergrund einer zeitkritischen Anwendung im multimodalen Verkehr genutzt. Eine Kombination von Kanten-Traversen und polygonalen Elementen – eine gemischt-komplexe Struktur – wird in Abschnitt 3.2 unter dem Begriff Short-Cut Routing vorgestellt. Zuletzt



### 3.2 Short-Cut Routing

Hinter der Bezeichnung Short-Cut Routing verbirgt sich ein Anwendungskonzept, das in Anlehnung an THILL (2009) den kombinierten Einsatz eines Kanten-Traversen Modells und eines polygonalen Modells in einer gemischt-komplexen Struktur beschreibt. Die Bezeichnung begründet sich in der Nutzung des Raumes zwischen den Kanten des Kanten-Traversen Modells für „Abkürzungen“. In der Praxis kann die Fußgängernavigation auf großen Plätzen oder je nach Geländegängigkeit der Offroad-Fahrbetrieb als Zielanwendung ausgemacht werden.



**Abb. 6:** Ergebnisse von Short-Cut Routenberechnungen zwischen Kante 1 und Kante 16 bei variierenden Kosten innerhalb der polygonalen Basiselemente

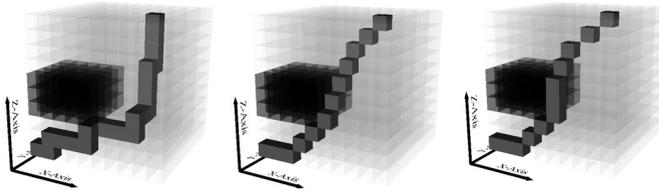
In Abbildung 6 sind einerseits Kanten des Kanten-Traversen Modells (graue feine Linien) und andererseits die Basiselemente des polygonalen Modells (graue Quadrate, angeordnet in einem regelmäßigen Raster) dargestellt. In allen drei abgebildeten Fällen wird eine Route von Kante 1 zu Kante 16 berechnet: Im ersten Fall (Abb. 6, links) besitzen die Polygone einen so hohen Kostenwert, dass diese Basiselemente in der resultierenden Route (schwarz strichlierte Linie) nicht genutzt werden. Im zweiten Fall (Abb. 6, mittig) sind die Kosten der Polygone so gewählt, dass einerseits deren Nutzung ein günstigeres Ergebnis liefert und andererseits alle Polygone denselben Kostenwert besitzen – deshalb die diagonale Ausprägung der Route innerhalb des polygonalen Modells (schwarze Quadrate). Im dritten und letzten Fall (Abb. 6, rechts) sind die Polygone generell günstiger bewertet als die Kanten, wodurch es zu einer Nutzung einer Abkürzung kommt, jedoch sind diese Polygone untereinander unterschiedlich mit Kosten attribuiert. Das Resultat ist eine den Kosten Rechnung tragende Form der Route. Anzumerken ist, dass der Wechsel zwischen Kanten-Traversen und polygonalem Modell nur an den genutzten zwei Stellen erlaubt wird.

### 3.3 Cube Routing

Unter dem Namen Cube Routing ist die jenes Anwendungskonzept zu verstehen, das sich mit der Suche kürzester Weg im 3-dimensionalen Raum befasst. Dabei dient die dritte Komponente der Koordinate nicht ausschließlich der Raumbeschreibung, sondern kann genauso einen thematischen oder temporalen Aspekt eines Phänomens beschreiben. Vor allem durch die geometrische Form des Basiselementes – der Würfel, Namensgeber dieses Konzepts – besteht ein methodisches Nahverhältnis zu zellularen Automaten.

In Abbildung 7 sind drei unterschiedliche Routenberechnungsergebnisse (dunkelgraue Würfel) dargestellt, die sich jeweils auf idente Start- und Zielelemente beziehen. Der Basisdatenbestand, in dem die Routen berechnet wurden, teilt sich in mit geringen Kosten attribuierte Elemente (hellgraue teiltransparente Würfel) und in mit hohen Kosten attribuierte Elemente (schwarze teiltransparente Würfel). Die Unterscheidung der Ergebnisse

begründet sich in den zugelassenen Nachbarschaftsverhältnissen, die zwei Würfel miteinander eingehen können. Dabei werden Beschreibungsverfahren von Nachbarschaften in Anlehnung an GUO & WU (2009) eingesetzt: Flächenhafte Berührung zwischen benachbarter Elemente – vergleichbar mit einer 6er-Nachbarschaft nach GUO & WU (2009) (Abb. 7, links); Flächenhafte Berührung und Berührungen entlang von Seitenkanten zwischen benachbarter Elemente – vergleichbar mit einer 18er-Nachbarschaft nach GUO & WU (2009) (Abb. 7, mittig); Zusätzlich zu den vorherigen zulässigen Berührungsformen stehen Elemente, die sich nur an einem Eckpunkt berühren in nachbarschaftlicher Beziehung – vergleichbar mit einer 26er-Nachbarschaft nach GUO & WU (2009) (Abb. 7, rechts).



**Abb. 7:** Ergebnisse von Cube Routing Berechnungen zwischen eines Startelementes (linker unterer Bereich der Basisdatenmenge) und eines Zielelementes (rechter oberer Bereich der Basisdatenmenge) bei variierenden zulässigen Nachbarschaftsbeziehungen

## 4 Resümee

Generell darf die Routenberechnung – ein wesentlicher Bestandteil der Navigation neben Positionsbestimmung und Zielführung – in vielen weiteren Disziplinen, weit abseits logistischer Fragestellungen, als wertvolles Analysewerkzeug betrachtet werden; die unterschiedlichen Varianten an geometrischen und topologischen Ausformungen der Datenbasis und deren Kombinationen lassen dies zu.

Besonderes Augenmerk ist der Konstruktion topologischer Beziehungen auf Basis geometrischer Analysen zu legen, wie sie bei Datenmodellen mit impliziter Nachbarschaft beschrieben sind. Eine Herausforderung stellt dabei die bisher noch sehr langen Berechnungszeiten etwaiger Routen innerhalb dieser Datenbasen dar. Zusätzlich ist der Aufwand der Nachbarschaftsanalyse bei polyhedralen Modellen nicht zu unterschätzen, da in der Geoinformatik performante Analysefunktionen für Volumenobjekte, wie man sie bei Punkt-, Linien- oder Flächenanalysen in vielfältiger Weise einsetzen kann, im Entstehen begriffen sind. Abhilfe bieten dabei duale Strukturen, die sich an einem Knoten-Kanten Modell orientieren.

## Literatur

- AURENHAMMER, F. & KLEIN, R. (1996), Voronoi Diagramms. In: Technical Report 198. FernUniversität Hagen, Department of Computer Science.
- BARTELME, N. (1991), Datenmodelle für Netzwerk-Applikationen in GIS. In: Wiener Schriften zur Geographie und Kartographie, 6. Wien, 17-22.

- BEHRINGER, W. (2006), Mit der Karte auf Grand Tour, Infrastrukturbildung und Mental Mapping in der Frühen Neuzeit. In: DIPPER, C. & SCHNEIDER, U. (Hrsg.), Kartenwelten – Der Raum und seine Repräsentation in der Neuzeit. Primus Verlag, Darmstadt, 77-93.
- CAR, A. (1997), Hierarchical Spatial Reasoning: Theoretical Consideration and its Applications to Modeling Wayfinding. Doktorarbeit, Technische Universität Wien.
- DIJKSTRA, E. W. (1959), A Note on Two Problems in Connexion with Graphs. In: Numerische Mathematik, 1, 269-271.
- DOMSCHKE, W. (2007), Logistik; Transport: Grundlagen, lineare Transport- und Umladeprobleme. R. Oldenburg Verlag, München.
- GUO, J & WU, L. (2009), A Topological Analysis Method for 3D Geo-Entities Structured as Hexahedron Tessellations. In: LEE, J. & ZLATANOVA, S. (Hrsg.), 3D Geo-Information Science. Springer, Berlin/Heidelberg.
- ITS VIENNA REGION (2010) AnachB.at (08.10.2010).
- LEE, J. (2004), 3D GIS for Geocoding Human Activities in Microscale Urban Environments. In: EGENHOFER, M. J., FREKSA, C. & MILLER, H. J. (Hrsg.), Geographic Information Science, Band 3234/2004. Springer, Berlin/Heidelberg.
- NICHOLSON, J. A. T. (1966), Finding the shortest route between two points in a network. In: Computer Journal, 6, 275-280.
- ÖNB (2010), Österreichische Nationalbibliothek, Sammlung von Handschriften und alten Drucken. [www.onb.ac.at/about/11777.htm](http://www.onb.ac.at/about/11777.htm) (16.03.2010).
- THILL, J.-C. (2009), Transportation Applications of Geographic Information Systems. In: MADDEN, M. (Hrsg.), Manual of Geographic Information Systems. American Society for Photogrammetry and Remote Sensing.
- WINTER, S. (2002), Modeling Costs of Turns in Route Planning. In: GeoInformtica, 6 (4), 345-361.